Blandede Opgaver I

x-klasserne

Gammel Hellerup Gymnasium

April 2023 ; Michael Szymanski ; mz@ghg.dk

Indholdsfortegnelse

Blandede opgaver

Opgave 1 Reducér udtrykket $4\cdot(p+3q)\cdot(p-3q)-(2p+q)^2+37q^2$

Opgave 2 En funktion *f* er givet ved $f(x)=x^4\cdot\cos(x)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 3 En funktion *f* er givet ved $f(x)=2x^3+3x^2-36x+7$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(1, f(1))$.

b) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 4 Man ønsker at undersøge, om uddannelsesniveauerne er forskellige i Holbæk kommune og Slagelse kommune. Man vælger signifikansniveauet 5% og opstiller nedenstående kategorier, der skal bruges til undersøgelsen:

Uddannelses-niveau	Kort videregående uddannelse	Mellemlang videregående uddannelse	Lang videregående uddannelse	Forskeruddannelse
Slagelse				
Holbæk				

a) Opstil en nulhypotese, der kan bruges til at teste, om uddannelsesniveauerne er forskellige i de to kommuner.

Data fra Danmarks Statistik giver nedenstående tabel, der viser antallet af mennesker med forskellige uddannelsesniveauer i Holbæk kommune og Slagelse kommune i 2012.

Uddannelses-niveau	Kort videregående uddannelse	Mellemlang videregående uddannelse	Lang videregående uddannelse	Forskeruddannelse
Slagelse	2281	6526	1518	62
Holbæk	2070	6764	1940	104

b) Undersøg, om uddannelsesniveauet er forskelligt i de to kommuner.

Et andet forskerhold foretager en tilsvarende undersøgelse for kommunerne A og B, hvor de kommer frem til en Q-værdi på 6,58.

c) Undersøg (på et 5% signifikansniveau), om uddannelsesniveauet er forskelligt i kommunerne A og B.

Opgave 5 En funktion *f* med definitionsmængden $]-4,03;\infty[$ er løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx}=e^{-y}\cdot(3x-6)(x+2),$$

og løsningskurven går gennem punktet $P(-4,0)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til ovenstående løsningskurve i punktet *P*.
b) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 6:

a) Bestem til differentialligningen $\frac{dy}{dx}=(x+1)(y-1)$ den løsning, hvis graf indeholder punktet *P(1,2)*.

b) Bestem desuden den løsning, hvis graf i det punkt, der har førstekoordinat 1, har en tangent med hældningskoefficient 3.

Opgave 7: Bestem til differentialligningen $y'+2y=4x+10$ den løsning, hvis graf går gennem punktet *P(0,3)*.

Opgave 8: I en model kan udviklingen i biltætheden (målt i antal biler pr. 1000 indbyggere) i Danmark i perioden efter 1968 beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = 0{,}0004 \cdot N \cdot (315 - N),$$

hvor *N* betegner biltætheden til tiden *t* (målt i antal år efter 1968).

a) Bestem en forskrift for biltætheden *N* som funktion af tiden *t*, idet det oplyses, at biltætheden i 1968 var 198.

b) Giv ved hjælp af den fundne funktion et skøn over biltætheden i 2008, og kommentér resultatet.

Opgave 9: I en beholder med vand er vandhøjden 0,5m. Der åbnes for en bundventil for at tømme beholderen. Vandhøjden *y*, målt i meter, kan nu beskrives som en funktion af tiden *t*, målt i sekunder. Under tømningen aftager vandhøjden på en sådan måde, at den hastighed, hvormed vandhøjden ændrer sig, til ethvert tidspunkt er proportional med kvadratroden af vandhøjden. Med de valgte enheder er proportionalitetsfaktorens værdi –0,04. Vandhøjden som funktion af tiden er således fastlagt ved en differentialligning.

a) Opskriv denne differentialligning og bestem den tid, det tager at tømme beholderen.

Opgave 10: En stokastisk variabel *X* er normalfordelt med middelværdi 9 og spredning 2,5. Bestem $P(X < 5)$.

Opgave 11: En stokastisk variabel *X* er normalfordelt, og der gælder, at $P(X < 6) = 0{,}26$ og $P(X > 11) = 0{,}18$.
Bestem middelværdien og spredningen for *X*.

Opgave 12: Bestem: $a)\ \{1,5,6,7\} \cup \{2,6,7,8\} \quad b)\{1,5,6,7\} \cap \{2,6,7,8\} \quad c)\{1,2,3,4\} \setminus \{1,3\}$

Opgave 13: Bestem: $a)\ \{A,B,E,Q\} \cap \{B,C,D\} \quad b)\{A,D,F\} \cup \{D,E,G\} \quad c)\{F,G,A\} \setminus \{G\}$

Opgave 14: Bestem: $a)\ \{1,4,a,d\} \cap \{2,3,b,c,e\} \quad b)\{1,2,3\} \cup \{3,2,1\} \quad c)\{A\} \setminus \varnothing$

Opgave 15: Løs ligningen $\frac{2}{3} \cdot (x+7) - 4x = 5 \cdot (x-2)$; $G = \mathbb{R}$

Opgave 16: Udregn prikproduktet af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Opgave 17: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 4x^3 - 5x^2 - x + 3$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 18: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 2x^3 + \frac{3}{x} - \frac{5}{x^4}$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 19: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 3 \cdot \mathrm{e}^{-4x} + 5x$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 20: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = \ln(6 \cdot x) - \mathrm{e}^{7x}$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 21: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 2 \cdot \sin(x) - 6 \cdot \cos(5x - 2)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 22: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = x^3 \cdot \sin(x)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 23: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = x \cdot \ln(x) - x$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 24: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 7^{5 \cdot x} + 5^{-x}$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 25: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = \frac{\sin(x)}{x^5}$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 26: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 3 \cdot \mathrm{e}^{5x} \cdot \sin(2x)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 27: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = (4x - 7)^6$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 28: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = 8 \cdot \pi^x + \mathrm{e}^x$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 29: Funktionen *f* er givet ved $f(x) = \ln(5 \cdot x) \cdot \cos(-9x + 2)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 30: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

a) Bestem prikproduktet af vektorerne.
b) Bestem determinanten af vektorparret $(\vec{a}, \vec{b})$.
c) Bestem determinanten af vektorparret $(\vec{b}, \vec{a})$.
d) Bestem tværvektoren til $\vec{a}$.
e) Bestem tværvektoren til $\vec{b}$.

Opgave 31: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ t \end{pmatrix}$.

a) For hvilken værdi af *t* er vektorerne ortogonale.
b) For hvilken værdi af *t* er vektorerne parallelle.

Opgave 32: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ s \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

a) For hvilken værdi af *s* gælder $\vec{a} \perp \vec{b}$?
b) For hvilken værdi af *s* gælder $\vec{a} \parallel \vec{b}$?

Opgave 33: Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Opgave 34: Bestem arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -13 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Opgave 35: Bestem arealet af trekanten med vinkelspidserne $A(2,8), B(-5,3)$ og $C(1,-7)$.

Opgave 36: Bestem koordinatsættet til punktet *C*, således at firkant *ABCD* er et parallelogram, når $A(-5,2), B(-1,9)$ og $D(4,-8)$.

Opgave 37: Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne
$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Opgave 38: Bestem arealet af trekanten med vinkelspidserne $A(5,-7,3), B(-8,2,4)$ og $C(6,0,9)$.

Opgave 39: Om en eksponentiel udvikling *f* oplyses det, at $f(5) = 7$ og at fordoblingskonstanten er $X_2 = 8$. Bestem $f(13)$.

Opgave 40: Halveringskonstanten for en eksponentiel udvikling *f* er 9, og funktionsværdien i 8 er 28. Bestem $f(26)$ og $f(-1)$.

Opgave 41: Om en eksponentiel udvikling *g* vides det, at $g(7) = 3$ og $g(19) = 24$. Bestem fordoblingskonstanten uden først at finde fremskrivningsfaktoren.

Opgave 42: Om en eksponentiel udvikling *h* vides det, at $h(-4) = 96$ og $h(6) = 3$. Bestem halveringskonstanten uden først at finde fremskrivningsfaktoren.

Opgave 43: Bestem en ligning for den linje, der går gennem punktet $P(6,-4)$ og står vinkelret på linjen givet ved ligningen $y = 3x - 5$.

Opgave 44: Bestem en ligning for den linje, der går gennem punktet $P(-7,3)$ og er parallel med linjen givet ved ligningen $y = 3x - 5$.

Opgave 45: Bestem en ligning for den linje, der går gennem punktet $P(4,-3)$ og er ortogonal med linjen givet ved ligningen $5x - 3y + 9 = 0$.

Opgave 46: Bestem en ligning for den linje, der går gennem punktet $P(-5,2)$ og er parallel med linjen givet ved ligningen $-4x+7y+6=0$.

Opgave 47: Reducér udtrykket $(a+3b)^2-6b(2b+a)$.

Opgave 48: Reducér udtrykket $(2x-3y)^2-(2x+3y)(2x-3y)$.

Opgave 49: Reducér udtrykket $2(3a-b)^2-3(b+a)(5a+b)$.

Opgave 50: Reducér udtrykket $(a+3b)(3b-a)+a^2-4b(b+3)$.

Opgave 51: Reducér udtrykket $-(2x+3)^2+5(x+1)-6(3-x)$.

Opgave 52: Reducér udtrykket $\dfrac{4a^2-9b^2}{4a^2+12ab+9b^2}$.

Opgave 53: Reducér udtrykket $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{2x}{x^2-1}$.

Opgave 54: Reducér udtrykket $\dfrac{2xy^2-5x^2y}{4y-10x}$.

Opgave 55: Reducér udtrykket $(x+1)^2+(x+1)(x^2-1)$.

Opgave 56: Bestem $\int\left(x^5+5x^4+7x^3-x^2+x-4\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 57: Bestem $\int\left(2\cdot\sin(x)-5\cdot e^x\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 58: Bestem $\int\left(6^x-\cos(x)\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 59: Bestem $\int\left(8x^4-3x^2+7x-3\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 60: Bestem $\int\left(\sin(4x)-\cos(3x)+4\cdot\sin(2x)\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 61: Bestem $\int\left(e^{3x}-4\cdot e^{2x}+e^{-x}\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 62: Bestem $\int_1^e\left(\dfrac{1}{x}-x\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 63: Bestem $\int_{-1}^3\left(3x^2+4x-2\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 64: Bestem $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin(x)+\cos(x)\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 65: Bestem $\int(5x+3)^4\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 66: Bestem $\int -4\cdot(7x-2)^7\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 67: Bestem $\int 3\cdot(9x+5)^2\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 68: Bestem $\int\dfrac{\cos(x)}{\sin(x)}dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 69: Bestem $\int x\cdot\cos(x)\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 70: Bestem $\int\dfrac{4x+6}{x^2+3x-7}dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 71: Bestem $\int_0^1 x\cdot e^x dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 72: Bestem $\int_1^4 x^3 \cdot \ln(x)\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 73: Bestem $\int_0^{\pi} \sin(x)\cdot\cos^4(x)\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 74: Bestem $\int \left(1+\tan^2(x)\right)\cdot\ln\left(\tan(x)\right)dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 75: Bestem $\left(\sin(4x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 76: Bestem $\left(\cos\left(\frac{x}{2}\right)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 77: Bestem $\left(\tan(-x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 78: Bestem $\left(\ln(-x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 79: Bestem $\left(5\cdot e^{7x}\right)'$, $\left(4\cdot e^{3x}\right)'$, $\left(-8\cdot e^{-x}\right)'$ og $\left(14\cdot e^{\frac{x}{7}}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 80: Bestem $\left(4^{7x}\right)'$, $\left(7^{4x}\right)'$, $\left(8^{-x}\right)'$ og $\left(1{,}07^{\frac{x}{6}}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 81: Bestem $\int \sin(5x)\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 82: Bestem $\int \cos(-x)\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 83: Bestem $\int e^{5x}dx$, $\int e^{13x}dx$, $\int e^{-x}dx$ og $\int 5\cdot e^{\frac{x}{4}}dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 84: Bestem $\int \sqrt{5x}\cdot dx$ Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 85: Bestem $(5x+4)'$, $(7x-3)'$, $(-x+9)'$ og $(3x+17)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 86: Bestem $\int(2x+3)\,dx$, $\int\left(4x^2+5x-7\right)dx$, $\int\left(x^4+5x^3-2x^2-4x+8\right)dx$ og $\int(10x-3)\,dx$

Opgave 87: Bestem $\int_0^2(6x-5)\,dx$, $\int_1^3\left(3x^2-4x-1\right)dx$ og $\int_{-1}^1\left(4x^3-3x\right)dx$ .Regn i hånden.Tjek Maple.

Opgave 88: Bestem $\left((7x+4)^8\right)'$, $\left((5x-9)^6\right)'$, $\left((-x+3)^4\right)'$ og $\left(\left(\frac{x}{3}-5\right)^7\right)'$ Regn hånden.Tjek Maple

Opgave 89: Bestem $\int(4x-5)^6\,dx$, $\int(3x+7)^4\,dx$ og $\int(8x-10)^2\,dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 90: Bestem $\int \frac{3}{5x}dx$, $\int -\frac{4}{x}dx$ og $\int \frac{1}{5x}dx$. Regn i hånden. Tjek med Maple. Husk *k*.

Opgave 91: Bestem $\int \frac{1}{x+2}dx$, $\int \frac{1}{3x+4}dx$, $\int \frac{3}{5x+8}dx$ og $\int -\frac{5}{7x+2}dx$. Regn i hånden. Tjek Maple.

Opgave 92: Bestem $\left(x^7\cdot\cos(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 93: Bestem $\left(\ln(x)\cdot\sqrt{x}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 94: Bestem $\left(4^x\cdot x^4\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 95: Bestem $\left(e^{5x}\cdot\sin(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 96: Bestem $\left(\sin(x)\cdot\cos(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 97: Bestem $\left(\frac{\ln(x)}{5^x}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 98: Bestem $\left(\frac{\sin(x)}{x^4}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 99: Bestem $\left(\frac{\tan(x)}{\sqrt{x}}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 100: Bestem $\left(\cos\left(x^2+3x-7\right)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 101: Bestem $\left(\ln\left(\sin(x)\right)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 102: Bestem $\left(\sin^4(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 103: Bestem $\left(\mathrm{e}^{x^3+5x^2-3x+1}\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 104: Bestem $\left(\cos\left(\mathrm{e}^{\sin(x)}\right)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 105: Bestem $\left(\left(\ln\left(x^2+4x+5\right)\right)^6\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 106: Bestem $\left(\mathrm{e}^{\cos(x)}\cdot\ln(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 107: Bestem $\left(6^{\sqrt{x}}\cdot\sin(x)\right)'$. Regn i hånden. Tjek med Maple.

Opgave 108: Bestem den afledede funktion af funktionerne givet ved følgende funktionsforskrifter:

a) $f(x)=x^3+5x^2-9x+3$.

b) $g(x)=5\cdot\ln(x)-9\cdot\mathrm{e}^x$.

c) $h(x)=\cos(x)\cdot 19^x$

d) $i(x)=\frac{x^2+5x}{\sin(x)}$

e) $j(x)=7\cdot\mathrm{e}^{4x}-\cos(6x)$

f) $k(x)=\sqrt{x^3+7x-5}$

Opgave 109: Bestem følgende ubestemte integraler:

a) $\int\left(x^3-6x^2+4x-7\right)dx$

b) $\int\left(3\cdot\cos(x)-12\cdot\mathrm{e}^x\right)dx$

c) $\int\left(\mathrm{e}^{5x}+3\cdot\sin(4x)\right)dx$

d) $\int\left(3x^2+7\right)\cdot\mathrm{e}^{x^3+7x-5}\,dx$

Opgave 110: Udregn følgende bestemte integraler:

a) $\int_{-1}^{2}\left(\mathrm{e}^x+1\right)dx$

b) $\int_{0}^{\pi}\sin(x)\cdot\mathrm{e}^{\cos(x)}\,dx$

Opgave 111: Undersøg, om $x\mapsto 3\cdot\mathrm{e}^x+x^2$ er en løsning til differentialligningen $y'-y+x^2=2x$

Opgave 112: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx}=\frac{y^2-x}{2y}$, og grafen for *f* går gennem punktet $P(-3,3)$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i P.

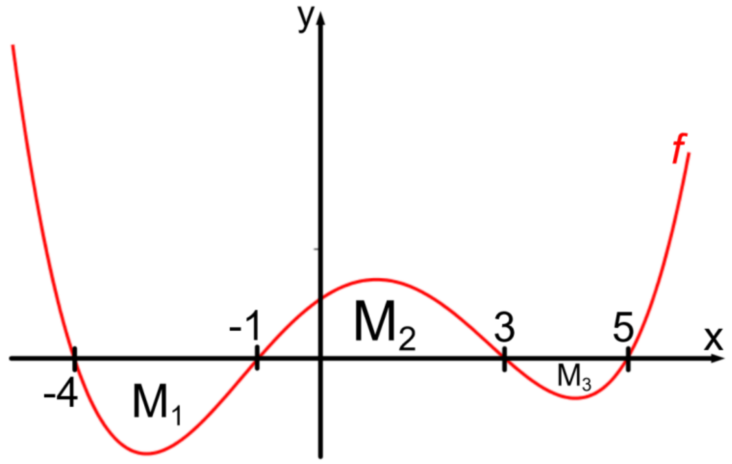
Opgave 113: En funktion *f* er givet for forskriften $f(x)=x^2+3x+5$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(1, f(1))$.

Opgave 114: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=2x^3+9x^2-60x+5$.

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem det sted, hvor grafen for *f* har vendetangent.

Opgave 115: Grafen for funktionen *f* skærer førsteaksen i -4, -1, 3 og 5 og danner sammen med denne de tre punktmængder M_1, M_2 og M_3:



Det oplyses, at arealerne af de to første punktmængder er $A_{M_1}=3753$ og $A_{M_2}=4096$,

samt at $\int_{-1}^{5} f(x)\,dx=3024$.

a) Bestem $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$.

b) Bestem $\int_{-4}^{-1} f(x)\,dx$.

c) Bestem arealet af punktmængden M_3.

Opgave 116: Bestem den afledede funktion af funktionerne givet ved følgende funktionsforskrifter:

a) $f(x)=2x^4-x^2+5x-17$.
b) $g(x)=4\cdot\sqrt{x}+7\cdot e^x$.
c) $h(x)=5^x\cdot\sin(x)$
d) $i(x)=\dfrac{x^2-3x}{e^x}$
e) $j(x)=\ln(3x)+5\cdot\sin(8x)$
f) $k(x)=\sqrt{\cos(x)+2}$

Opgave 117: Bestem følgende ubestemte integraler:

a) $\int(5x^4+x^2-6x+9)\,dx$
b) $\int(15\cdot e^x+2\cdot\sin(x))\,dx$
c) $\int(5\cdot\cos(8x)-4\cdot e^{7x})\,dx$
d) $\int -\sin(x)\cdot e^{\cos(x)+1}\,dx$

Opgave 118: Udregn følgende bestemte integraler:

a) $\int_{-1}^{2}\left(3x^2+1\right)dx$

b) $\int_{0}^{1}\left(3x^2+4\right)\sqrt{x^3+4x+7}\,dx$

Opgave 119: Undersøg, om $x\mapsto\frac{1}{x}+e^{x^2}$ er en løsning til differentialligningen $y'-2\cdot x\cdot y+2=-\frac{1}{x^2}$

Opgave 120: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{y}$, og grafen for *f* går gennem punktet $P(4,2)$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i *P*.

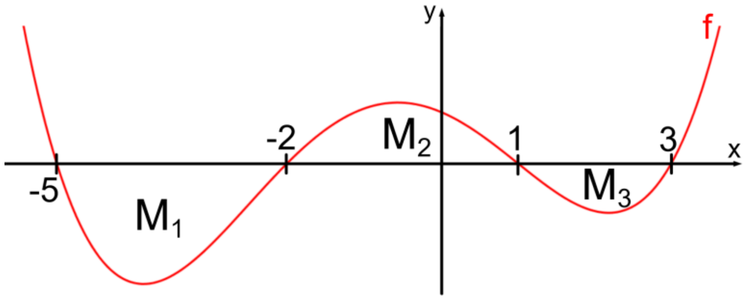
Opgave 121: En funktion *f* er givet for forskriften $f(x)=x^2-2x+1$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(2,f(2))$.

Opgave 122: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1$.

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem det sted, hvor grafen for *f* har vendetangent.

Opgave 123: Grafen for funktionen *f* skærer førsteaksen i -5, -2, 1 og 3 og danner sammen med denne de tre punktmængder M_1, M_2 og M_3:



Det oplyses, at arealerne af de to sidste punktmængder er $A_{M_2}=1377$ og $A_{M_3}=752$, samt at $\int_{-5}^{1}f(x)dx=-1296$.

a) Bestem $\int_{-2}^{1}f(x)dx$.

b) Bestem $\int_{1}^{3}f(x)dx$.

c) Bestem arealet af punktmængden M_1.

Opgave 124: Udregn følgende aritmetiske udtryk. Angiv svaret som en uforkortelig brøk (dvs. ingen blandede tal og ingen decimaltal).

$a)\ 5\cdot\frac{3}{4}$ $b)\ \frac{7}{3}\cdot 2$ $c)\ 2\cdot\frac{7}{4}$ $d)\ \frac{\frac{5}{7}}{3}$ $e)\ \frac{\frac{1}{3}}{4}$ $f)\ \frac{7}{\frac{4}{5}}$

$g)\ \frac{3}{7}\cdot\frac{5}{2}$ $h)\ \frac{8}{3}\cdot\frac{1}{4}$ $i)\ \frac{\frac{12}{7}}{\frac{6}{5}}$ $j)\ \frac{3}{5}+\frac{6}{5}$ $k)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ $l)\ \frac{2}{3}+\frac{4}{5}$

Opgave 125: Reducér følgende udtryk.

$a)\ -3x^2y\cdot\left(-4\cdot x\cdot y^3\right)$

$b)\ 6a^2b\cdot\left(-5ab^3c\right)\cdot\left(-2ac\right)\cdot\left(-b\right)$

Opgave 126: Anvend potensregnereglerne til at reducere følgende udtryk:

$$a)\, x^3\cdot x^9 \quad b)\, y^6\cdot y^4\cdot y \quad c)\,\frac{a^8}{a^5} \quad d)\, a^{-4}\cdot a^7 \quad e)\, x^{-3}\cdot x^{-11}$$

$$f)\,\frac{x^8}{x^2} \quad g)\,\frac{b^6}{b^{-7}} \quad h)\,\left(x^4\right)^5 \quad i)\,\frac{a^4\cdot a^{-3}\cdot a^5}{a^{-6}\cdot\left(a^2\right)^5}$$

Opgave 127: Udregn følgende:

$$a)\,\sqrt{9} \quad b)\,\sqrt{1} \quad c)\,\sqrt{0} \quad d)\,\sqrt[3]{8} \quad e)\,\sqrt[3]{-27} \quad f)\,16^{\frac{1}{2}} \quad g)\,37^0$$

$$h)\,1000^{\frac{1}{3}} \quad i)\,1000^{-\frac{1}{3}} \quad j)\,8^{\frac{2}{3}} \quad k)\,100000^{\frac{2}{5}} \quad l)\,27^{-\frac{2}{3}}$$

Opgave 128: Bestem følgende værdier og løs ligningerne med numerisk værdi.

$$a)\,|-13| \quad b)\,|8| \quad c)\,|0| \quad d)\,|x|=5 \quad e)\,|x+1|=4 \quad f)\,|2x+3|=7$$

Opgave 129: Omskriv følgende decimalbrøker til uforkortelige brøker med hele tal i tæller og nævner.

$$a)\,12{,}7 \qquad b)\,7{,}\overline{3} \qquad c)\,2{,}\overline{417}$$

Opgave 130: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=\mathrm{e}^x+2\cdot\mathrm{e}^{-x}+2x$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P\left(0, f(0)\right)$.
b) Bestem den mindste værdi, som funktionen *f* antager.
c) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 131: Grafen for funktionen $f: x \mapsto x^3-13x-12$ danner sammen med førsteaksen to punktmængder *M* og *N*, der ligger henholdsvis over og under førsteaksen.

a) Bestem arealet af punktmængden *M*, der ligger over førsteaksen.
b) Bestem den værdi af *k* ($-1<k<4$), hvor linjen med ligningen $x=k$ deler punktmængden *N* i to arealmæssigt lige store dele.

Opgave 132: En population af fluer opfylder differentialligningen

$$\frac{dN}{dt}=2{,}4\cdot 10^{-6}\cdot N\cdot\left(65000-N\right)$$

hvor *N* er antallet af fluer og *t* er tiden målt i uger.
Efter 2 uger er populationens størrelse på 2000 fluer.

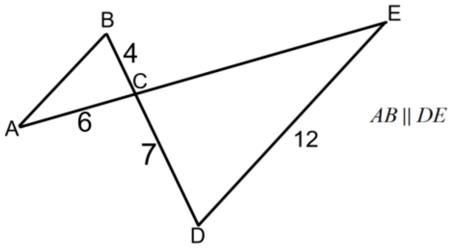
a) Bestem en forskrift for $N(t)$.
b) Hvor mange fluer er der i populationen, når populationens væksthastighed er størst?
c) Bestem den største væksthastighed for populationen.

Opgave 133: Grafen for funktionen $f: x \mapsto -x^2-\sin(x)$ danner sammen med førsteaksen en punktmængde *M*.

a) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* drejes 360° omkring førsteaksen.

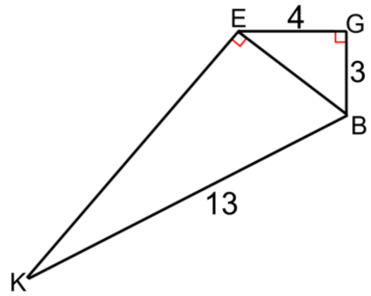
Opgave 134: Bestem den partikulære løsning til differentialligningen $2\cdot y'+12\cdot y=420$, hvis graf går gennem punktet $(1,5)$.

Opgave 135: Siderne *AB* og *DE* er parallelle, og $|BC|=4$, $|AC|=6$, $|CD|=7$ og $|DE|=12$.



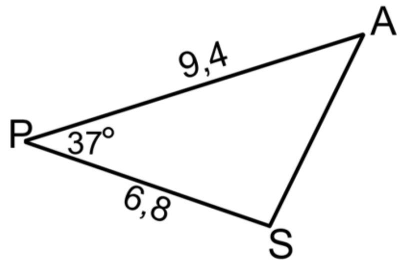
a) Argumentér for, at trekanterne *ABC* og *CDE* er ensvinklede.
b) Bestem $|AB|$ og $|CE|$.

Opgave 136: Firkanten *BGEK* kan opdeles i to retvinklede trekanter *BEG* og *BEK* med de rette vinkler $\angle G$ og $\angle BEK$.



a) Bestem $|EK|$

Opgave 137: I trekant *APS* er $|AP| = 9,4$, $|PS| = 6,8$ og $\angle P = 37°$.



a) Bestem arealet af trekant *APS*.

b) Bestem $|AS|$

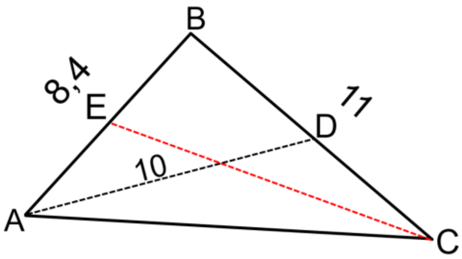
Opgave 138: I trekant *ABC* er $\angle A = 23°$, $a = 9$ og $c = 15$. Desuden oplyses det, at $\angle C$ er stump.

a) Bestem $\angle C$.

b) Bestem *b*.

Opgave 139: I trekant *ABC* kaldes medianen fra *A*'s fodpunkt *D*, mens vinkelhalveringslinjen fra *C*'s fodpunkt kaldes *E*.

Det er oplyst, at $|AB| = 8,4$ og $|BC| = 11$ samt at medianen fra *a* har længden 10 ($m_a = 10$)



a) Bestem $\angle B$.

b) Bestem $\angle C$.

c) Bestem $|AE|$.

Opgave 140: En linje *l* er givet ved ligningen $5x - 3y + 8 = 0$.

a) Bestem en parameterfremstilling for den linje *k*, der er parallel med *l* og går gennem punktet $P(-7,13)$.

Opgave 141: Trekant *ABC* har hjørnerne $A(5,8), B(2,-3)$ og $C(-6,1)$.

a) Bestem arealet af trekant *ABC*.

Opgave 142: En cirkel er givet ved ligningen $x^2 - 4x + y^2 + 8y - 5 = 0$.

a) Bestem cirklens radius samt koordinatsættet til cirklens centrum.

b) Bestem en ligning for den tangent til cirklen, der rører cirklen i punktet $P(6,-1)$.

Opgave 143: Bestem den værdi af *t*, for hvilken vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ t \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 144: En kugle har centrum i $C(8,-7,6)$, og planen α givet ved ligningen

$3x-4y+12z+45=0$ er tangentplan til kuglen.

a) Bestem en ligning for kuglen.

b) Bestem en ligning for den plan β, der også er en tangentplan til kuglen, men som rører kuglen i punktet $P(-4,-3,9)$.

Opgave 145: I rummet er givet punkterne

$A(5,1,-8)$, $B(-3,0,-4)$, $C(7,6,3)$, $D(11,5,-9)$ og $E(4,-7,2)$.

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.

b) Bestem en parameterfremstilling for linjen *l*, der går gennem punkterne *D* og *E*, og bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem α og *l*.

c) Bestem vinklen mellem α og *l*.

Opgave 146: En funktion *f* har forskriften $f(x)=5x^3-7x^2+x-9$. Bestem $f'(x)$.

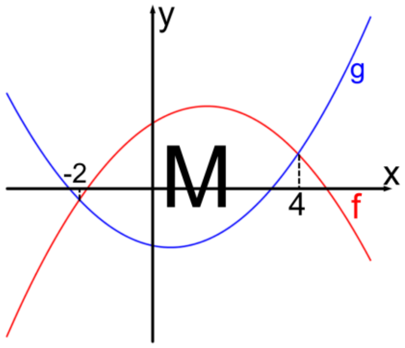
Opgave 147: En funktion *f* har forskriften $f(x)=\ln(x)\cdot\cos(x)$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 148: En funktion *f* har forskriften $f(x)=-3x^2+6x-1$. Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(2,9)$

Opgave 149: Bestem monotoniforholdene for funktionen *f* med forskriften
$f(x)=-x^3+9x^2-15x-11$

Opgave 150: Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x)=e^{\sqrt{x}}-x$ er en løsning til differentialligningen $2\cdot y'\cdot x-y=\sqrt{x}$.

Opgave 151: Graferne for funktionerne *f* og *g* skærer hinanden i -2 og 4, og de danner sammen en punktmængde *M*.



Benyt nogle af nedenstående oplyste værdier til at bestemme arealet af *M*.

	$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)$	$g(x)$	$g'(x)$	$G(x)$
$x=-2$	-1	$\frac{14}{3}$	$-\frac{50}{9}$	-1	$-\frac{10}{3}$	$\frac{62}{9}$
$x=4$	3	$-\frac{10}{3}$	$\frac{220}{9}$	3	$\frac{14}{3}$	$-\frac{100}{9}$

Opgave 152: I en model for størrelsen af en population af rotter antages det, at populationens størrelse *N* (målt i antal rotter) er en løsning til differentialligningen $\frac{dN}{dt}=5\cdot10^{-5}\cdot N\cdot(4000-N)$ hvor *t* er tiden målt i antal uger efter observationsstart. 5 uger efter observationsstart er der 600 rotter i populationen.

a) Bestem væksthastigheden for populationen 5 uger efter observationsstart.

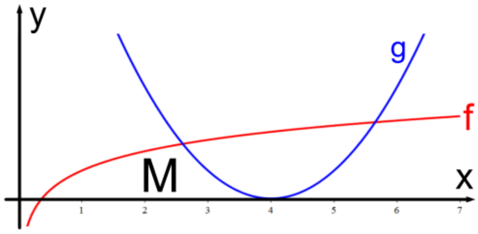
b) Hvor mange uger efter observationsstart er populationens væksthastighed størst, **og** hvor mange rotter er der i populationen på dette tidspunkt?

Opgave 153: Funktionerne *f* og *g* er givet ved

$$f(x) = \ln(x) + 1 \quad ; x > 0$$

$$g(x) = (x-4)^2$$

Graferne for *f* og *g* danner sammen med førsteaksen en punktmængde *M*.



a) Bestem arealet af *M*.
b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* roteres 360° omkring førsteaksen.

Opgave 154: Temperaturen *T* af en kasse (målt i °C) er som funktion af tiden *t* (målt i minutter) en løsning til differentialligningen $\frac{dT}{dt} = 0,037 \cdot (21 - T)$. Efter 3 minutter er temperaturen af kassen 58°C.

a) Hvad er væksthastigheden af temperaturen af kassen efter 10 minutter?

Opgave 155: Løs ligningen $4x + 8 = 11x - 3$

Opgave 156: Reducér udtrykket $(2a - 3b) \cdot (a + 4b)$

Opgave 157: Løs ligningen $x^2 - 3x - 40 = 0$

Opgave 158: Det oplyses, at *y* er ligefrem proportional med *x*. Udfyld tabellen:

x	**3**	**5**	
y	**21**		**56**

Opgave 159: Reducér udtrykket $2a \cdot (a + 2b) - 4b \cdot (a - 3b)$

Opgave 160: En ret linje *l* går gennem punkterne $A(-2, 7)$ og $B(3, -8)$. Bestem en ligning for *l*.

Opgave 161: Løs ligningen $\frac{1}{3} \cdot (x + 2) + 4 = 2x - 1$

Opgave 162: En ret linje *m* går gennem punktet $P(-4, 7)$ og har hældningen 2. Bestem en ligning for *m*.

Opgave 163: Bestem koordinatsættet for toppunktet for parablen givet ved ligningen $y = 3x^2 - 2x + 5$

Opgave 164: Det oplyses, at *x* og *y* er omvendt proportionale. Udfyld tabllen:

x	**2**	**5**	
y		**6**	**1**

Opgave 165: Løs ligningen $-2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Opgave 166: Reducér udtrykket $(p + 3q)^2 - 9q \cdot (p + q)$

Opgave 167: Den rette linje *l* er bestemt ved ligningen $y = \frac{1}{4} \cdot x + \frac{47}{19}$. Bestem en ligning for den rette linje *m*, der er ortogonal med *l* og går gennem punktet $P(3, -8)$.

Opgave 168: Reducér udtrykket $(4x - 5y) \cdot (4x + 5y) - (x - 2y)^2$

Opgave 169: Undersøg, om 2 er en løsning til ligningen $x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$

Opgave 170: For **hvilke** værdier af *k* har ligningen $5x^2 + k \cdot x + 5 = 0$ netop én løsning?

Opgave 171: En cirkel har centrum i $C(-5,3)$, og punktet $P(7,1)$ ligger på cirklen.
Bestem en ligning for den tangent til cirklen, der har røringspunktet *P*.

Opgave 172: Reducér udtrykket $\dfrac{x^2+6x}{x^2+12x+36}$

Opgave 173: Løs ligningen $2\cdot x^3+7=61$

Opgave 174: Reducér udtrykket $\dfrac{x^2+5x-14}{x^2-6x+8}$

Opgave 175: Bestem tværvektoren til vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$

Opgave 176: Bestem prikproduktet af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\-7\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$

Opgave 177: Bestem determinanten $\det(\vec{a},\vec{b})$ af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-6\\1\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\-7\end{pmatrix}$

Opgave 178: Bestem afstanden mellem punkterne $A(-3,4)$ og $B(9,-1)$

Opgave 179: Bestem længden af vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}8\\-6\end{pmatrix}$

Opgave 180: Det oplyses, at $\overrightarrow{OF}=(7,2)$ og $\overrightarrow{DF}=\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$. Bestem koordinatsættet til punktet *D*.

Opgave 181: Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}9\\-4\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}t\\5\end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 182: Bestem den værdi af *k*, for hvilken vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-4\\k\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}11\\8\end{pmatrix}$ er parallelle.

Opgave 183: Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne
$\vec{a}=\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}13\\-7\end{pmatrix}$.

Opgave 184: Bestem for vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

Opgave 185: Undersøg, om vinklen mellem vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-7\\12\end{pmatrix}$ er spids, ret eller stump.

Opgave 186: Bestem arealet af trekant *ABC* med hjørnerne $A(2,5)$, $B(-1,4)$ og $C(1,-8)$.

Opgave 187: Linjen *m* er givet ved ligningen $5x-7y+2=0$; $G=\mathbb{R}^2$. Bestem en parameter-fremstilling for den linje *l*, der står vinkelret på linjen *m* og går gennem punktet $P(11,-3)$.

Opgave 188: En linje *l* er givet ved ligningen $9x-2y+18=0$; $G=\mathbb{R}^2$.
Bestem en parameterfremstilling for linjen *l*.

Opgave 189: En linje *m* er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$; $t\in\mathbb{R}$.
Bestem en ligning for linjen *m*.

Opgave 190: En cirkel er givet ved ligningen $x^2+12x+y^2-8y+11=0$; $G=\mathbb{R}^2$.
Bestem radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

Opgave 191: En cirkel har centrum i $C(8,-3)$, og punktet $P(-9,6)$ ligger på cirklen.
Bestem en ligning for den tangent til cirklen, der går gennem *P*.

Opgave 192: Bestem koordinatsættene til skæringspunkterne mellem cirklen *C* og linjen *l* givet ved ligningerne:

$$C: \quad (x-4)^2+(y-2)^2=20 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$$

$$l: \quad y=x-4 \qquad ; \quad G=\mathbb{R}^2$$

Opgave 193: Trekant *ABC* har vinkelspidserne *A* og *B* liggende på linjen med ligningen $3x+4y-12=0$, mens $C(10,8)$ ikke ligger på denne linje.

Bestem koordinatsættet til fodpunktet af højden fra *C*.

Opgave 194: Undersøg, om linjen givet ved ligningen $-x+2y+1=0$; $G=\mathbb{R}^2$ er tangent til cirklen givet ved ligningen $(x+3)^2+(y-5)^2=36$; $G=\mathbb{R}^2$.

Opgave 195: Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\-2\\6\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\5\\8\end{pmatrix}$.

Opgave 196: Bestem prikproduktet af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-16\\13\\8\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-13\\-12\\5\end{pmatrix}$.

Opgave 197: Bestem krydsproduktet af vektorerne $\vec{c}=\begin{pmatrix}9\\4\\-1\end{pmatrix}$ og $\vec{d}=\begin{pmatrix}-7\\3\\-2\end{pmatrix}$.

Opgave 198: Bestem arealet af trekanten, der udspændes af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-4\\11\\-13\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}18\\7\\-26\end{pmatrix}$.

Opgave 199: Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\t+3\\-5\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}t\\2\\-14\end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 200: Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-1\\7\\3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\6t+5\\-9\end{pmatrix}$ er parallelle.

Opgave 201: Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjerne *m* og *l*:

$$m: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-7\\4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-5\\6\\1\end{pmatrix} \qquad l: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-1\\-6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\-2\\-4\end{pmatrix}$$

Opgave 202: En plan er givet ved ligningen $9x-13y+7z+51=0$; $G=\mathbb{R}^3$.

Bestem koordinatsættet til planens skæring med *y*-aksen.

Opgave 203: Planerne α og β er givet ved ligningerne:

$$\alpha: \quad -3x+5y+z-11=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

$$\beta: \quad 2x-9z+15=0 \qquad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

a) Bestem den stumpe vinkel mellem planerne α og β.
b) Bestem den spidse vinkel mellem planerne α og β.

Opgave 204: $A(6,-9,7)$, $B(-10,1,7)$, $C(3,-12,5)$, $D(2,11,16)$ og $E(-5,4,-8)$ er punkter i rummet.

a) Bestem en ligning for planen α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.
b) Bestem en parameterfremstilling for den rette linje *l*, der går gennem punkterne *D* og *E*.
c) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjen *l* og planen α.
d) Bestem vinklen mellem linjen *l* og planen α.
e) Bestem afstanden fra punktet *D* til planen α.
f) Bestem koordinatsættet til projektionen af punktet *E* på planen α.

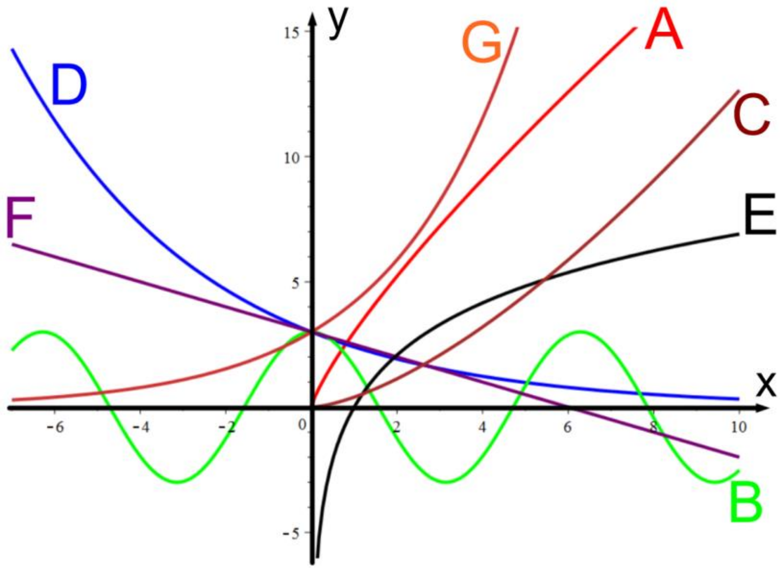
Opgave 205: En kugle er givet ved ligningen $x^2+14x+y^2-10y+z^2-218=0 \quad ; \; G=\mathbb{R}^3$.

a) Bestem radius og koordinatsættet til kuglens centrum.
b) Vis, at punktet $P(5,-7,2)$ ligger på kuglen.
c) Bestem en ligning for den tangentplan til kuglen, der rører kuglen i punktet *P*.

Opgave 206: $A(2,8,-3)$, $B(-5,0,7)$, $C(4,-1,6)$ og $D\left(\frac{425}{9},2,-7\right)$ er punkter i rummet.

a) Figuren *ABCD* er en plan firkant, der ikke er et parallelogram. Bestem arealet af firkant *ABCD*.

Opgave 207: Nedenfor ses graferne for funktionerne f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6 og f_7. Angiv (uden argumentation) hvilken graf, der hører til hver af funktionerne.



Funktion	Graf
$f_1(x)=3\cdot 0{,}8^x$	
$f_2(x)=3\cdot \ln(x)$	
$f_3(x)=-0{,}5\cdot x+3$	
$f_4(x)=3\cdot x^{0{,}8}$	
$f_5(x)=3\cdot \cos(x)$	
$f_6(x)=0{,}4\cdot x^{1{,}5}$	
$f_7(x)=3\cdot 1{,}4^x$	

Opgave 208: En ret linje *l* går gennem punkterne $A(-3,11)$ og $B(5,-13)$.

Bestem en ligning for *l*.

Opgave 209: En funktion *f* er angivet ved nedenstående gaffelforskrift

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & ; \quad x<-3 \\ 2\cdot\sin(x)+3 & ; \quad -3\le x\le 3 \\ -3\cdot\cos(2\cdot x)+5 & ; \quad 3<x \end{cases}$$

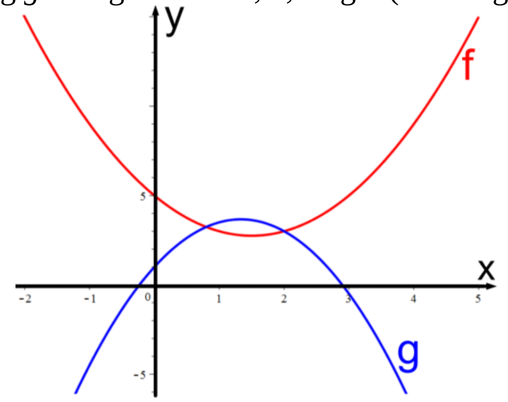
Bestem følgende funktionsværdier:

a) $f(-10)$ b) $f(-\pi)$ c) $f(0)$ d) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ e) $f(\pi)$ g) $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

Opgave 210: Om en eksponentiel udvikling *f* oplyses det, at halveringskonstanten er 7, og at $f(-3)=40$. Bestem $f(18)$.

Opgave 211: Nedenfor ses graferne for andengradspolynomierne $f(x)$ og $g(x)$.

Polynomierne er angivet på formen $a\cdot x^2+b\cdot x+c$, og *d* er diskriminanten for den tilsvarende andengradsligning.
Bestem for både *f* og *g* fortegnene for *a*, *b*, *c* og *d* (husk argumentation).



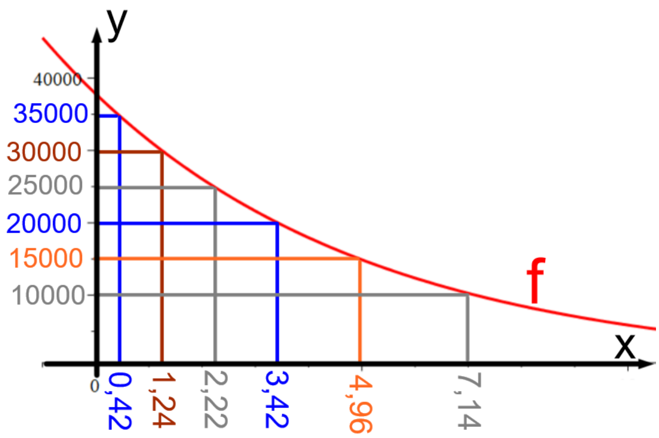
Opgave 212: Funktionerne *f*, *g* og *h* er givet ved forskrifterne:

$$f(x)=x^2+5$$
$$g(x)=2x-3$$
$$h(x)=\sin(x)+1$$

Bestem følgende funktionsværdier:

$a)\ (f+g)(1)$ $\quad b)\ \left(\frac{g}{f}\right)(4)$ $\quad c)\ (7\cdot h)\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $\quad d)\ f(g(2))$ $\quad e)\ (g\circ h)(\pi)$

Opgave 213: Nedenfor ses grafen for den eksponentielle udvikling *f* samt nogle sammenhørende *x*- og *y*-værdier. Bestem halveringskonstanten for *f*.



Opgave 214: Massen *m* (målt i kg) af en kasse med klodser er givet ved funktionsforskriften $m(x)=0{,}049\cdot x+0{,}273$, hvor *x* er antallet af klodser.

Fortolk konstanterne i forskriften.

Opgave 215: Bestem følgende værdier:

$a)\ \log(10000)$ $\quad b)\ \log(0{,}01)$ $\quad c)\ \log_6(36)$ $\quad d)\ \ln(e^{-7})$ $\quad e)\ \log_{13}\left(\frac{1}{13^3}\right)$

Opgave 216: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=4\cdot\sin(3x-5)+7$

a) Bestem maksimumsværdien og minimumsværdien for funktionen *f*.
b) Find et sted (en *x*-værdi), hvor funktionsværdien er 7 (der er uendeligt mange af sådanne steder).

Opgave 217: Man har et andengradspolynomium $p(x)=2x^2+4x-6$.

a) Bestem toppunktet for parablen, der er grafen for polynomiet.
b) Bestem de to steder, hvor parablen skærer førsteaksen.
c) Faktorisér polynomiet.

Opgave 218: Bestem en ligning for den rette linje, der går gennem punktet $P(-5,7)$ og har hældningen 3.

Opgave 219: Bestem en forskrift for den eksponentielle udvikling *f*, hvis graf går gennem punkterne $A(2,1)$ og $B(5,125)$.

Opgave 220: Løs følgende ligninger (isolér *x*):

$a)\ \ 4\cdot 5^x=7$

$b)\ \ 3\cdot\ln(x)-2=-5 \quad ; \quad x>0$

$c)\ \ \log\left(\frac{1}{x}\right)+\log\left(4x^3\right)=2 \quad ; \quad x>0$

Opgave 221: Værdien *V* af en bil (målt i kr.) er givet ved forskriften $V(t)=372500\cdot 0{,}87^t$, hvor *t* er tiden målt i antal år efter 2014.
Forklar, hvad konstanterne fortæller om værdien af bilen.

Opgave 222: En potensfunktion *f* er givet ved $f(x)=7\cdot x^2$. Hvor mange procent øges funktionsværdien, når *x*-værdien øges med 50%?

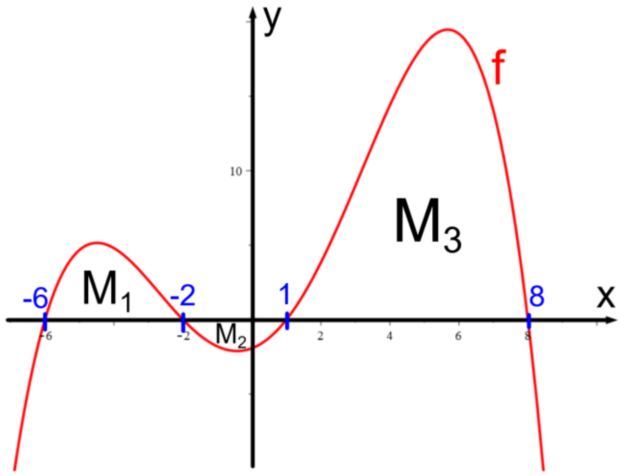
Opgave 223: Udregn følgende:

a) $\left(6x^3-7x^2+3x-12\right)'$ b) $\int\left(4x^3+5x^2+6x-7\right)dx$ c) $\left(\cos(x)\cdot 8^x\right)'$

d) $\int_0^2 3\cdot e^{4x}\,dx$ e) $\left(\ln\left(x^2+5x+8\right)\right)'$ f) $\int 5\cdot(6x+1)\cdot\left(3x^2+x-7\right)^9\,dx$

Opgave 224: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx}=\frac{e^{x^2-9}+2}{y+4}$, og grafen for *f* går gennem punktet $P(3,5)$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i *P*.

Opgave 225: Grafen for funktionen *f* skærer førsteaksen i -6, -2, 1 og 8 og danner sammen med denne de tre punktmængder M_1, M_2 og M_3:



Arealet af punktmængden M_2 er 4, og $\int_{-6}^{1} f(x)\,dx=9$ og $\int_{1}^{8} f(x)\,dx=81$.

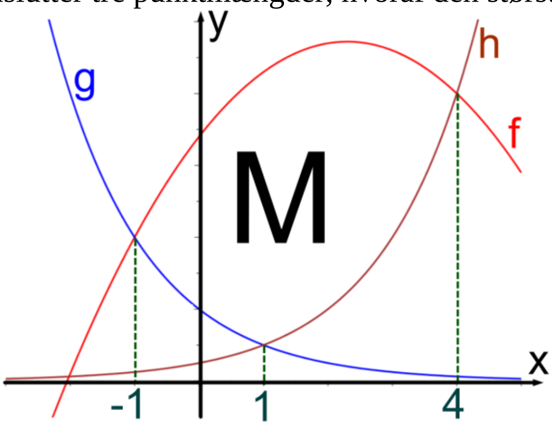
a) Bestem arealet af punktmængden M_3.

b) Bestem $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$

c) Bestem arealet af punktmængden M_1.

Opgave 226: Graferne for funktionerne *f*, *g* og *h* ses på figuren nedenfor. Graferne *f* og *g* skærer bl.a. hinanden i -1, graferne for *g* og *h* skærer hinanden i 1 og graferne for *f* og *h* skærer bl.a. hinanden i 4.

De tre grafer omslutter tre punktmængder, hvoraf den største, *M*, er angivet på figuren.



Nedenfor (på næste side) er angivet et skema med nogle funktionsværdier, hvor *F*, *G* og *H* er stamfunktioner for henholdsvis *f*, *g* og *h*. Benyt nogle af værdierne i skemaet til at bestemme arealet af punktmængden *M*.

$f'(-1)=3,3$	$f'(1)=1,3$	$f'(4)=-1,7$
$g'(-1)=-2,8$	$g'(1)=-0,7$	$g'(4)=-0,1$
$h'(-1)=0,2$	$h'(1)=0,7$	$h'(4)=5,5$
$f(-1)=4$	$f(1)=8,6$	$f(4)=8$
$g(-1)=4$	$g(1)=1$	$g(4)=0,1$
$h(-1)=0,3$	$h(1)=1$	$h(4)=8$
$F(-1)=-5$	$F(1)=8$	$F(4)=35$
$G(-1)=-6$	$G(1)=-1$	$G(4)=0$
$H(-1)=0$	$H(1)=1$	$H(4)=12$

Opgave 227: Antallet *N* af twitterbrugere (målt i mio.) opfylder differentialligningen

$$\frac{dN}{dt}=0,00277\cdot N\cdot(329-N)$$

hvor *t* er tiden målt i antal år efter 2010. I 2013 var der 200 mio. twitterbrugere.

a) Bestem væksthastigheden for antallet af twitterbrugere i 2013.
b) Bestem en forskrift for *N*.
c) Hvad er den øvre grænse for antallet af twitterbrugere?
d) Hvornår var væksthastigheden for antallet af twitterbrugere størst?

Opgave 228: Grafen for funktionen $f: x \mapsto -x^2+5x+84$ danner sammen med førsteaksen en punktmængde *M*.

a) Bestem arealet af *M*.
b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* roteres 360° omkring førsteaksen.
c) Bestem omkredsen af *M*.

Opgave 229: Udregn følgende udtryk (angiv værdien som helt tal eller uforkortelig brøk):

$$a)\ 7\cdot\frac{2}{5}\qquad b)\ \frac{\frac{5}{8}}{3}\qquad c)\ \frac{4}{\frac{1}{7}}\qquad d)\ \frac{6}{5}\cdot\frac{7}{3}\qquad e)\ \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{7}}\qquad f)\ \frac{8}{7}+\frac{3}{7}\qquad g)\ \frac{1}{4}+\frac{1}{5}\qquad h)\ \frac{3}{4}-\frac{2}{7}$$

Opgave 230: Reducér følgende udtryk

$a)\ -5x^3y^2\cdot\left(-2\cdot x\cdot y^5\right)$

$b)\ 3a\cdot b^4\cdot\left(-5a^2b^2c\right)\cdot\left(-10a\cdot c^2\right)\cdot\left(-b\right)\cdot\left(-1\right)$

$c)\ \left(-2x\right)^3\cdot\left(-x^4\right)^2$

Opgave 231: Reducér følgende udtryk

$a)\ y^4\cdot y^7$ $\quad b)\ x^5\cdot x^8\cdot x$ $\quad c)\ \dfrac{a^{12}}{a^9}$ $\quad d)\ y^{-4}\cdot y^{15}\cdot y^{-6}$ $\quad e)\ \left(x^3\right)^7$ $\quad f)\ \dfrac{a^2\cdot a^{-5}\cdot a^4}{a^{-7}\cdot\left(a^3\right)^8}$

Opgave 232: Udregn følgende udtryk

$a)\ \sqrt{25}$ $\quad b)\ \sqrt{1}$ $\quad c)\ \sqrt{0}$ $\quad d)\ \sqrt[3]{27}$ $\quad e)\ \sqrt[3]{-8}$ $\quad f)\ 9^{\frac{1}{2}}$ $\quad g)\ 83^0$

Opgave 233: Indbyggertallet i byen Sludkøbing ses i nedenstående tabel:

Årstal	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Indbyggertal	17456	15392	13512	11738	10287	9112

Det antages, at indbyggertallet N kan beskrives ved modellen

$$N(t)=b\cdot a^t$$

hvor t er antal år efter 1980.

a) Bestem a og b.
b) Hvad vil indbyggertallet være i 2015 ifølge modellen?
c) Hvornår vil indbyggertallet være nede på 3000 ifølge modellen?
d) Bestem halveringstiden for indbyggertallet.

Opgave 234: En tilfældigt udvalgt lille gruppe mennesker vejes og måles. Deres masse m (målt i kg) og højde h (målt i m) er angivet i tabellen nedenfor.

Højde	1,53	1,64	1,78	1,83	1,92
Masse	52	62	73	76	85

I en model antages det, at et menneskes masse m kan beskrives ved funktionsforskriften

$$m(h)=b\cdot h^a$$

a) Bestem a og b.
b) Hvor meget vil et menneske med højden 2,00 m veje ifølge modellen?
c) Hvilken højde skal et menneske have ifølge modellen, hvis massen skal være 65 kg?
d) Hvor mange procent øges massen ifølge modellen, hvis højden øges med 30%?

Opgave 235: Bestem tværvektoren til vektoren $\overrightarrow{AB}$, når $A(5,-3)$ og $B(-2,7)$.

Opgave 236: Bestem, om vinklen mellem vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ er spids, ret eller stump.

Opgave 237: Bestem de værdier for t, hvor længden af vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\t\end{pmatrix}$ er 13.

Opgave 238: Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne

$\vec{a}=\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}3\\-8\end{pmatrix}$.

Opgave 239: Linjen m er givet ved ligningen $-3x+2y-7=0\ \ ;\ \ G=\mathbb{R}^2$.

Bestem en parameterfremstilling for den linje l, der er parallel med linjen m og går gennem punktet $P(-5,8)$.

Opgave 240: En linje m er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}\ ;\ t\in\mathbb{R}$.

Bestem en ligning for linjen m.

Opgave 241: En cirkel er givet ved ligningen $x^2-12x+y^2+8y+3=0\ ;\ G=\mathbb{R}^2$.

Bestem radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

Opgave 242: Bestem for vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ følgende:

a) $\vec{a} + \vec{b}$
b) Vinklen mellem vektorerne.
c) Projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.
d) Arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne.

Opgave 243: Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} t+3 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ t \\ 5 \end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 244: Givet er punkterne $A(2,-7,3), B(-6,5,9), C(0,1,0)$ og $D(4,8,-3)$.

a) Bestem en ligning for planen α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.
b) Bestem afstanden fra punktet *D* til planen α.
c) Bestem en parameterfremstilling for linjen gennem *A* og *B*.
d) Bestem en ligning for kuglen med centrum i *A* og radius 7.

Opgave 245: En plan α er givet ved ligningen $-2x + y + 5z + 11 = 0$; $G = \mathbb{R}^3$, og en linje *l* er givet ved parameterfremstillingen:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; s \in \mathbb{R}$$

a) Bestem skæringspunktet mellem α og *l*.
b) Bestem den stumpe vinkel mellem α og *l*.
c) Undersøg, om punktet $(5,7,-3)$ ligger i planen α.
d) Undersøg, om punktet $(5,7,-3)$ ligger på linjen *l*.

Opgave 246: Reducér følgende udtryk: $a)\ x^6 \cdot x^9 \quad b)\ \dfrac{y^8}{y^3} \quad c)\ \dfrac{\left(a^5\right)^4 \cdot a^{-7}}{a}$

Opgave 247: Bestem følgende rødder: $a)\ \sqrt[5]{32} \quad b)\ \sqrt{121} \quad c)\ \sqrt[1]{17} \quad d)\ \sqrt[-1]{26} \quad e)\ \sqrt[-3]{8} \quad f)\ \sqrt[-5]{-32}$

Opgave 249: Løs følgende ligninger:

$a)\ (x-5)\cdot(x+3) = 0 \qquad b)\ 5\cdot\left(x^2 - 25\right)\cdot x = 0 \qquad c)\ \left(x^3 + 8\right)\cdot\left(x^2 + 17\right) = 0$

Opgave 250: Omregn til uforkortelige brøker: $a)\ 8^{-2} \quad b)\ 19^{-1} \quad c)\ \left(\dfrac{13}{5}\right)^{-1} \quad d)\ \left(\dfrac{7}{5}\right)^{-2} \quad e)\ 11\cdot 7^{-1} \quad f)\ \dfrac{2}{3^{-2}\cdot 5}$

Opgave 252: Beregn følgende: $a)\ 36^{\frac{1}{2}} \quad b)\ 0^{\frac{1}{2}} \quad c)\ 49^{-\frac{1}{2}} \quad d)\ 1000^{-\frac{1}{3}} \quad e)\ 32^{\frac{1}{5}} \quad f)\ \left(\dfrac{1}{81}\right)^{-\frac{1}{2}}$

Opgave 253: Udregn følgende: $a)\ \dfrac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}} \qquad b)\ \dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} \qquad c)\ \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$

Opgave 254: Beregn følgende rødder: $a)\ \sqrt[\frac{3}{2}]{8} \qquad b)\ \sqrt[-\frac{2}{3}]{16}$

Opgave 256: Beregn følgende $a)\ 8^{\frac{2}{3}} \quad b)\ 25^{\frac{3}{2}} \quad c)\ 10000000^{\frac{4}{7}} \quad d)\ (-27)^{\frac{2}{3}} \quad e)\ 125^{-\frac{2}{3}} \quad f)\ \left(\dfrac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$

Opgave 258: Løs følgende ligninger: $a)\ |x| = 31 \quad b)\ |x-3| = 17 \quad c)\ |5x| = 60 \quad d)\ |4x+7| = 12$

Opgave 260: Den 1. oktober 2018 var aldersfordelingen i Danmark:

Alder	[0,9]	]9,19]	]19,29]	]29,39]	]39,49]	]49,59]	]59,69]	]69,79]	]79,89]	]89,99]	]99,109]
Antal målt i tusinder	620	684	786	680	765	798	663	549	217	44	1

a) Tegn et histogram over aldersfordelingen **og** angiv typeintervallet.
b) Tegn en sumkurve over aldersfordelingen **og** angiv kvartilsættet.
c) Bestem 40%-fraktilen **og** fortolk resultatet.
d) Hvor stor en procentdel af den danske befolkning var 1.oktober 2018 mindst 67 år?
e) Hvor stor en procentdel af den danske befolkning var 1. oktober 2018 mellem 15 og 35 år?
f) Tegn et boksplot over aldersfordelingen **og** bestem IQR.

Opgave 261: To forskellige klasser opnåede i to forskellige prøver taget to forskellige år følgende karakterfordelinger:

Klasse A

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
Antal	0	2	4	2	4	4	7

Klasse B

Karakter	-3	00	02	4	7	10	12
Antal	0	0	0	1	1	14	15

a) Bestem typekaraktererne for de to klassers to forskellige prøver.
b) Tegn en trappekurve over karakterfordelingen i klasse A.
c) Bestem 20%-fraktilen for klasse A **og** fortolk resultatet.
d) Tegn i samme skema boksplot for de to klassers karakterfordelinger **og** bestem for begge klasser IQR.
e) Var der exceptionelle udfald i prøverne?

Opgave 262: Slikproducenten Colama oplyser, at deres blanding GumleGof består af følgende fordeling:

Runde røde	Sorte stjerner	Eftertragtede ellipser	Rosa rhomber	Orange ovaler
34%	22%	4%	31%	9%

Man har en mistanke om, at Colama snyder med denne fordeling og ønsker at teste det med signifikansniveauet 3%. Man køber derfor 5 poser af denne blanding.

a) Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til et sådant test, **og** bestem den kritiske værdi for teststørrelsen.

De 5 poser indeholder 269 stykker slik, der fordeler sig på følgende måde:

Runde røde	Sorte stjerner	Eftertragtede ellipser	Rosa rhomber	Orange ovaler
86	57	7	99	20

b) Bestem den forventede fordeling **og** bestem de *eftertragtede ellipsers* bidrag til Q-værdien.
c) Bestem Q-værdien **og** afgør, om nulhypotesen skal forkastes.

Opgave 263: Man ønsker at undersøge, om adfærdstype afhænger af karaktertype, og man vælger signifikansniveauet 5%.

a) Opstil en nulhypotese, der kan anvendes til denne undersøgelse.

Man observerer hos 1489 repræsentativt udvalgte personer følgende:

Adfærdstype \ Karaktertype	A	B	C	D
1	185	236	118	376
2	87	156	63	127
3	32	27	19	63

b) Angiv antal frihedsgrader **og** bestem den kritiske Q-værdi.
c) Bestem den forventede fordeling (angiv ét regneeksempel) **og** afgør, om nulhypotesen skal forkastes.

Opgave 264: I et $\chi^2 - GOF$ -test, hvor man anvender signifikansniveauet 2%, får man følgende bidrag til Q-værdien:

Dyreorden	Biller	Slimål	Havengle	Papegøjer	Rovdyr	Flagermus
Bidrag til Q-værdi	1,34	0,49	2,64	1,05	2,04	0,89

a) Bestem Q-værdien **og** bestem *p*-værdien.
b) Bestem den kritisk værdi for teststørrelsen.

Opgave 265: Bestem afledede funktioner af funktionerne givet ved følgende forskrifter:

a) $f(x) = x^4 - 5x^3 + 7x^2 - x + 8$

b) $g(x) = 7 \cdot \ln(x) - 3 \cdot \cos(x)$

c) $h(x) = x^3 \cdot \sin(x)$

d) $k(x) = 12 \cdot \mathrm{e}^{x^2+5x-7}$

e) $l(x) = \dfrac{5}{6^x}$

Opgave 266: Bestem følgende ubestemte integraler:

a) $\int (4x^3 + x^2 + 6x - 9)\,dx$

b) $\int (5 \cdot \cos(x) - 4 \cdot \mathrm{e}^x)\,dx$

c) $\int (8x+5) \cdot \sin(4x^2 + 5x - 9)\,dx$

Opgave 267: Udregn nedenstående:

a) $\int_1^3 (3x^2 - 2)\,dx$

b) $\int_0^1 \dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 5}\,dx$

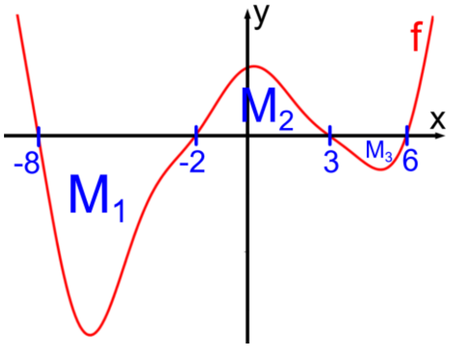
Opgave 268: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 \cdot x + 3}{x + y}$, og grafen for *f* går gennem punktet $P(1,3)$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i *P*.

Opgave 269: Undersøg, om funktionen *f* givet ved $f(x) = \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ er en løsning til differentialligningen

$$\left(\frac{dy}{dx} - y\right) \cdot \mathrm{e}^x = 2x$$

Opgave 270: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 5 \cdot \mathrm{e}^x + 3$.
Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(0, f(0))$.

Opgave 271: En funktion *f* har nulpunkterne $x=-8$, $x=-2$, $x=3$ og $x=6$, og grafen for *f* danner sammen med førsteaksen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3 (se nedenstående figur).



Arealerne af M_1 og M_2 er henholdsvis 106 og 33, og det oplyses, at $\int_{-2}^{6} f(x)\,dx = 22$.

a) Bestem $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx$

b) Bestem $\int_{-8}^{-2} f(x)\,dx$

c) Bestem arealet af M_3

d) Bestem $\int_{6}^{-8} f(x)\,dx$

Opgave 272: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=\left(-x^2+x+4\right)\cdot e^{0{,}1\cdot x}$

I første kvadrant danner grafen for *f* sammen med førsteaksen og andenaksen en punktmængde *M*.

a) Bestem arealet af *M*.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når punktmængden *M* roteres 360° omkring førsteaksen.

c) Bestem omkredsen af *M*.

Opgave 273: Reducér følgende udtryk

$a)\quad (a+2b)\cdot(3a-4b)+2b(4b-a)$ $\qquad b)\quad (3x-y)\cdot(2x+6y)+2y(3y-8x)$

$c)\quad (4c-2f)\cdot(f-3c)-2c\cdot(5f-6c)$ $\qquad d)\quad (5p-3q)\cdot(4q-2p)-q\cdot(26p-12q)$

Opgave 274: Reducér udtrykkene

$a)\quad (3x+y)^2-(2x+y)\cdot(4x+y)$ $\qquad b)\quad (4a-3b)^2-2\cdot(4b-8a)\cdot(b-a)$

$c)\quad (3a-b)^2-(3a-b)\cdot(3a+b)$ $\qquad d)\quad (7x+5y)^2-(7x-5y)^2$

Opgave 275: Reducér udtrykkene

$a)\quad \dfrac{x^2+6x+9}{x^2-9}$ $\qquad b)\quad \dfrac{a^2+25-10a}{a^2-25}$ $\qquad c)\quad \dfrac{4y^2+9x^2+12xy}{4y^2-9x^2}$

$d)\quad \dfrac{a^2+4a+4}{6a^2+12a}$ $\qquad e)\quad \dfrac{4x^2-36xy+81y^2}{6x^2-27xy}$ $\qquad f)\quad \dfrac{14xy+8x^2}{12xy+21y^2}$

Opgave 276: Reducér udtrykkene

$a)\quad \dfrac{1+x^2}{x}+\dfrac{3x-1}{x}$ $\qquad b)\quad \dfrac{9x^3-24x^2y+16xy^2}{9x^2-12xy}$ $\qquad c)\quad \dfrac{1}{x}+\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}$

Opgave 277: Kvadratkomplementér følgende udtryk

$a)\quad x^2+12x \qquad b)\quad y^2-6y \qquad c)\quad z^2+2z$

$d)\quad x^2+10x+y^2-6y \qquad e)\quad x^2+18x+y^2+2y+z^2-4z$

Opgave 278: Kvadratkomplementér følgende udtryk

$a)\quad x^2+8x+7 \qquad b)\quad y^2-12y+11 \qquad c)\quad z^2+4z-21$

$d)\quad x^2+8x+y^2-14y+19 \qquad e)\quad x^2-6x+y^2-4y+z^2+6z-5$

Opgave 279: Løs ligningerne

$a)\quad 3x+7=-8x+11 \quad ; \; G=\mathbb{R}$

$b)\quad 5\cdot(2x-3)+6=9x-2 \quad ; \; G=\mathbb{R}$

$c)\quad (2x+5)^2=(2x-5)^2 \quad ; \; G=\mathbb{R}$

$d)\quad \frac{1}{3}\cdot(4x-2)+5x=2x+1 \quad ; \; G=\mathbb{R}$

$e)\quad \frac{1}{4x-3}=\frac{1}{5x+7} \quad ; \; G=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{4},-\frac{7}{5}\right\}$

$f)\quad \frac{2}{7}\cdot(3x-5)+4=4x+1 \quad ; \; G=\mathbb{R}$

$g)\quad \frac{1}{x}=\frac{1}{x+1} \quad ; \; G=\mathbb{R}\setminus\{-1,0\}$

$h)\quad 4\cdot(3x-9)+6=2\cdot(6x-15); \; G=\mathbb{R}$

Opgave 280: Reducér nedenstående udtryk

$a)\quad (2a-b)^2-4a\cdot(a-b) \qquad b)\quad (3x+4y)^2-2y\cdot(8y+12x)$

$c)\quad (2a+3b)\cdot(5a-2b)+(a+3b)\cdot(a-3b) \qquad d)\quad \frac{4x^2-12xy+9y^2}{10xy-15y^2}$

Opgave 281: Kvadratkomplementér følgende udtryk

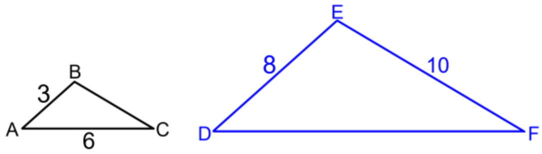
$a)\quad x^2+10x \qquad b)\quad y^2-12y \qquad c)\quad x^2+8x+5 \qquad d)\quad x^2-4x+y^2+14y-13$

Opgave 282: Løs disse ligninger

$a)\quad 7x+5=2x-9 \quad ; \; G=\mathbb{R} \qquad b)\quad 5\cdot(3x+2)-4=7\cdot(x-1) \quad ; \; G=\mathbb{R}$

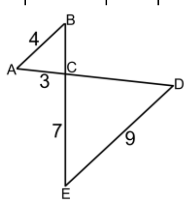
$c)\quad \frac{1}{5}\cdot(4x-3)+2x=6-x \quad ; \; G=\mathbb{R} \qquad d)\quad \frac{3}{2x-5}=\frac{1}{4-6x} \quad ; \; G=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2}{3},\frac{5}{2}\right\}$

Opgave 283: Om trekanterne ABC og DEF oplyses det, at $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$ og $\angle C=\angle F$.



a) Bestem $|BC|$. b) Bestem $|DF|$.

Opgave 284: Det oplyses, at $AB \parallel DE$, $|AB|=4$, $|AC|=3$, $|CE|=7$ og $|DE|=9$



a) Bestem $|BC|$. b) Bestem $|CD|$.

Opgave 287:

a) Bestem tværvektoren til vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}23\\-47\end{pmatrix}$.

b) Bestem $\begin{pmatrix}2\\-1\\4\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-5\\3\\-6\end{pmatrix}$.

c) Bestem længden af vektoren $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\12\\-3\end{pmatrix}$.

d) Afgør, om vinklen mellem vektorerne $\vec{c}=\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$ og $\vec{d}=\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ er spids, ret eller stump.

Opgave 288: Givet er vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}t+2\\-3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\7\end{pmatrix}$.

a) Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

b) Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

c) Bestem arealet af den trekant, som vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ udspænder, når $t=3$.

Opgave 289: Bestem en ligning for den linje *m*, der går gennem $P(4,-5)$ og står vinkelret på linjen *l* givet ved

$$l:\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-13\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$$

Opgave 290: Angiv en parameterfremstilling for den linje *m*, der går gennem punktet $P(11,-17)$ og er parallel med linjen *l* givet ved $l:\quad 7x-6y+15=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$

Opgave 291: Givet er en kugle *K* og et punkt *P* på kuglen:

$$P(-6,9,7)$$

$$K:(x+8)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=21 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

Bestem en ligning for den tangentplan til kuglen, der rører i punktet *P*.

Opgave 292: Givet er vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\11\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$.

a) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem arealet af det parallelogram, der udspændes af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

c) Bestem projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$.

Opgave 293: Givet er punkterne $A(2,-5,4)$, $B(7,3,-1)$, $C(8,-6,1)$ og $D(11,-13,17)$.

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.

b) Bestem arealet af trekant *ABC*.

Desuden er givet en kugle *K*, en anden plan β og en linje *l*:

$$K:\ (x-7)^2+(y+3)^2+(z-10)^2=9 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

$$\beta:\ 6x-7y-11z+37=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

$$l:\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 14 \end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ -16 \end{pmatrix} \quad ;\ t\in\mathbb{R}$$

c) Bestem skæringspunktet mellem linjen *l* og planen β

d) Bestem vinklen mellem planerne α og β.

e) Bestem vinklen mellem linjen *l* og planen β.

f) Undersøg, om planen β skærer kuglen *K*, og bestem afstanden mellem dem, hvis det ikke er tilfældet.

g) Bestem koordinatsættet af projektionen af punktet *D* på planen α.

Opgave 294: Grafen for en eksponentiel udvikling *f* går gennem punkterne $(1,3)$ og $(3,108)$.
Bestem en forskrift for *f*.

Opgave 295: Bestem følgende værdier: $\log(10000)$ $\ln(1)$ $\log_3(81)$

Opgave 296: En harmonisk svingning er givet ved funktionsforskriften $f(t)=5\cdot\sin\left(\pi\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)+2$

a) Bestem $f(0)$.

b) Bestem den mindste og den største funktionsværdi.

c) Bestem perioden for den harmoniske svingning.

Opgave 297: Om en eksponentiel udvikling *f* oplyses det, at fordoblingskonstanten er 13, samt at $f(-4)=7$. Bestem $f(22)$.

Opgave 298: En population af svaler kan beskrives ved en funktion *N* med forskriften $N(t)=520\cdot 1{,}027^t$, hvor *N* er antallet af svaler, og *t* er tiden målt i antal år efter 2015.

a) Forklar, hvad konstanterne fortæller om populationen af svaler.

Opgave 299: Om en eksponentiel udvikling *g* oplyses det, at halveringskonstanten er 5, samt at $g(9)=15$. Bestem $g(4)$.

Opgave 300: Isolér *x* i følgende ligninger: a) $12=4+6\cdot 5^x$ b) $\ln(5x^2)-\ln(x)=3$

Opgave 301: Om en eksponentiel udvikling *g* oplyses det, at halveringskonstanten er 9, og at $g(0)=7$. Bestem en forskrift for *g*.

Opgave 302: En eksponentiel udvikling *g* er givet ved forskriften $g(x)=18{,}91\cdot 1{,}173^x$.

a) Bestem fordoblingskonstanten for *g*.

b) Hvor meget skal lægges til *x*-værdien for at øge funktionsværdien med 30%?

Opgave 303: Prisen på 100g fimoler var i 2017 17,52 kr. og i 2019 19,61 kr. Basisåret sættes til 2017. Bestem indekstallet for fimoler i 2019.

Opgave 304: Et 30-årigt huslån på 4300000 kr. optages med den årlige rentefod 2% (inkl. bidragssats) og kvartalsvise afbetalinger.

a) Angiv den kvartalsvise rentefod og antallet af terminer.

b) Bestem den kvartalsvise ydelse.

Opgave 305: Værdien af en bil er ved købet 278000 kr., og dens værdi aftager efterfølgende med 9% om året. Bestem bilens værdi 7 år efter købet.

Opgave 306: Over en periode på 6 måneder har de månedlige vækstrater for en aktie været 7%, 4%, 12%, -5%, -2% og 11%. Bestem den gennemsnitlige rentefod.

Opgave 307: En eksponentiel udvikling *f* er givet ved forskriften $f(x) = 23{,}7 \cdot e^{-0{,}72 \cdot x}$.

a) Bestem halveringskonstanten.

b) Bestem $f^{-1}(5)$.

Opgave 308: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = e^y \cdot x^2 + y^3$.

a) Bestem $f(3,0)$.

b) Bestem de partielt afledede $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ og $\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y}$.

c) Bestem de dobbeltafledede $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}$ og $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$.

d) Bestem $\dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$.

Opgave 309: En stedfunktion $\vec{s}$ er givet ved $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 4 \\ t^3 - 12t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

a) Bestem $\vec{s}(3)$.

b) Bestem hastighedsfunktionen.

c) Bestem accelerationsfunktionen.

d) Bestem koordinatsættene til grafen for stedfunktions skæringer med førsteaksen.

e) Bestem koordinatsættet til det punkt på grafen for stedfunktionen, hvor der er lodret tangent.

f) Bestem den *t*-værdi, hvor størrelsen af accelerationen er mindst.

Opgave 310: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = x^2 \cdot y - x \cdot y^2 + x \cdot y$

a) Bestem gradienten i punktet $(2,5)$.

b) Bestem de stationære punkter.

c) Bestem determinanten af Hessematricen.

d) Bestem arten af de stationære punkter.

e) Bestem koordinatsættene til de punkter, hvor grafen for *f* skærer begge planerne α og β givet ved ligningerne $\alpha: \ z = 4$ og $\beta: \ y = 1$.

Opgave 311: Stedfunktionen for spyddet ved et spydkast er givet ved

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 20{,}5 \cdot t \\ -4{,}91 \cdot t^2 + 15{,}7 \cdot t + 1{,}8 \end{pmatrix} \quad ; \ t \geq 0$$

Strækningerne måles i meter og tiden i sekunder efter spyddet slippes.

a) Hvor langt kommer spyddet?

b) Hvilken vinkel danner spyddet med vandret, når det slippes?

Opgave 312: En funktion *f* er givet ved $f(t) = \begin{pmatrix} \sin^2(t) - \cos(t) \\ \cos^2(t) - 2 \cdot \sin(t) \end{pmatrix}$, $t \in [0, 2\pi]$

a) Bestem koordinatsættene til grafen for *f*'s skæringer med andenaksen.

b) Bestem koordinatsættet til det punkt i fjerde kvadrant, hvor grafen for *f* har vandret tangent.

c) Bestem arealet af den punktmængde *M*, der dannes af grafen for *f*.

Opgave 313: Følgende mængder er givet:

$$A = \{3,8,11,15,27\}, B = \{8,11,14,23,27,36\} \text{ og } C = \{1,9,14,22\}$$

Angiv: a) $A \cap B$ b) $A \cap C$ c) $A \cup C$ d) $B \cup \varnothing$ e) $B \setminus A$ f) $A \setminus B$

Opgave 314: Omskriv $2,\overline{7182}$ til en brøk med hele tal i tæller og nævner.

Opgave 315: Omskriv $\frac{83}{7}$ til uendelig, periodisk decimalbrøk (decimaltal).

Opgave 316: Angiv følgende intervaller eller mængder:

a) $[-1,5]\cap[2,9]$ b) $[-3,12]\cap[5,7]$ c) $[3,8]\cap[11,14]$

d) $[3,4]\cap[4,5]$ e) $[3,5]\cup[4,9[$ f) $]-5,8[\cup[4,11]$

Opgave 317: Trykket p (målt i enheden bar) er fundet i forskellige havdybder x (målt i meter under havoverfladen):

Havdybde	20	40	60	80	100
Tryk	3,02	4,99	7,18	9,01	11,08

Det oplyses, at trykket p som funktion af havdybden x kan beskrives med forskriften

$$p(x) = a \cdot x + b$$

a) Bestem a og b.
b) Bestem trykket 300 meter under havoverfladen.

Opgave 318: Løs ligningerne:

$a)\ x^2 - 9x + 14 = 0$

$b)\ x^2 - 5x - 36 = 0$

$c)\ x^2 + 11x + 30 = 0$

$d)\ x^2 - 5x - 24 = 0$

Opgave 319: Bestem de partielt afledede $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$ samt de dobbeltafledede $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ og $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$:

$a)\ f(x,y) = 2 \cdot x^2 \cdot y^2 + \cos(y)$ $b)\ f(x,y) = \sin(x \cdot y) + x^2$ $c)\ f(x,y) = x \cdot y + y^2 + 5x^2$

Tjek facit med Maple.

Opgave 320: Bestem $\det(H)$ for funktionerne med følgende forskrifter:

$a)\ f(x,y) = x^3 \cdot y + y^2$ $b)\ f(x,y) = x^3 - 3x \cdot y^2$ $c)\ f(x,y) = e^x \cdot y + x$ $d)\ \sin(x) \cdot \cos(3y)$

Opgave 321: Udregn rødderne eller skriv, at udtrykket er ulovligt (inden for de reelle tal):

$a)\sqrt{49}$ $b)\sqrt[3]{-8}$ $c)\sqrt{-16}$ $d)\sqrt{\frac{36}{25}}$ $e)\ \sqrt{81 \cdot 64}$ $f)\sqrt[-2]{100}$ $g)\ \sqrt[-\frac{2}{3}]{9}$

Opgave 322: Løs ligningerne:

$a)\ (x+3)\cdot(x-1) = 0$ $b)\ (x-7)\cdot(x-2)\cdot x = 0$

$c)\ (x^2-4)\cdot(x+11) = 0$ $d)\ (x^2+4)\cdot(x^2-9)\cdot(x-13) = 0$

Opgave 323: Reducér udtrykkene, så der ikke er nogen parenteser:

$a)\ (x+y)\cdot(x+y)$ $b)\ (2a+b)\cdot(2a-b)$ $c)\ (5x-2y)\cdot(5x-2y)$

$d)\ (3a+b)\cdot(4a-2b)$ $e)\ 6a\cdot(2a+5b)$ $f)\ 3a\cdot(5a-4b) - 4a\cdot(a-3b)$

Opgave 324: Løs ligningerne:

$a)|x| = 36$ $b)|x+3| = -17$ $c)\ |x+7| = 5$ $d)\ |31x+14| = 18$ $e)\ |4x+5| = 7x-9$

Opgave 325: Udregn eller reducér udtrykkene:

$a)\ 5^2 - 4\cdot(-1)\cdot(-6)$ $b)\ (-6)^2 + 3\cdot(-2)\cdot(-5)$

$c)\ -x^2 \cdot y^4 \cdot (-x^5) \cdot y \cdot x^2 \cdot (-y^2)$ $d)\ a^2 \cdot (2ab^2)\cdot(-3a^2c)\cdot(abc)^2$

Opgave 326: Udregn potenserne:

$a)\ (-2)^5$ $b)\ (-10)^4$ $c)\ 25^{\frac{3}{2}}$ $d)\ 8^{\frac{2}{3}}$ $e)\ 7^{-2}$ $f)\ 1000^{-\frac{5}{3}}$ $g)\ \left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{2}}$

Opgave 327: Reducér ved hjælp af potensregneregler:

$$a)\ x^7 \cdot x^9 \qquad b)\ a^5 \cdot a^{11} \cdot a \qquad c)\ \frac{y^8}{y^2} \qquad d)\ \left(x^5\right)^4 \qquad e)\ \frac{y^3 \cdot y^{-2} \cdot \left(y^4\right)^2}{y \cdot y^{-5}}$$

Opgave 328: Udregn udtrykkene:

$$a)\ 5 \cdot \frac{7}{2} \qquad b)\ \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{11} \qquad c)\ \frac{\frac{3}{7}}{\frac{2}{13}} \qquad d)\ \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \qquad e)\ 2 + \frac{11}{17} \qquad f)\ \frac{7}{\frac{2}{3}}$$

Opgave 329: På en regulær terning med 8 sider er der øjentallet 1 på én side, øjentallet 2 på to sider, øjentallet 3 på tre sider og øjentallet 5 på to sider. Terningen kastes én gang, og man ser på øjentallet.

a) Angiv det tilhørende sandsynlighedsfelt.

Se på hændelserne:
A: Man får et ulige øjental.
B: Man får et øjental på mindst 3.

b) Bestem $P(A)$.

c) Bestem $P(B|A)$.

d) Er hændelserne A og B uafhængige?

Opgave 330: Det oplyses, at $P(C) = 9 \cdot P(\overline{C})$. Bestem $P(C)$.

Opgave 331: Bestem $K(15,4)$.

Opgave 332: Se på binomialfordelingen $b(20, 0.3)$.

a) Bestem middelværdien.
b) Bestem spredningen.
c) Bestem typetallet.

Opgave 333: Fra en klasse med 23 elever skal udvælges 4 elever, der skal synge en korsang for skolens rektor. På hvor mange måder kan dette lille kor komme til at se ud?

Opgave 334: Fra en krukke med 45 blå og 15 grønne kugler og ingen andre kugler, trækker man 9 kugler. Hvad er sandsynligheden for, at man trækker 6 blå og 3 grønne kugler?

Opgave 335: En regulær 6-sidet terning kastes 7 gange. Hvad er sandsynligheden for, at man slår en 6'er mindst en af gangene?

Opgave 336: Man har 37 sokker og 30 skuffer. Kan man placere sokkerne i skufferne, så ingen skuffe kommer til at indeholde mere end én sok (svaret kræver henvisning til en sætning eller et princip)?

Opgave 337: Et lykkehjul består af 60 felter markeret med tallene fra 1-60, og alle felter har lige stor sandsynlighed for at komme ud, når man drejer lykkehjulet. Felterne 1 - 30 giver ingen gevinst.

Felterne 31 – 45 giver gevinsten 10 kr.
Felterne 46 – 51 giver gevinsten 50 kr.
Felterne 52 – 56 giver gevinsten 100 kr.
Felterne 57 - 59 giver gevinsten 500 kr.
Feltet 60 giver gevinsten 1000 kr.

a) Bestem den gennemsnitlige gevinst, når man får lov at dreje lykkehjulet 1 gang.
b) Bestem den gennemsnitlige gevinst, når man får lov at dreje lykkehjulet 5 gange.
c) Bestem spredningen for den stokastiske variabel, der angiver gevinsten, når man får lov at dreje lykkehjulet 1 gang.
d) Bestem den gennemsnitlige gevinst, når man får lov at dreje lykkehjulet to gange, og man multiplicerer talværdierne for de to gevinster.
e) Bestem variansen for den stokastiske variabel, der angiver den samlede gevinst, når man får lov at dreje lykkehjulet to gange.
f) Bestem den gennemsnitlige fortjeneste man får på et drej, hvis lykkehjulejeren ikke kan regne og derfor kun kræver 50 kr. for at dreje lykkehjulet 1 gang.

Opgave 338: I landet er der 35%, der er fan af Billie Eilish, mens der er 7%, der er fan af Pet Shop Boys. Hvis man er fan af Billie Eilish, er der 4% chance for, at man er fan af Pet Shop Boys. Hvad er sandsynligheden for, at man er fan af Billie Eilish, hvis man er fan af Pet Shop Boys?

Opgave 339: Bestem $P(13,5)$.

Opgave 340: Bestem sandsynligheden for at få højst 7 firere, når man kaster 30 regulære 6-sidede terninger.

Opgave 341: Fra en krukke med 10 grønne, 20 gule, 30 røde og 40 blå kugler trækkes 10 kugler. Hvad er sandsynligheden for, at det er 1 grøn, 2 gule, 3 røde og 4 blå?

Opgave 342: Hændelser *A* og *B* er uafhængige, og der gælder $P(A)=0,6$ og $P(A\cap B)=0,3$.

a) Bestem $P(B)$.
b) Bestem $P(A|B)$.
c) Bestem $P(A|A)$.

Opgave 343: På restauranten skal man vælge en menu, der består af en forret, en hovedret og en dessert. Restauranten kan tilbyde 8 forskellige forretter, 6 forskellige hovedretter og 3 forskellige desserter. Hvor mange forskellige menuer kan man vælge mellem?

Opgave 344: Et volleyballhold på 6 spillere skal stilles op på række til præmieoverrækkelse. På hvor mange måder kan rækken opstilles?

Opgave 345: Bestem sandsynligheden for at slå mellem 5 og 8 ettere (begge tal inkl.), hvis man kaster 30 regulære 6-sidede terninger.

Opgave 346: Sandsynligheden for at kunne lide Lana Del Reys musik er 26%, og sandsynligheden for at kunne lide spillet skak er 10%. Hvad skal sandsynligheden være for, at man kan lide begge dele, hvis man skal kunne konkludere, at de to ting er uafhængige af hinanden?

Opgave 347: På kunstmessen for kunstnere, der skaber kunstværker i netop ét materiale, er der 12 forskellige kunstværker i træ, 19 forskellige kunstværker i glas og 7 forskellige kunstværker i metal. Ingen andre materialer er anvendt. Hvor mange forskellige kunstværker kan man vælge mellem, når man skal købe netop ét kunstværk?

Opgave 348: Bestem sandsynligheden for at få netop 4 seksere, når man kaster 20 regulære 6-sidede terninger.

Opgave 349: Man kaster med en regulær 6-sidet terning, indtil man femte gang ikke får en sekser. Hvad er sandsynligheden for, at man når at slå netop én sekser?

Opgave 350: Den alvidende verdensfortolker kan berette, at man ved måling af baggrundsstrålingen i 20 sekunder i gennemsnit vil måle den til 16.

a) Bestem spredningen på baggrundsstrålingen målt i 20 sekunder.

b) Hvad er sandsynligheden for, at man i en enkelt måling på 20 sekunder måler baggrundsstrålingen til 14?

Opgave 351: Hvad er sandsynligheden for at trække en ruder hver gang, hvis man 3 gange trækker et kort fra et kortspil uden jokere og **ikke** lægger det trukne kort tilbage i kortspillet?

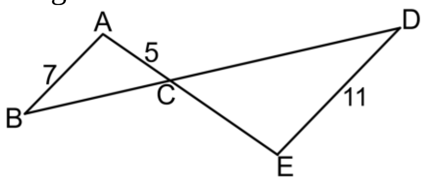
Opgave 352: Udregn $\binom{57}{0}+\binom{57}{1}+\binom{57}{2}+\binom{57}{3}+\binom{57}{4}+\ldots+\binom{57}{57}$.

Opgave 353: Bestem sandsynligheden for at få hjerter mindst 3 gange, hvis man 10 gange trækker et kort fra et kortspil uden jokere og hver gang lægger kortet tilbage i kortspillet og blander dette.

Opgave 354: Fra en krukke med 30 røde og 10 gule kugler og ingen andre kugler, trækker man **uden** tilbagelægning kugler, indtil man har trukket 5 gule kugler. Hvad er sandsynligheden for, at man når at trække netop 17 røde kugler?

Opgave 355: 10 regulære 6-sidede terninger kastes én gang. Hvad er sandsynligheden for, at alle øjental er repræsenteret, og at der er 5 seksere?

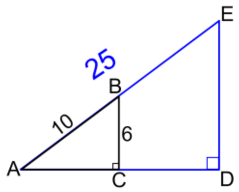
Opgave 358: Fire linjestykker danner trekanterne ABC og CDE (se figuren). Det oplyses, at vinklerne A og E er kongruente.



a) Begrund, at trekanterne ABC og CDE er ligedannede.

b) Bestem $|CE|$.

Opgave 359: De retvinklede trekanter ABC og ADE med de rette vinkler henholdsvis C og D er ensvinklede. Det oplyses, at $|BC| = 6$, $|AB| = 10$ og $|AE| = 25$.



a) Bestem $|AC|$. b) Bestem $|DE|$.

Opgave 364: Bestem følgende størrelser:

$a)\ \left(x^3 - x + 8\right)'$	$i)\ \int \frac{3}{\sqrt{x}}\,dx$
$b)\ \left(\cos(x) + 4\cdot\ln(x)\right)'$	$j)\ \left(4\cdot\cos(x)\cdot\ln(x)\right)'$
$c)\ \frac{d\left(3\cdot\sqrt{x}+7^x\right)}{dx}$	$k)\ \int\left(8\cdot\cos(x)+5\right)dx$
$d)\ \frac{d\left(\sin(x)\cdot x^4\right)}{dx}$	$l)\ \int 2\cdot 9^x\,dx$
$e)\ \left(\mathrm{e}^x\cdot 4^x\right)'$	$m)\ \frac{d\left(t^2 - t\cdot\sin(t)\right)}{dt}$
$f)\ \int\left(3x^2+2x+5\right)dx$	$n)\ \int\left(5^x+2x^5-2\right)dx$
$g)\ \int\left(5x^3-7x-4\right)dx$	$o)\ \int\left(\frac{4}{t}+\frac{3}{t^2}\right)dt$
$h)\ \int 6\cdot\sin(x)\,dx$	$p)\ \frac{d\left(\frac{r^3}{\cos(r)}\right)}{dr}$

Opgave 365: Bestem afledede funktioner af funktionerne givet ved følgende forskrifter:

$$a(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$b(x) = \cos\left(x^3 + 2x - 7\right)$$

$$c(x) = \ln\left(\cos(x) + x^2\right)$$

$$d(x) = \frac{5}{4x^3 + x - 3}$$

$$e(x) = x \cdot e^{\cos(x)}$$

$$f(x) = \cos\left(\sin(x)\right)$$

$$g(x) = \sqrt{\sin\left(e^{x^2+x+1}\right) + 1}$$

Opgave 366: Reducér udtrykket $(2a-b)^2 - (3a+b)\cdot(a-2b)$

Opgave 367: Løs ligningen $\frac{1}{3}\cdot(2x+7) - 4x = 5 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$

Opgave 368: Figuren viser grafen for den injektive funktion *f* :

a) Bestem $f^{-1}(3)$.

b) Bestem $f'(2)$.

Opgave 369: Funktionen *f* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} - y = e^x$, og punktet $P(0,3)$ ligger på grafen for *f*.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

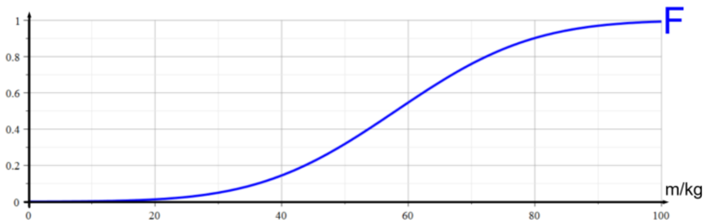
Opgave 370: Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = x^4 \cdot \ln(x)$$
$$g(x) = 5 \cdot e^{\cos(x)}$$

a) Bestem $f'(x)$

b) Bestem $g'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

Opgave 371: På planeten Q er befolkningens masse normalfordelt. Grafen for fordelingsfunktionen for normalfordelingen, der beskriver befolkningens masse målt i kg, er angivet nedenfor.



a) Bestem middelværdien af befolkningens masse, og bestem spredningen for den angivne normalfordeling.

b) Vil et befolkningsmedlem på 18 kg være exceptionelt let?

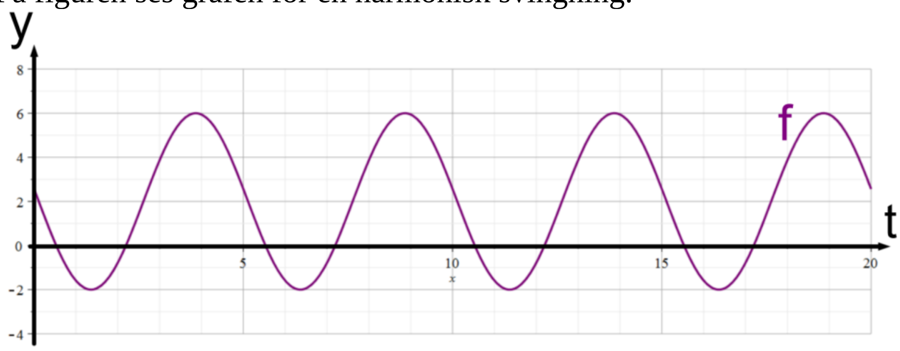
Opgave 372: Stedfunktionen $\vec{s}$ for et objekt er givet ved forskriften $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} \ln(t) + 3t \\ t^2 + 2t - 15 \end{pmatrix}$, $t > 0$

a) Bestem $\vec{s}(1)$

b) Bestem hastighedsfunktionen.

c) Bestem parameterværdien t svarende til det punkt, hvor grafen for $\vec{s}$ skærer førsteaksen.

Opgave 373: På figuren ses grafen for en harmonisk svingning.



a) Bestem svingningens amplitude.

b) Bestem perioden for svingningen.

Opgave 374: Bestem nedenstående ubestemte og bestemte integral.

a) $\int (9x^2 + 30x + 6) \cdot e^{x^3 + 5x^2 + 2x + 7}\, dx$

b) $\int_{-1}^{3} (3x^2 + 4x + 1)\, dx$

Opgave 375: En fodboldspiller har 7 forskellige slags benskinner, 5 forskellige sæt fodboldstøvler, hvoraf ét par er sorte, 4 forskellige knæbind og 3 forskellige amuletøreringe. Et kampudstyr består af én slags benskinner, et sæt fodboldstøvler, et knæbind og en amuletørering.

a) Hvor mange forskellige kampudstyr kan fodboldspilleren vælge mellem?

b) Hvis fodboldspilleren vælger sit udstyr helt tilfældigt, hvad er så sandsynligheden for, at hun i de fem kampe i maj spiller i sorte fodboldstøvler netop to gange?

Opgave 376: En cirkel er givet ved ligningen $x^2 + 12x = -y^2 + 10y - 13 \quad ; \ G = \mathbb{R}^2$

a) Bestem cirklens radius og koordinatsættet for cirklens centrum.

b) Bestem en ligning for den linje l , der går gennem cirklens centrum, og som står vinkelret på linjen m givet ved parameterfremstillingen $m: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 \\ -23 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \ ; \ t \in \mathbb{R}$

Opgave 377: En punktmængde M dannes af graferne for funktionerne f og g givet ved:

$$f(x) = -x^2 + 3x + 7$$

$$g(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - x + 1$$

a) Bestem arealet af M.

b) Bestem omkredsen af M.

Opgave 378: Givet er differentialligningen $\frac{dy}{dx} = y - x$

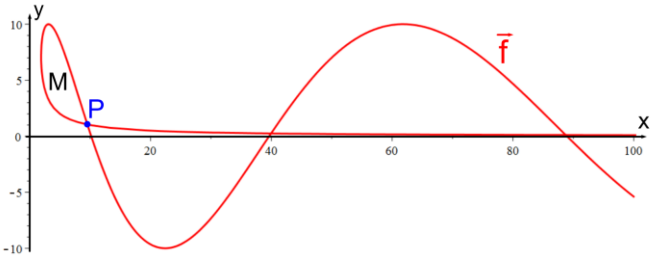
a) Tegn i vinduet $[-10,10] \times [-20,20]$ et hældningsfelt for differentialligningen sammen med graferne for de to partikulære løsninger, der går gennem henholdsvis $(4,6)$ og $(7,3)$.

b) Bestem den fuldstændige løsning til differentialligningen.

c) Bestem en forskrift for den partikulære løsning f, hvis graf er en ret linje.

Opgave 379: Nedenfor ses parameterkurven for vektorfunktionen $\vec{f}$ givet ved forskriften

$$\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + \frac{1}{t} \\ 10 \cdot \sin(t) \end{pmatrix} \quad ; \quad 0 < t < 10$$



Parameterkurven danner tre punktmængder, hvoraf den ene betegnes *M* (se figuren), og der er tre dobbeltpunkter, hvoraf det ene betegnes *P* (se figuren).

a) Bestem koordinatsættene til de tre skæringer med førsteaksen.
b) Bestem parameterværdien *t* svarende til det sted, hvor der er lodret tangent.
c) Førstekoordinaten for dobbeltpunktet *P* er 9,551294516. Bestem de to parameterværdier, der svarer til dobbeltpunktet *P*.
d) Bestem vinklen mellem hastighedsvektorerne i *P*.
e) Bestem **enten** omkredsen **eller** arealet af punktmængden *M* (frit valg).

Opgave 380: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = x^2 - 3\cdot(x-1)\cdot y + y^4$.

a) Tegn grafen i vinduet $[-10,10]\times[-10,10]\times[-10,30]$.
b) Bestem de partielt afledede $\frac{\partial f}{\partial x}$ og $\frac{\partial f}{\partial y}$.
c) Bestem gradienten i punktet $(2,3,f(2,3))$.
d) Bestem de dobbeltafledede $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ og den blandede afledede $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.
e) Bestem determinanten for Hessematricen.
f) Bestem det stationære punkt for *f*.
g) Bestem arten af det stationære punkt for *f*.

Opgave 381: Tabellen viser sammenhørende værdier for vægten af sugemallearten *Microlepidogaster perforatus* (målt i gram) og det relative indhold af kviksølv i sugemallen målt i ppm.

Vægt (g)	47	48,7	…	41,7	36
Kviksølv (ppm)	1,6	1,5	…	1,4	0,92

Resten af dataene findes i Excel-filen.

Man har vurderet, at der er en lineær sammenhæng $k(v) = a \cdot v + b$ mellem vægten og det relative indhold af kviksølv i sugemallen, og man har opstillet en hypotese, der siger, at det relative indhold af kviksølv øges, når vægten øges.

a) Bestem *a* og *b*.
b) Undersøg, om residualerne i modellen med god tilnærmelse kan siges at være normalfordelte.

Man vurderer, at antallet af målepunkter er tilpas stort til, at det ikke er væsentligt, om residualerne er normalfordelt.

c) Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten *a* og afgør, om hypotesen er styrket.

Opgave 382: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + x^2 - 7x + 6$. Bestem $f'(x)$.

Opgave 383: Bestem $\int\left(4 \cdot \sin(x) + x^5 - 2e^x\right)dx$.

Opgave 384: Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x) = x^3 \cdot \ln(x)$ er en løsning til differentialligningen $\dfrac{\frac{dy}{dx} - x^2}{3} = \dfrac{y}{x}$

Opgave 385: En funktion *g* er givet ved $g(x) = 5 \cdot e^{\cos(x)+2}$. Bestem $g'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Opgave 386: En funktion *h* er givet ved forskriften $h(x) = 4x^3 - 6x + 2$. Bestem en forskrift for den stamfunktion *H* til *h*, hvis graf går gennem punktet $(2,-7)$.

Opgave 387: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $y' + x = \dfrac{y^2 + 3}{x}$, og punktet $P(2,5)$ ligger på grafen for *f*. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

Opgave 388: Bestem $\left(5^x \cdot x^7\right)'$

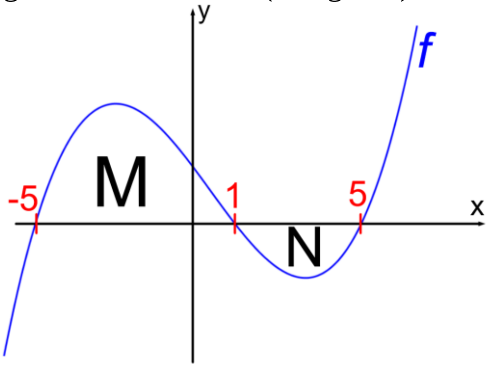
Opgave 389: Bestem $\int_1^3\left(3x^2 + 5\right)dx$

Opgave 390: Bestem en forskrift for den funktion *f*, der er løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx} = 7 \cdot y$, og hvis graf går gennem punktet $P(0,8)$.

Opgave 391: Bestem monotoniforholdene for funktionen *f* givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 5$$

Opgave 392: Grafen for funktionen *f* danner sammen med førsteaksen to punktmængder *M* og *N* henholdsvis over og under førsteaksen (se figuren).



Det oplyses, at arealet af *M* er 11, samt at $\int_{-5}^{5} f(x)\,dx = 7$.

a) Bestem $\int_{-5}^{1} f(x)\,dx$.

b) Bestem arealet af punktmængden *N*.

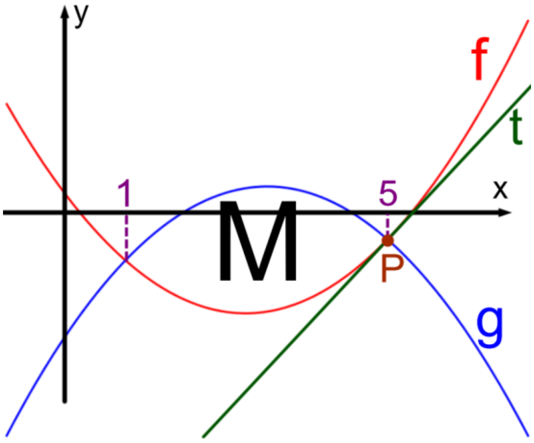
Opgave 393: En population af bjørnedyr opfylder differentialligningen $\dfrac{dN}{dt} = 0{,}0003 \cdot N \cdot (1000 - N)$, hvor *t* er tiden målt i måneder fra observationernes start, og *N* er antallet af bjørnedyr. 14 måneder fra observationernes start er der 100 bjørnedyr.

a) Bestem populationens væksthastighed 14 måneder fra observationens start.

b) Hvor mange bjørnedyr er der i populationen på det tidspunkt, hvor væksthastigheden for populationen er størst?

Opgave 394: Bestem a, når det oplyses, at $\ln(a) = \int_1^2 \frac{6x+21}{3x^2+21x-19}\,dx$.

Opgave 395: Graferne for funktionerne f og g skærer hinanden i 1 og 5 og danner sammen en punktmængde M. Tangenten til grafen for f i punktet $P(5, f(5))$ kaldes t.



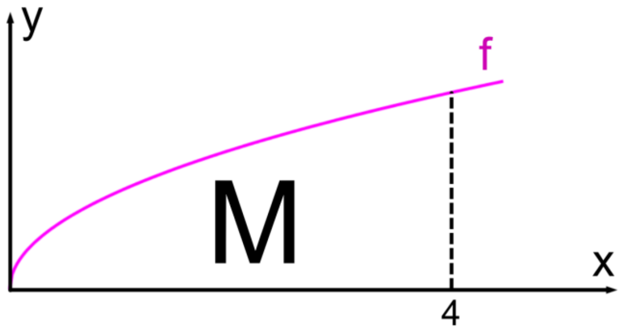
F og G er stamfunktioner til henholdsvis f og g. Nogle funktionsværdier er angivet i nedenstående skema:

$f'(0) = -1$	$f'(1) = -0{,}8$	$f'(5) = 1$
$f(0) = 0{,}5$	$f(1) = -1$	$f(5) = -0{,}5$
$F(0) = 4$	$F(1) = 3$	$F(5) = -5$
$g'(0) = 1$	$g'(1) = 0{,}7$	$g'(5) = -0{,}8$
$g(0) = -3$	$g(1) = -1$	$g(5) = -0{,}5$
$G(0) = -5$	$G(1) = -8$	$G(5) = -7$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i P.
b) Bestem arealet af punktmængden M.

Opgave 396: En funktion f er givet ved forskriften $f(x) = 2 \cdot \sqrt{x}$.

Grafen for f danner sammen med førsteaksen og linjen med ligningen $x = 4$ en punktmængde M.



a) Bestem arealet af punktmængden M.
b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° omkring førsteaksen.

Opgave 397: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x\right)=x^4+6x^3-11x^2-60x-224$.

Sammen med førsteaksen danner grafen for *f* en punktmængde *M*.

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem arealet af punktmængden *M*.
c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme *L*, der fremkommer, når *M* roteres 360° omkring førsteaksen.
d) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.
e) Bestem overfladearealet af omdrejningslegemet *L*.

Opgave 398: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x,y\right)=\left(x^2-2x-8\right)\cdot\left(y^2+2y-3\right)$.

a) Tegn grafen for *f* i vinduet $\left[-10,10\right]\times\left[-10,10\right]\times\left[-60,60\right]$.
b) Bestem koordinatsættene til de 5 stationære punkter.
c) Bestem arten af det stationære punkt med førstekoordinaten 1.
d) Bestem arten af et af de andre stationære punkter.

Opgave 399: En population af sæler kan med god tilnærmelse beskrives ved differentialligningen

$$N'\left(t\right)=0{,}000025\cdot N\cdot\left(7500-N\right)$$

hvor *N* er antallet af sæler, og *t* er tiden målt i antal år efter 1975.
I 1985 var der 5600 sæler i populationen.

a) Bestem vcomponentsthastigheden af populationen på det tidspunkt, hvor der var 7000 sæler i populationen.
b) Bestem den øvre grænse for antallet af sæler i populationen.
c) Bestem den maksimale væksthastighed af populationen.
d) Bestem en funktionsforskrift for populationen.
e) Hvor mange sæler var der i populationen i 1975?

Opgave 400: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x,y\right)=4\cdot x\cdot y-y^2\cdot x^2$

a) Bestem gradienten i punktet $\left(x,y\right)$.
b) Bestem gradienten i punktet $\left(-3,1\right)$.
c) Bestem den retning i *xy*-planen, hvor grafen for *f* er stejlest, når man står i punktet $\left(-3,1,-21\right)$.
d) Bestem en ligning for tangentplanen i punktet $\left(-3,1,-21\right)$.
e) Bestem hældningen af tangentplanen i retningen $\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ i *xy*-planen.
f) Bestem en ligning for den hyperbel, der udgør niveaukurven $f\left(x,y\right)=4$.

Opgave 401: Bestem tværvektoren til de af nedenstående vektorer, hvor begrebet er veldefineret:

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\8\end{pmatrix}\quad \vec{b}=\begin{pmatrix}2\\-6\\9\end{pmatrix}\quad \vec{c}=\begin{pmatrix}-7\\2\end{pmatrix}\quad \vec{d}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\quad \vec{e}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\quad \vec{f}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$$

Opgave 402: Udregn prikproduktet af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\3\\-5\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-6\\1\\-4\end{pmatrix}$.

Opgave 403: Udregn determinanten $\det\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ for $\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$.

Opgave 404: Udregn $\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Opgave 405: Bestem længden af vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Opgave 406: Bestem arealet af parallelogrammet, der udspændes af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$

Opgave 407: Bestem arealet af trekanten med hjørner i $A(5,-3,4)$, $B(8,-1,5)$ og $C(9,0,5)$.

Opgave 408: En kugle er givet ved ligningen $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 17 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}^3$, og punktet $P(6,-1,4)$ ligger på kuglen. Bestem en ligning for den tangentplan til kuglen, der rører i *P*.

Opgave 409: Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ t \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 410: En linje *l* er givet ved ligningen $3x - 5y + 37 = 0 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}^2$. Bestem en parameterfremstilling for den linje *m*, der er ortogonal med *l*, og som går gennem punktet $P(-4,1)$.

Opgave 411: En linje er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$.

Bestem en ligning for linjen.

Opgave 412: Afgør, om vinklen mellem vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ er spids, ret eller stump.

Opgave 413: Bestem tre punkter, der ligger i planen $\alpha: \;\; 4x - 3y + 6z - 24 = 0 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}^3$

Opgave 414: En linje *l* er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} \;\; ; \;\; t \in \mathbb{R}$.

En plan α er givet ved ligningen $7x - 5y + 6z + 9 = 0 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}^3$.

a) Bestem skæringspunktet mellem linjen *l* og planen α.
b) Bestem vinklen mellem linjen *l* og planen α.
c) Bestem en ligning for den kugle, der har centrum i punktet $C(-7,3,-4)$ og har planen α som tangentplan.

Opgave 415: I rummet er givet de seks punkter

$A(6,2,-9), B(-4,3,5), C(-8,-11,-2), D(15,-12,7), E(13,17,35)$ og $F(17,-41,-20)$

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.
b) Bestem en parameterfremstilling for den linje *l*, der indeholder punkterne *D* og *E*.
c) Undersøg, om punktet *F* ligger på linjen *l*.
d) Bestem afstanden fra linjen *l* til planen α.

Opgave 416: En funktion *f* er givet ved gaffelforskriften $f(x)=\begin{cases} 5x-3 & , \ x<-2 \\ \cos(x)+e^x & , -2\le x\le 1 \\ 5\cdot\sin(x)+2 & , \ 1<x \end{cases}$

a) Bestem $f(-6)$.

b) Bestem $f(0)$.

c) Bestem $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Opgave 417: Bestem følgende logaritmeværdier:

a) $\log(10.000)$

b) $\ln(e^{-6})$

c) $\log_5(125)$

d) $\log(0,01)$

Opgave 418: Funktionerne *f*, *g* og *h* er givet ved forskrifterne

$f(x)=4\cdot x^2+3 \qquad g(x)=5^x \qquad h(x)=\sqrt{3x+9} \quad , \quad -3\le x$

a) Bestem $(g-f)(x)$

b) Bestem $(f+g)(0)$

c) Bestem $(h\cdot g)(0)$

d) Bestem $(g\circ f)(x)$

e) Bestem $(f\circ h)(0)$

f) Bestem $h^{-1}(x)$

Opgave 419: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=7\cdot\sin(5x-3)+6 \quad , \quad x\in\mathbb{R}$

a) Bestem den mindste og den største værdi, som funktionen *f* antager.

Opgave 420: Udregn følgende udtryk:

a) $\log(2)+\log(50)$

b) $\log(3000)-\log(3)$

c) $3\cdot\log(5)+\log(8)$

d) $\log_3(1)+\log_7(1)+\ln(1)+\log(1)$

Opgave 421: Grafen for en lineær funktion *f* går gennem punkterne $P(4,-1)$ og $Q(9,3)$.

a) Bestem en forskrift for *f*.

Opgave 422: Grafen for en eksponentiel udvikling *g* går gennem punkterne $P(1,4)$ og $Q\left(3,\frac{1}{4}\right)$.

a) Bestem en forskrift for *g*.

Opgave 423: Fordoblingskonstanten for en eksponentiel udvikling *h* er 7. Det oplyses, at $h(3)=12$.

a) Bestem $h(17)$.

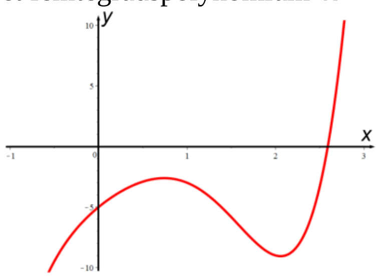
Opgave 424: Halveringskonstanten for en eksponentiel udvikling *p* er 4. Det oplyses, at $p(9)=3$.

a) Bestem $p(-3)$.

Opgave 425: a) Faktorisér polynomiet $2x^2-2x-24$.

b) Bestem koordinatsættet for toppunktet for grafen for polynomiet $2x^2-2x-24$.

Opgave 426: Nedenfor ses grafen for et femtegradspolynomium $x^5-3x^4+2x^3+a\cdot x^2+b\cdot x+c$



a) Bestem fortegnene for koefficienterne *a*, *b* og *c*.

Opgave 427: På en konto med rentefoden 3% p.a. indsættes 6000 kr.

a) Hvor meget står på kontoen efter 7 år?

Opgave 428: Befolkningstallet i landet Vadena ændrer sig hurtigere, end indbyggerne tæller. I en periode på 8 år har den årlige vækstrate været 6%, 12%, -8% , 9%, -15%, 7%, , 3% og 11%.

a) Bestem den gennemsnitlige årlige vækstrate.

Opgave 429: Funktionen f er givet ved forskriften $f(x)=\dfrac{13584}{1+0,73\cdot e^{-0,001425\cdot x}}$, $x\in\mathbb{R}$.

a) Bestem den øvre grænse for de funktionsværdier, som f kan antage.

Opgave 430: Vandet i en skål opvarmes med en dyppekoger, og temperaturen T målt i °C som funktion af tiden t målt i sekunder efter opvarmningens start antages at kunne beskrives med forskriften $T(t)=a\cdot t+b$

Tid	0	60	120	180	240	300
Temperatur	20,3	30,9	43,0	54,6	66,1	77,1

a) Tegn en graf **med aksetitler**, der angiver målepunkterne samt den bedste rette linje ud fra punkterne.
b) Bestem a og b og fortolk begge disse tal.
c) Bestem temperaturen af vandet efter 200 sekunder.
d) Bestem, hvornår vandet koger.

Opgave 431: Antallet N af radioaktive kerner kan som funktion af tiden t (målt i sekunder) beskrives ved modellen: $N(t)=b\cdot a^t$

Tid målt i sekunder	0	5	10	15	20	25	30	35
Antal radioaktive kerner	69754	16867	4049	980	235	55	14	2

a) Bestem a og b.
b) Bestem antallet af kerner efter 7 sekunder.
c) Bestem halveringstiden.

Opgave 432: En potensfunktion er givet ved forskriften $f(x)=7,3\cdot x^{1,54}$

a) Bestem $f(3)$.

b) Løs ligningen $f(x)=20$.

c) Hvor mange procent øges funktionsværdien, når x-værdien øges med 40%?

Opgave 433: Reducér udtrykkene

a) $(3a+b)^2-6a\cdot(b+7)$

c) $2s\cdot(s-4+t)-t\cdot(2s+5-t)+2\cdot(t+2s)$

b) $4x\cdot(x-3y)-(2x-3y)^2+7y^2$

d) $(5a+3b)^2+(4a-2b)^2-(3a+b)\cdot(3a-b)$

Opgave 434: Løs ligningerne

a) $2x^2-5x+2=0$; $G=\mathbb{R}$

c) $-3x^2-21x+54=0$; $G=\mathbb{R}$

b) $x^2-15x+56=0$; $G=\mathbb{R}$

d) $5x^2-2x+7=0$; $G=\mathbb{R}$

Opgave 435: Udregn følgende udtryk

a) $7\cdot\dfrac{3}{4}$

b) $\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{5}{4}$

c) $\dfrac{5}{7}+\dfrac{9}{4}$

d) $\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{5}{7}}$

Opgave 436: Reducér udtrykkene

a) $b^2\cdot b^5\cdot b^4$

b) $\dfrac{\left(x^5\right)^3}{x^4}$

c) $\sqrt{a}\cdot a^{\frac{1}{3}}$

d) $\dfrac{\sqrt[7]{k^3}\cdot k^{\frac{11}{7}}}{k\cdot k}$

Opgave 437: Kvadratkomplettér udtrykkene

a) $x^2+4x+y^2-10y+17$

b) $x^2-2x+y^2+14y+z^2-6z$

Opgave 438: Udregn følgende udtryk

a) $|9-17|$

b) $(-27)^0$

c) $32^{\frac{3}{5}}$

d) $\dfrac{1}{^{-\frac{3}{2}}\sqrt{27}}$

Opgave 439: Løs ligningerne

a) $5x+8=-11x-17 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

b) $\frac{1}{7}\cdot(3x-5)+2=x-4 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

c) $3x^2=75 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

d) $|4x+7|=12 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

e) $x=\frac{16}{x+6} \quad ; \quad G=\mathbb{R}\setminus\{-6\}$

f) $(x+5)\cdot(x-7)\cdot x\cdot(x^2-7x+12)\cdot(x^2+x+9)=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 440: Udregn eller reducér udtrykkene

a) $5+3\cdot4^2-6\cdot8$ b) $-5x\cdot(-3x^2y)\cdot(-10x\cdot y^3)\cdot2z^2$ c) $\frac{4x^2+20xy+25y^2}{4x^2-25y^2}$ d) $\frac{28x^2y-14xy^2}{16x^2-16xy+4y^2}$

Opgave 441: Løs ulighederne

a) $-3x+8<5x-2 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

b) $\frac{1}{3}\cdot(5x-4)\geq 3x+7 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

c) $\frac{1}{x}>5 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

d) $|2x+5|<7 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 442: a) Udregn udtrykket $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{8}}$ b) Udregn udtrykket $\frac{\sqrt{275}}{10\cdot\sqrt{11}}$

c) Undersøg, om 3 er en løsning til ligningen $x^3-2\cdot x^2+4x-5=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

d) Bestem c, så følgende ligning har netop én løsning: $-x^2+12\cdot x+c=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 443: Bestem de afledede funktioner af funktionerne givet ved følgende forskrifter:

a) $f(x)=5x^3-7x^2+x-9$

b) $g(x)=6\cdot\sin(x)+2\cdot e^x+11$

c) $h(x)=\sqrt{x}\cdot\ln(x)$

d) $p(x)=\frac{8^x}{5x^3}$

e) $q(x)=\cos(e^x)$

f) $r(x)=4\cdot\left(\frac{1}{x}+7\right)^6$

Opgave 444: Bestem nedenstående:

a) $\int(5x^4+8x^3-6x^2+2x-5)\,dx$

b) $\int(e^x+3\cdot\cos(x)-2)\,dx$

c) $\int\left(4^x+\frac{1}{2\sqrt{x}}-5x^8\right)dx$

d) $\int 3\cdot\sin(7x)\,dx$

e) $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} 5\cdot\sin(x)\,dx$

f) $\int_1^3(3x^2-4x+5)\,dx$

Opgave 445: En funktion f er givet ved forskriften $f(x)=3\cdot e^{6x-12}$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$.

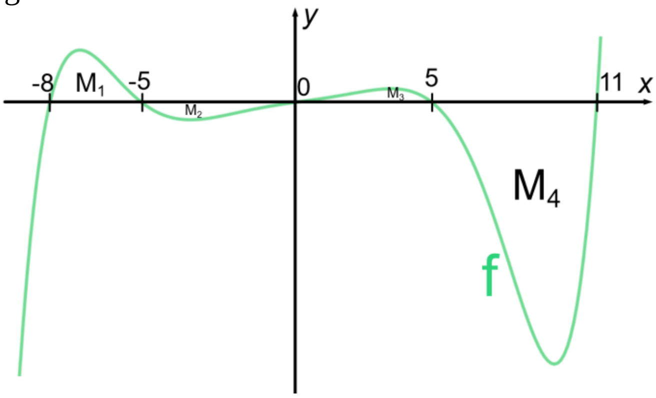
Opgave 446: En funktion f er givet ved forskriften $f(x)=51\cdot e^{17\cdot x}+x^5$.

a) Bestem forskriften for den stamfunktion F til f, hvis graf går gennem punktet $P(0,8)$.

Opgave 447: Undersøg, om funktionen f givet ved $f(x)=(5-\sin(x))\cdot e^{2x}$ er en løsning til differentialligningen $\frac{2\cdot y-y'}{\cos(x)}=e^{2x}$

Opgave 448: Bestem den partikulære løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx}+8y=0$, hvis graf går gennem punktet $P(0,13)$.

Opgave 449: Funktionen *f* har nulpunkterne -8, -5, 0, 5 og 11. Sammen med førsteaksen danner grafen for *f* fire punktmængder M_1, M_2, M_3 og M_4, hvor M_1 og M_3 ligger over førsteaksen og de to andre under.



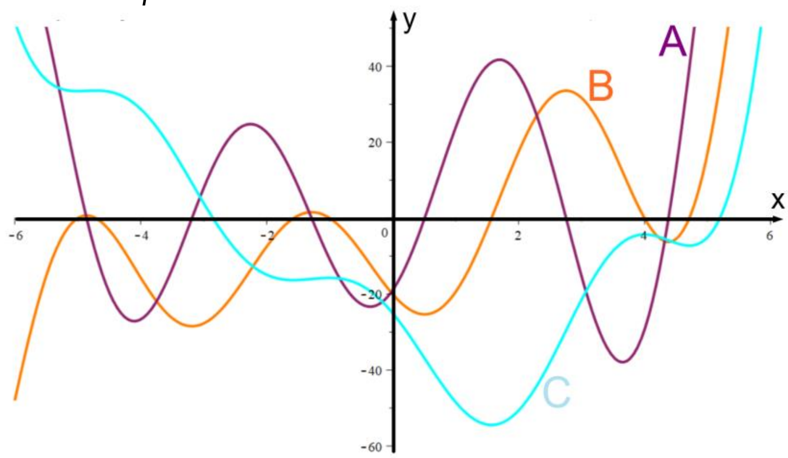
Det oplyses, at arealerne af punktmængderne M_3 og M_4 er henholdsvis 30 og 350 ($A_{M_3} = 30$ og $A_{M_4} = 350$), samt at $\int_{-8}^{-5} f(x)\,dx = 80$ og $\int_{11}^{-8} f(x)\,dx = 280$.

a) Bestem arealet af punktmængden M_1.

b) Bestem $\int_{5}^{11} f(x)\,dx$.

c) Bestem arealet af punktmængden M_2

Opgave 450: På figuren ses graferne for funktionen *f*, dens afledede funktion *f'* samt en stamfunktion *F* til *f*.



a) Begrund, hvilken af graferne der er grafen for funktionen *f*.

Opgave 451: Bestem $\int_{1}^{2} (2x-1)\cdot\left(x^2-x+1\right)^3 dx$

Opgavve 452: En funktion *f* er givet ved $f(x) = 3x^4 + 16x^3 - 570x^2 - 2376x + 237$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

b) Bestem de steder, hvor grafen for *f* har vendetangenter.

Opgave 453: Funktionerne *f* og *g* er givet ved

$$f(x) = 5\cdot\cos(x)+1$$

$$g(x) = e^{0,4\cdot x} + e^{-0,4\cdot x}$$

Graferne for funktionerne *f* og *g* danner sammen en punktmængde *M*, og når denne punktmængde roteres 360° omkring førsteaksen, dannes omdrejningslegemet *N*.

a) Bestem **omkredsen** af punktmængden *M*.

b) Bestem rumfanget af omdrejningslegemet *N*.

Opgave 454: En genstand placeres i omgivelser med konstant temperatur, og genstandens temperatur vil så opfylde differentialligningen

$$\frac{dT}{dt} = 0{,}13 \cdot (T_0 - T)$$

hvor T er genstandens temperatur målt i °C, T_0 er omgivelsernes temperatur målt med samme temperaturskala og t er tiden målt i minutter.

a) Bestem en forskrift for temperaturen, hvis omgivelsernes temperatur er 31°C, og genstanden fra start har temperaturen 95°C.

b) Bestem, hvad omgivelsernes temperatur skal være, hvis en genstand med starttemperaturen 95°C efter 10 minutter skal have temperaturen 40°C.

Opgave 455: En cirkel er givet ved ligningen $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 61 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$

a) Bestem koordinatsættene til cirklens skæringer med førsteaksen.

Opgave 456: En parabel er givet ved ligningen $y = -3x^2 + x - 5 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$

a) Bestem koordinatsættet til parablens toppunkt.

Opgave 457: Tegn en skitse af enhedscirklen.

a) Afsæt på enhedscirklen retningspunktet svarende til en vinkel på 90° og bestem $\cos(90°)$

b) Afsæt på enhedscirklen retningspunktet svarende til en vinkel på π radianer og bestem $\cos(\pi)$

c) Afsæt på enhedscirklen retningspunktet svarende til en vinkel på $-\frac{\pi}{2}$ rad. og bestem $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

d) Afsæt på enhedscirklen retningspunktet svarende til en vinkel på 30° og bestem $\sin(30°)$

Opgave 458: Bestem **førstekoordinaten** til skæringspunktet mellem linjerne m og n givet ved:

$$m: \quad y = 3x - 8 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2 \qquad \text{og} \qquad n: \quad y = -2x + 11 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$$

Opgave 459: En ellipse er givet ved ligningen $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{49} = 1 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$

a) Bestem en ligning for den ellipse, der er en parallelforskydning af ovenstående ellipse med 5 mod højre og 3 ned.

Opgave 460: Opskriv den række (a) og det produkt (b), der svarer til nedenstående:

a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{3i}$ b) $\displaystyle\prod_{i=2}^{7} \frac{i}{i+1}$

Opgave 461: En linje l og en parabel p er givet ved ligningerne:

$$l: \quad y = 2x - 6 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2 \qquad \text{og} \qquad p: \; y = x^2 + 7x - 20 \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$$

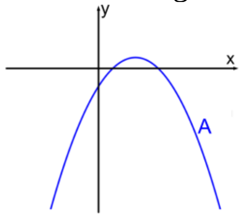
a) Bestem koordinatsættene til skæringspunkterne mellem l og p.

Opgave 462: En kugle er givet ved ligningen $x^2 + 8x + y^2 + z^2 - 6z - 24 = 0 \quad ; \; G = \mathbb{R}^3$

a) Bestem kuglens radius samt koordinatsættet til kuglens centrum.

Opgave 463: En parabel A er givet ved ligningen $y = ax^2 + bx + c \quad ; \; G = \mathbb{R}^2$.

På nedenstående figur er parablen indtegnet i et koordinatsystem.



a) Bestem fortegnene på koefficienterne a, b og c samt diskriminanten d.

Opgave 464: Angiv en ligning for den cirkel, der har centrum i $(-4,7)$ og radius 6.

Opgave 465: Løs nedenstående ligningssystemer:

$a)\quad \begin{matrix} 4x+9y=3 \\ -2x-7y=1 \end{matrix} \ ;\ G=\mathbb{R}^2 \qquad\qquad b)\quad \begin{matrix} x-5y=8 \\ -3x+15y=-2 \end{matrix} \ ;\ G=\mathbb{R}^2$

Opgave 466: En plan er givet ved ligningen $3x-4y+z+24=0 \ \ ; \ \ G=\mathbb{R}^3$

a) Bestem koordinatsættet til et eller andet punkt, der ligger i planen.
b) Bestem koordinatsættet til planens skæring med z-aksen.

Opgave 467: En hyperbel er givet ved ligningen $y=\dfrac{5}{x+2}+4 \ \ ; \ G=\mathbb{R}^2$

a) Bestem ligningen for den hyperbel, der fremkommer, når man spejler ovenstående hyperbel i andenaksen.

Opgave 468: Løs ligningen $x^2+10x+y^2-4y+29=0 \ ; \ G=\mathbb{R}^2$

Opgave 469: a) Bestem tværvektoren til vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}-3\\8\end{pmatrix}$.

b) Bestem $\begin{pmatrix}8\\-5\\2\end{pmatrix}\bullet\begin{pmatrix}-7\\3\\10\end{pmatrix}$.

c) Bestem $\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-5\\2\\6\end{pmatrix}$.

d) Bestem $\det\left(\vec{c},\vec{d}\right)$ for $\vec{c}=\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ og $\vec{d}=\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$.

e) Bestem længden af vektoren $\vec{r}=\begin{pmatrix}-4\\1\\3\end{pmatrix}$.

f) Bestem t, så vektorerne $\vec{g}=\begin{pmatrix}t+2\\4\\-3\end{pmatrix}$ og $\vec{h}=\begin{pmatrix}-1\\t\\5\end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 470: Bestem arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-8\\3\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}7\\2\end{pmatrix}$

Opgave 471: En linje l er givet ved ligningen $l: \ \ y=-4x+7 \ \ ; \ G=\mathbb{R}^2$

a) Bestem en parameterfremstilling for linjen l.

Opgave 472: Undersøg, om vinklen mellem vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}6\\3\\-7\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-8\\12\\-2\end{pmatrix}$ er spids, ret eller stump.

Opgave 473: En kugle er givet ved ligningen $(x-5)^2+(y+3)^2+(z-11)^2=50 \ \ ; \ G=\mathbb{R}^3$

a) Bestem en ligning for den tangentplan til kuglen, der tangerer kuglen i punktet $P(8,-7,6)$.

Opgave 474: En linje l er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\-13\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\-2\end{pmatrix} \ ; \ t\in\mathbb{R}$.

a) Bestem en ligning for den linje m, der er ortogonal med linjen l og går gennem punktet $(9,4)$.

Opgave 475: Kuglerne A og B er givet ved ligningerne

$$A: \quad (x-7)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25 \qquad ; \quad G = \mathbb{R}^3$$

$$B: \quad (x-11)^2 + (y-10)^2 + (z+3)^2 = 49 \quad ; \quad G = \mathbb{R}^3$$

a) Bestem afstanden mellem kuglerne A og B.

Opgave 476: $A(-8,1,4)$, $B(3,-6,7)$, $C(10,9,-2)$ og $D(-5,-4,8)$.

a) Bestem afstanden mellem punkterne B og C.
b) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne A, B og C.
c) Bestem arealet af trekanten med vinkelspidser i A, B og C.
d) Bestem en parameterfremstilling for linjen l, der går gennem punkterne C og D.
e) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjen l og planen α.
f) Bestem den spidse vinkel mellem linjen l og planen α.
g) Bestem afstanden mellem punktet D og planen α.
h) Bestem afstanden mellem punktet A og linjen l.

Opgave 477: En vektorfunktion $\vec{f}$ er givet ved $\vec{f}(s,t) = \begin{pmatrix} \cos(s) + 2t \\ t^2 - \sin(s) \\ t \cdot s \end{pmatrix} \quad ; \quad t, s \in \mathbb{R}$

a) Bestem $\vec{f}\left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$.

Opgave 478: En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved

$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 3 \cdot t^2 - 24t + 7 \\ -t^2 + 2t + 3 \end{pmatrix} \; ; \; t \in \mathbb{R}$, hvor t angiver tiden.

a) Bestem hastighedsfunktionen.
b) Bestem farten til tiden 0.
c) Bestem accelerationen til tiden 1.
d) Bestem koordinatsættet til det punkt på banekurven, hvor der er vandret tangent.
e) Bestem koordinatsættet til det punkt på banekurven, hvor den resulterende kraft peger lodret.

Opgave 479: En vektorfunktion $\vec{f}$ er givet ved $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 4t - 13 \\ 2t + 5 \\ 13 - t \end{pmatrix} \; ; \; t \in \mathbb{R}$.

a) Bestem $\vec{f}(1)$.
b) Bestem differentialkvotienten i 2.
c) Undersøg, om punktet $P(8,-1,6)$ ligger på parameterkurven for $\vec{f}$.
d) Bestem koordinatsættet til det punkt Q, hvor parameterkurven for $\vec{f}$ skærer xy-planen.

Opgave 480: En vektorfunktion $\vec{s}$, er givet ved $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3t - 40 \\ -t^3 - 2t^2 + 25t + 60 \end{pmatrix} \; ; \; -6 \le t \le 6$

a) Tegn banekurven for $\vec{s}$.
b) Bestem koordinatsættet til punktet P svarende til tiden 1.
c) Bestem hastigheden til tiden 1, og angiv omløbsretningen for banekurven.
d) Bestem en parameterfremstilling for tangenten til banekurven i P.
e) Bestem koordinatsættene til banekurvens skæringer med førsteaksen.
f) Bestem koordinatsættet til det punkt på banekurven, hvor der er lodret tangent.
g) Bestem parameterværdierne svarende til dobbeltpunktet Q.
h) Bestem den stumpe vinkel mellem tangenterne til banekurven i dobbeltpunktet Q.
i) Bestem arealet af den punktmængde M, der afgrænses af banekurven (når parameteren løber mellem de to parameterværdier svarende til dobbeltpunktet Q).
j) Bestem omkredsen af punktmængden M.

Opgave 481: Udregn følgende værdier.

$a)\ \log(1000)$ $b)\ \log_9(81)$ $c)\ \ln\left(e^{-5}\right)$

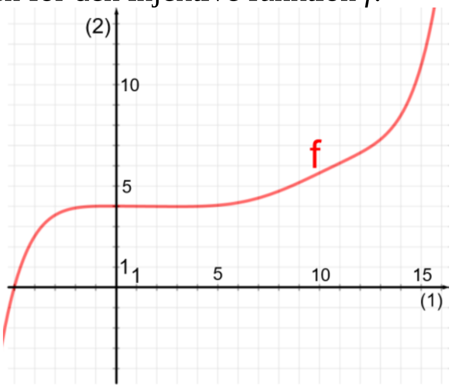
$d)\ \log(0{,}000001)$ $e)\ \log_8\left(\frac{1}{64}\right)$ $f)\ \ln(1)$

Opgave 482: Bestem forskrifter for de omvendte funktioner f^{-1} og g^{-1} til funktionerne f og g givet ved forskrifterne $f(x)=\frac{1}{3}x+17$ og $g(x)=6\cdot\sqrt[5]{x}-12$.

Opgave 483: Grafen for en lineær funktion *f* går gennem punkterne $(-3,10)$ og $(2,3)$.

a) Bestem en forskrift for *f*.

Opgave 484: Nedenfor ses grafen for den injektive funktion *f*.



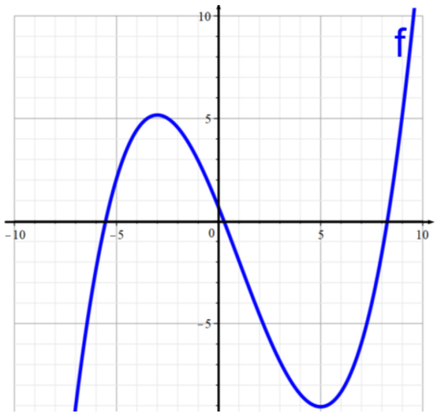
a) Bestem $f^{-1}(0)$.

b) Løs ligningen $f^{-1}(x)=15$.

Opgave 485: Isolér *x* i nedenstående ligninger.

$a)\ 6\cdot 13^x=11\ ;\ G=\mathbb{R}$ $b) 5+e^x=12\ ;\ G=\mathbb{R}$ $c) 8+4\cdot\log(x)=17\ ;\ G=\mathbb{R}_+$ $d)\ 15-\ln\left(x^6\right)=2\ ;\ G=\mathbb{R}_+$

Opgave 486: Nedenfor ses grafen for funktionen *f*. Grafen vender kun de to steder, der ses på figuren, og $Dm(f)=\mathbb{R}$.



a) Angiv - ved hjælp af aflæsninger på figuren - monotoniforholdene for *f*.

Opgave 487: Funktionerne f, g og h er givet ved $f(x)=5x+20; g(x)=e^x; h(x)=\sqrt{x-8}$

a) Angiv definitionsmængderne for hver af de tre funktioner.

b) Angiv forskriften for sumfunktionen $f+g$.

c) Bestem $(g\circ f)(-4)$.

d) Angiv forskrifterne for $g\circ h$ og $h\circ g$.

e) Løs ligningen $(h\circ f)(x)=6$

Opgave 488: Udregn værdierne af følgende udtryk.

$a)\ \log(20)+\log(50)$ $b)\log_5(75)-\log_5(3)$ $c)\ln\left(e^{\frac{9}{2}}\right)+\ln\left(e^{\frac{3}{2}}\right)$ $d)\log_6(4)+\log_6(9)$

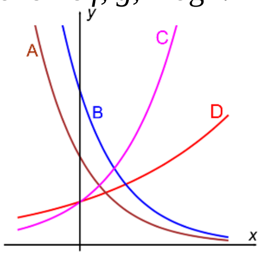
Opgave 489: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=\begin{cases} x^2+3 & , \ x<-3 \\ 2x+9 & , \ -3\leq x<5 \\ \log(2x)-22 & , \ 5\leq x \end{cases}$

a) Bestem $f(0)$ og $f(5)$. b) Løs ligningen $f(x)=-20$.

Opgave 490: Funktionerne *f, g, h* og *i* er givet ved forskrifterne

$$f(x)=2\cdot 1{,}17^x \quad ; \quad g(x)=7\cdot 0{,}65^x \quad ; \quad h(x)=4\cdot 0{,}65^x \quad ; \quad i(x)=2\cdot 1{,}43^x$$

Nedenfor ses graferne for funktionerne *f, g, h* og *i*.



a) Bestem vækstraterne for funktionerne *f* og *g*.

b) Løs ligningen $h(x)=4$; $G=\mathbb{R}$.

c) Redegør for hvilken af graferne *A, B, C* og *D*, der er graf for funktionen *f*.

Opgave 491: Om en eksponentiel udvikling *f* oplyses, at fordoblingskonstanten er 13 og $f(5)=9$.

a) Bestem $f(31)$.

Opgave 492: I perioden 2000-2020 voksede antallet af udgivne krimier med 9% om året. I 2000 blev der udgivet 3711 krimier.

a) Indfør passende variable og angiv en forskrift, der beskriver antallet af udgivne krimier i perioden 2000-2020.

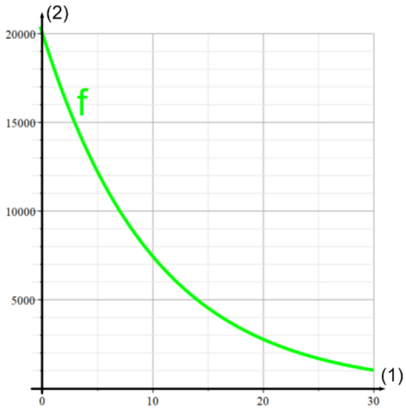
Opgave 493: En funktion *g* er givet ved forskriften $g(x)=7\cdot\sin(3x+5)+4 \quad , \quad x\in\mathbb{R}$

a) Bestem den største og den mindste værdi, som funktionen *g* antager.

Opgave 494: Grafen for en eksponentiel udvikling *f* med forskriften $f(x)=b\cdot a^x$ går gennem punkterne $(2,5)$ og $(5,320)$.

a) Bestem *a* og *b*.

Opgave 495: Nedenfor ses grafen for den eksponentielle udvikling *f*.

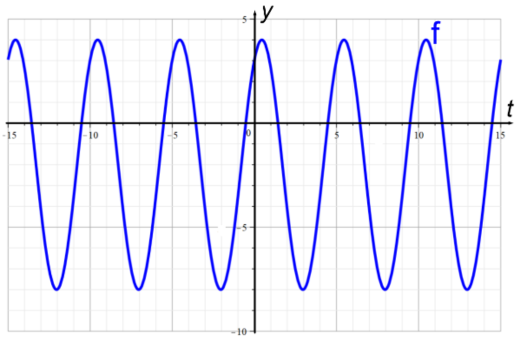


a) Bestem ud fra aflæsninger på figuren halveringskonstanten for *f*.

Opgave 496: Om en eksponentiel udvikling *g* oplyses, at halveringskonstanten er 7 og $g(18)=25$.

a) Bestem $g(-3)$.

Opgave 497: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + c$. Her er grafen for *f*:



a) Bestem ved aflæsninger på grafen værdierne af *A*, *c* og perioden *T*.

Opgave 498: Givet er andengradspolynomiet $f(x) = -3x^2 + 6x + 24$.

a) Bestem koordinatsættet for toppunktet til den parabel, der er grafen for polynomiet.

b) Angiv polynomiet på formen $f(x) = a \cdot (x - r_1) \cdot (x - r_2)$.

Opgave 499: 5700 kr. blev 1. januar 1982 indsat på en ny bankkonto, hvor rentefoden var 3% p.a. Rentefoden ændrede sig aldrig, og der blev aldrig hævet eller indsat andet på kontoen.

a) Hvor meget stod på kontoen 1. januar 1994?

b) Hvornår stod der 15571,86 kr. på bankkontoen?

c) Hvor meget skulle der fra start være indsat, hvis der 1. januar 2000 skulle stå 10000 kr. på bankkontoen?

Opgave 500: Den eksponentielle udvikling *f* er givet ved forskriften $f(x) = 0,43 \cdot \mathrm{e}^{0,62 \cdot x}$.

a) Redegør for, om *f* er en voksende eller en aftagende funktion.

b) Bestem halveringskonstanten eller fordoblingskonstanten for *f* (den relevante af de to).

Opgave 501: En aktie købes i år 2002 for 350 kr. Derefter ændres aktiens værdi de følgende 8 år med de årlige vækstrater $6\%, -17\%, -35\%, -6\%, 11\%, 9\%, 21\%$ og 34%.

a) Bestem den gennemsnitlige årlige vækstrate i perioden 2002-2010.

b) Hvad skal den gennemsnitlige årlige vækstrate være i perioden 2010-2020, hvis aktien i 2020 skal være 800 kr. værd?

Opgave 502: En tidsvarierende svingning *g* er givet ved $g(t) = 4,3 \cdot \sin(2,9 \cdot t - 1,6) + 5,8 \;\; ; \; t \in \mathbb{R}$

a) Bestem perioden *T* og frekvensen *f*.

Opgave 503: Om de uafhængige hændelser *A* og *B* oplyses, at $P(A) = 0,90$ og $P(A \cap B) = 0,63$.

a) Bestem $P(B)$. b) Bestem $P(A|B)$.

Opgave 504: Om de tre stokastiske variable *X*, *Y* og *Z* oplyses det, at ***X* og *Y* er uafhængige**, samt

$E(X) = 7$, $E(Y) = -4$, $E(Z) = 5$, $\mathrm{var}(X) = 9$, $\mathrm{var}(Y) = 6$ og $\mathrm{var}(Z) = 4$

Nedenfor skal du udregne den pågældende størrelse **eller** begrunde, at man ikke kan udregne størrelsen ud fra de angivne oplysninger.

a) $E(X+Y)$ *b)* $E(X+Z)$ *c)* $\sigma(X)$ *d)* $\sigma(7 \cdot Z + 13)$

e) $\mathrm{var}(X+Y)$ *f)* $\mathrm{var}(Y+Z)$ *g)* $E(5 \cdot X - 10)$ *h)* $E(Z^2)$

i) $E(X \cdot Y)$ *j)* $E(Y \cdot Z)$ *k)* $\mathrm{var}(X \cdot Y)$ *l)* $\mathrm{var}(3 \cdot Y - 19)$

Opgave 505: En løgnedetektor vil afsløre en skyldig i 85% af tilfældene (*sensitiviteten* er 0,85), mens 7% af de uskyldige vil slå ud som skyldige (*specificiteten* er 0,93). Et mord er blevet begået. 25 personer har været på gerningsstedet, og man ved, at netop én af disse er den skyldige. En tilfældig af de 25 udvælges og udsættes for en løgnedetektor, og den slår ud som 'skyldig'.

a) Hvad er sandsynligheden for, at den udvalgte er skyldig?

Opgave 506: Opgave 4 (40 point): Et endeligt sandsynlighedsfelt er givet ved:

U	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9	u_{10}
P	0,01	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	

Hændelserne *A* og *B* er givet ved: $A=\{u_2,u_4,u_5,u_7\}$ $B=\{u_5,u_6,u_7,u_8,u_9\}$

a) Bestem $P(u_{10})$. b) Bestem $P(A)$ og $P(\overline{B})$. c) Bestem $P(A|B)$.

b) Undersøg, om hændelserne *A* og *B* er uafhængige.

Opgave 507: Et stokastisk eksperiment består i at kaste en mønt 4 gange og notere, om det blev plat (p) eller krone (k). Hændelserne *A* og *B* er:
A: Man får lige mange plat og krone.
B: Man får noget forskelligt i andet og tredje kast.
Den stokastiske variabel *X* angiver antallet af krone ved de 4 kast.

a) Opskriv sandsynlighedsfeltet for det stokastiske eksperiment.
b) Angiv hændelserne *A* og *B*.
c) Undersøg, om hændelserne *A* og *B* er uafhængige.
d) Opstil en tabel, der angiver de mulige værdier for den stokastiske variabel *X* samt sandsynlighederne for disse værdier.
e) Udregn middelværdien for den stokastiske variabel *X*.
f) Udregn variansen og spredningen for den stokastiske variabel *X*.
g) Angiv for *X* den tilsvarende normerede stokastiske variabel *N*.

Opgave 508: Givet er mængderne $A=\left\{-7,0,\frac{3}{2},5,13\right\}$ $B=\{-3,5,8,13\}$ $C=\{-7,0,5\}$ $D=\{0,4,9\}$

a) Bestem $A\cap B$. b) Bestem $B\cap D$. c) Bestem $C\cup D$.
d) Bestem $B\cup D$. e) Bestem $A\setminus B$. f) Bestem $D\setminus C$.

Opgave 509: Omskriv $2,\overline{7836}$ til en brøk med hele tal i tæller og nævner (brøken behøver ikke at være uforkortelig).

Opgave 510: Omskriv $\frac{524}{7}$ til en uendelig, periodisk decimalbrøk (decimaltal).

Opgave 511: Angiv følgende intervaller eller mængder:

a) $[1,9]\cap]4,27]$ b) $[-12,2]\cap[-7,-3]$ c) $[8,16]\cap[19,27]$ d) $]-9,12]\cap[12,18]$

e) $]1,2[\cap]2,3]$ f) $[5,11[\cup[8,17[$ g) $[1,2[\cup[2,3[$ h) $]7,21[\cup[13,18]$

Opgave 512: Et badekar fyldes med vand. *t* angiver tiden (målt i minutter), fra opfyldningen begynder. *m* angiver den samlede masse af badekarret og vandet (målt i kg). Sammenhængen mellem *t* og *m* kan beskrives med forskriften: $m(t)=a\cdot t+b$

Tiden	0	2	4	6	8	10
Samlede masse	57,4	81,3	105,9	130,3	155,2	179,4

a) Tegn en graf **med aksetitler**, der angiver målepunkterne samt den bedste rette linje ud fra punkterne.
b) Bestem *a* og *b* og fortolk begge disse tal.
c) Hvad er den samlede masse efter 9 minutter?
d) Hvornår er den samlede masse 100 kg?

Opgave 514: En potensfunktion er givet ved forskriften $f(x)=4,29\cdot x^{0,76}$.

a) Bestem $f(5)$.

b) Løs ligningen $f(x)=12$.

c) Hvor mange procent øges funktionsværdien, når *x*-værdien øges med 70%?

Opgave 513: Antallet C af nye daglige corona-tilfælde kan som funktion af tiden t, målt i dage, i en periode beskrives ved modellen $C(t)=b\cdot a^t$

Tiden målt i dage	0	1	2	3	4	5	6
Antal nye daglige corona-tilfælde	1745	2046	2150	2558	3132	3075	3552

a) Bestem a og b.
b) Bestem, hvor mange nye daglige corona-tilfælde der ifølge modellen vil være efter 50 dage.
c) Bestem fordoblingstiden for nye daglige corona-tilfælde.

Opgave 515: Udregn følgende udtryk: a) $\frac{7}{3}\cdot 5$ b) $\frac{2}{7}\cdot\frac{9}{5}$ c) $\frac{3}{5}+\frac{8}{3}$ d) $\frac{\frac{2}{7}+\frac{3}{7}}{\frac{4}{11}}$

Opgave 516: Angiv for hvert af følgende tal det modsatte tal og det reciprokke tal:

Givne tal	Modsatte tal	Reciprokke tal
7		
-13		
$\frac{3}{11}$		
1		
π		

Opgave 517: Reducér udtrykkene

e) $(5x-2y)^2+20xy$ b) $6a\cdot(a-2b)+(2a+3b)^2$ c) $(x-4y)\cdot(x+4y)-x\cdot(6+x-3y)$

Opgave 518: Løs ligningerne

$a)$ $(x+5)\cdot(x+10)\cdot(x-4)=0$; $G=\mathbb{R}$

$b)$ $(2x+8)\cdot 5\cdot(3-x)\cdot x\cdot(x^2+7)=0$; $G=\mathbb{R}$

Opgave 519: Udregn følgende udtryk: a) $|3^3-4\cdot 3^2|$ b) $\left(\frac{5}{13}\right)^0$ c) $27^{\frac{4}{3}}$ d) $\frac{1}{\sqrt[2]{32}^{-\frac{5}{2}}}$

Opgave 520: Se på legemet $(M,+,\bullet)$. Kombinér aksiomerne med deres navn

(et – forkert – svar kunne være 1D, 2H, 3F, 4A, 5B, 6G, 7C og 8E):

1: $\forall x,y\in M: x\cdot y=y\cdot x$
2: $\forall x,y,z\in M: x\cdot(y+z)=(x\cdot y)+(x\cdot z)$
3: $\exists 1\in M:\forall x\in M:\ x\cdot 1=x$
4: $\forall x\in M\ \exists(-x)\in M:\ x+(-x)=0$
5: $\forall x,y,z\in M:\ (x+y)+z=x+(y+z)$
6: $\forall x\in M\setminus\{0\}\exists\frac{1}{x}\in M:\ x\cdot\frac{1}{x}=1$
7: $\forall x,y\in M: x\cdot y\in M$
8: $\exists 0\in M:\forall x\in M:\ x+0=x$

A: Lov om stabilitet.
B: Eksistens af neutralt element ved multiplikation.
C: Den distributive lov.
D: Eksistens af reciprokke elementer.
E: Lov om associativitet.
F: Eksistens af neutralt element ved addition.
G: Lov om kommutativitet.
H: Eksistens af modsatte elementer.

Opgave 521: Løs ligningerne

e) $x^2+6x-27=0$; $G=\mathbb{R}$

f) $5x^2+25x+30=0$; $G=\mathbb{R}$

g) $7x^2+x+6=0$; $G=\mathbb{R}$

h) $5x^2+9x-2=0$; $G=\mathbb{R}$

Opgave 522: Reducér udtrykkene: a) $x^7 \cdot x^3$ b) $\frac{\left(a^4\right)^5}{a^7}$ c) $\sqrt[5]{b^3} \cdot b^{\frac{2}{5}} \cdot b^{-2}$

Opgave 523: Kvadratkomplettér udtrykkene

a) $x^2 + 12x + y^2 - 2y - 13$ b) $x^2 - 8x + y^2 + z^2 + 6z - 3$

Opgave 524: Løs ligningerne

a) $11x + 19 = 7x - 12 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$ b) $\frac{1}{6} \cdot (2x+7) - 3 = 3x + 5 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$

c) $5x^2 + 13 = 193 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$ d) $|5x - 2| = 11 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$

Opgave 525: Udregn eller reducér udtrykkene

a) $7 \cdot 2 - 3 \cdot 5^2 + 40$ b) $2a^2b \cdot \left(-3abc^2\right) \cdot \left(-b^2c\right) \cdot (-a) \cdot \left(5a^2bc^3\right)$ c) $\frac{9x^2 - 24xy + 16y^2}{15x^2 - 20xy}$

Opgave 526: Løs ulighederne: a) $7x - 11 < 12x + 10 \quad ; G = \mathbb{R}$ b) $\frac{1}{2} \cdot (7x+5) \geq 9 - 2x \quad ; \quad G = \mathbb{R}$

Opgave 527: a) Udregn udtrykket $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$

b) Undersøg, om 1 er en løsning til ligningen $4x^3 - 7x^2 + 2x + 3 = 0 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}$

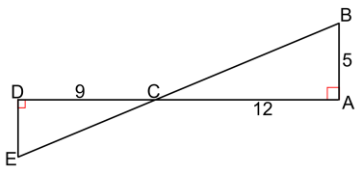
c) Bestem *a*, så følgende ligning har netop én løsning: $x^2 + 6 \cdot x + a = 0 \;\; ; \;\; G = \mathbb{R}$

Opgave 529: Undersøg hvilke af følgende trekanter, der er retvinklede:

$a)\ (3,4,5) \quad b)\ (4,5,6) \quad c)\ (7,11,14) \quad d)\ (8,15,17) \quad e)\ (9,12,15)$

Opgave 530: Bestem følgende: $a)\ \sin(90°)$ $b)\ \cos(-90°)$ $c)\ \sin(0°)$ $d)\ \cos(\pi)$ $e)\ \sin(-\pi)$ $f)\ \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$

Opgave 531: Trekanterne *ABC* og *CDE* er retvinklede med de rette vinkler *A* og *D* (se figuren nedenfor). Det oplyses, at $|AB| = 5, |AC| = 12$ og $|CD| = 9$.

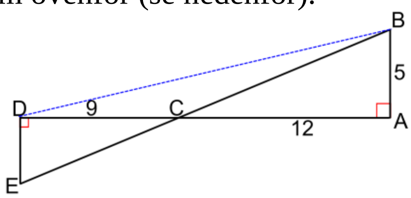


a) Bestem $|BC|$.

b) Bestem $|DE|$.

c) Bestem arealerne af hver af trekanterne *ABC* og *CDE*.

Opgave 532: Samme trekanter som ovenfor (se nedenfor).



a) Bestem $\angle ACB$ og $\angle CED$.

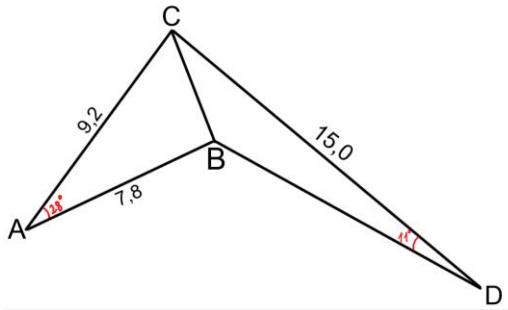
b) Bestem $|BD|$.

Opgave 533: Bestem vinklen mellem to C-H-bindinger i et metanmolekyle (H-atomerne sidder som hjørnerne i et regulært tetraeder.

Hint: Tegn hjælpetrekanter i forskellige planer og udnyt vores viden om medianer.

Opgave 534: I trekanterne *ABC* og *BCD* er $\angle CBD > 90°$. Desuden er

$$|AB| = 7{,}8\ ,\ |AC| = 9{,}2\ ,\ |CD| = 15{,}0\ ,\ \angle A = 28°\ \text{og}\ \angle D = 11°.$$

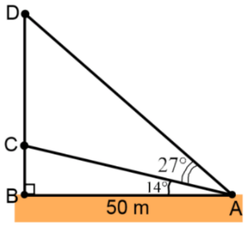


a) Bestem $|BC|$.

b) Bestem $\angle CBD$.

c) Bestem $|BD|$.

Opgave 535: En person står på en strand i punktet *A*. 50 m henne ad stranden i punktet *B* står en parasol, og ud fra denne – vinkelret på vandlinjen – befinder svømmerne *C* og *D* sig.
Fra person *A* danner sigtelinjerne til parasollen og svømmer *C* vinklen 14°.
Fra person *A* danner sigtelinjerne til svømmer *C* og *D* vinklen 27°.



$|AB| = 50\,m$

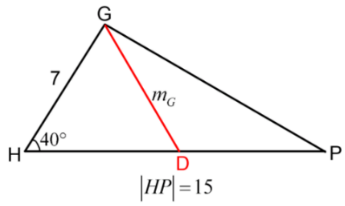
$\angle BAC = 14°$

$\angle CAD = 27°$

a) Bestem afstanden mellem svømmerne *C* og *D*.

b) Bestem $\angle ACD$.

Opgave 536: I trekant *GHP* kaldes medianen fra G's fodpunkt på linjestykket *HP* for *D*. Det oplyses, at $|GH| = 7$, $|HP| = 15$ og $\angle GHP = 40°$

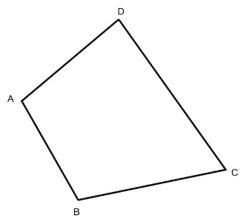


a) Bestem arealet af trekant *GHP*.

b) Bestem $|GP|$.

c) Bestem $\angle GDP$.

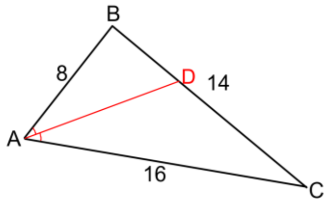
Opgave 537: Et område med fiskeforbud for sej (*Pollachius virens*) i Østersøen øst for Bornholm har form som en firkant *ABCD*, se figuren. Der gælder at $\angle A = 98°$, $|AB| = 75$ km, $|AD| = 84$ km, $|BC| = 99$ km og $|CD| = 112$ km.



a) Bestem afstanden fra *B* til *D*.

b) Bestem arealet af firkant *ABCD*.

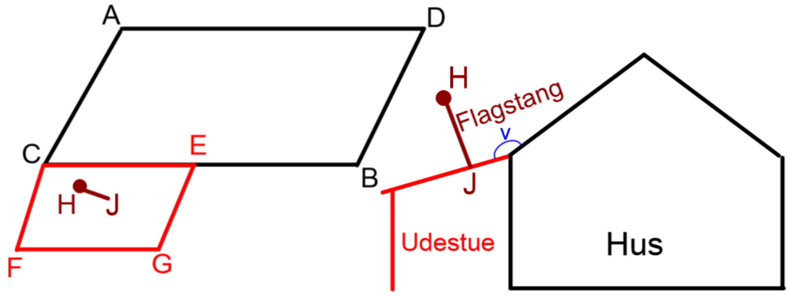
Opgave 538: I trekant ABC er $|AB| = 8$, $|AC| = 16$ og $|BC| = 14$. Vinkelhalveringslinjen fra A har fodpunkt i D.



a) Bestem $\angle BAC$.
b) Bestem arealet af trekant ABC.
c) Bestem $|CD|$.

Opgave 539: På et temmelig skævt hus med en heller ikke alt for lige udestue har man forgæves forsøgt at pynte på skævhederne ved at placere en (skæv) flagstang oven på taget af udestuen:

$A(0,0,4.2)$
$B(3.7,16.76,2.42)$
$C(3.2,0.1,2.5)$
$D(0.2,18.5,4.3)$
$E(3.4,6.764,2.468)$
$H(4.1,3.4,4.4)$



Tagfladen $\square ADBC$ ligger i en plan α.
Udestuens tag $\square CEGF$ ligger i planen β med ligningen: $-33200 \cdot x + 360 \cdot y - 132530 \cdot z + 437529 = 0$

Flagstangens knop er placeret i punktet H, og en retningsvektor for selve flagstangen er $\vec{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$.

Alle længder måles i enheden meter.
a) Bestem en ligning for den plan α, som tagfladen $\square ADBC$ er en del af.
b) Bestem arealet af den skæve, men dog plane, tagflade $\square ADBC$.
c) Bestem vinklen v mellem hustaget og taget på udestuen (se figuren).
d) Bestem afstanden fra flagstangens knop H til den plan β, som udestuens tag er en del af.
e) Bestem koordinatsættet til det punkt J, hvor flagstangen er sat fast på udestuens tag.
f) Bestem den spidse vinkel mellem flagstangen og udestuens tag.

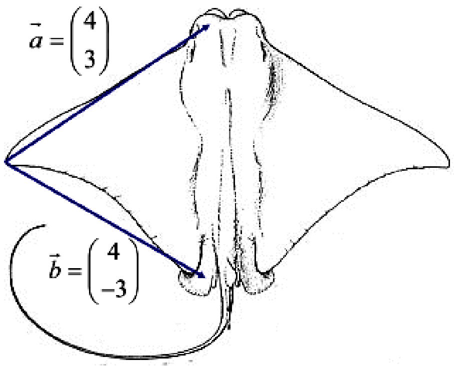
Opgave 540: Givet er punkterne $A(6,-3,5), B(4,3,10), C(2,-9,3), D(8,-12,-2), E(-7,6,5)$ og $F(-1,2,-3)$.
a) $\square ABCD$ ligger i en plan α. Bestem en ligning for α.
b) Bestem arealet af $\square ABCD$.
c) Bestem afstanden fra punktet E til planen α.
d) Linjen l går gennem punkterne E og F. Bestem skæringspunktet mellem l og α.
e) Bestem vinklen mellem l og α.

Opgave 541: Bestem t, så vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ t \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \end{pmatrix}$ er ortogonale.

Opgave 542: En cirkel har centrum i $C(4,-6)$, og punktet $P(-1,3)$ ligger på cirklen. Bestem en ligning for den tangent til cirklen, der rører cirklen i P.

Opgave 543: Bestem arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

Opgave 544: En konæserokke (*Rhinoptera bonasus*) har næsten form som et parallelogram udspændt af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ (se figuren).



a) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem arealet af parallelogrammet udspændt af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

c) Bestem projektionen af $\vec{b}$ på $\vec{a}$.

Opgave 545: En fisker fisker efter rødøjede rundsild (*Etrumeus teres*) og har installeret en fiskeradar på sin kutter, der afsøger et cirkulært område med kutteren i centrum og en radius på 150 meter.

a) Opskriv cirkelligningen, *C*, der beskriver afsøgningsområdets rand, når kutteren placeres i origo (0,0) og afstandene måles i meter.

En stime af rødøjede rundsild svømmer i en ret linje fra punkt *P*(-200,50) til *Q*(0,-250), mens kutteren ligger stille.

b) Afgør om kutteren ved hjælp af sin fiskeradar har chance for at opdage fiskestimen.

Opgave 546:

En bladpjaltefisk (*Phycodurus eques*) kan dreje kroppen, så retningerne af munden og bagkroppen i et koordinatsystem kan beskrives ved vektorerne

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3+t \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} t+6 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Bestem den værdi af *t*, hvor $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale

Opgave 547: $A(6,-3,7), B(1,0,9), C(-8,2,5), D(11,3,-6)$ og $E(4,-2,-5)$

a) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.

b) Bestem en parameterfremstilling for den linje *l*, der går gennem punkterne *D* og *E*, og bestem skæringspunktet mellem linjen *l* og planen α.

c) Bestem den stumpe vinkel mellem linjen *l* og planen α.

Opgave 548: $A(3,4,16), B(4,2,16), C(7,6,20), D(-6,-3,6)$ og $E(3,5,-4)$.

Den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*, er givet ved ligningen

$$\alpha: \; 4x + 2y - 5z + 60 = 0$$

a) Vis, at punktet *D* ligger i planen α, og at punktet *E* ikke ligger i planen α.

b) Vis, at firkant *ABCD* ikke er et parallelogram.

c) Bestem arealet af firkant *ABCD*.

d) Bestem en ligning for den kugle *K*, der har centrum i *E* og α som tangentplan.

Opgave 549: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y)=x^2\cdot y+e^y+7x-15$

a) Bestem $f(3,0)$.

b) Bestem ∇f .

c) Bestem $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ og $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

Opgave 550: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx}+5\cdot y=20$

Det oplyses, at grafen for *f* går gennem punktet $P(3,10)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.
b) Bestem en forskrift for funktionen *f*.
c) Bestem den nedre grænse for funktionen *f*.

Opgave 551: En funktion *N*, der beskriver antallet af smittede under en epidemi, er en løsning til differentialligningen $\dfrac{dN}{dt}=0,0005\cdot N-0,01\cdot t$, hvor *t* angiver tiden målt i antal døgn fra registreringen begynder. Fem døgn efter registreringen begynder, er der 4000 smittede.

a) Bestem væksthastigheden for antallet af smittede fem døgn efter registreringen begynder.
b) Bestem en forskrift for *N*.
c) Bestem det højeste antal smittede, der optræder under epidemien.

Opgave 552: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x,y)=x^2y+xy^2+2x^2+6xy-3y^2+12x-23y-46$$

a) Tegn grafen for *f* i vinduet $[-15,15]\times[-15,15]\times[-300,300]$.

b) Bestem *x*- og *y*-koordinaterne for *f* 's 4 stationære punkter.

c) Bestem arten af det stationære punkt med førstekoordinaten 1.

d) Bestem gradienten for *f* i punktet $P(2,3,f(2,3))$.

e) Bestem en ligning for tangentplanen til grafen for *f* i punktet $P(2,3,f(2,3))$.

Opgave 553: Bestem nedenstående værdier eller skriv, at udtrykket ikke har en værdi, når man arbejder inden for de reelle tal.

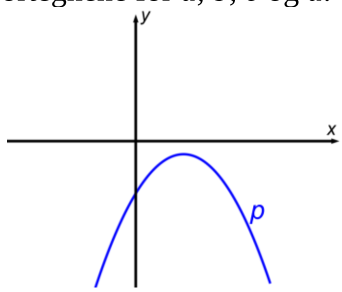
$a)\ \log(10000000)\quad b)\ \log(0,0001)\quad c)\log(-10)\quad d)\log(10^{7,5})\quad e)\ \log_7(49)\quad f)\log_3\left(\dfrac{1}{27}\right)$

$g)\log_2(64)\quad h)\log_{\frac{1}{2}}(2)\quad i)\ \ln(e^8)\quad j)\ln(1)\quad k)\ln\left(\dfrac{1}{e^5}\right)\quad l)\ln(0)$

Opgave 554: Angiv en ligning for cirklen *C*, der har centrum i $(-2,17)$ og radius 11.

Opgave 555: En parabel *p* er givet ved ligningen $y=ax^2+bx+c$; $G=\mathbb{R}^2$, og $d=b^2-4ac$.

Bestem ud fra grafens udseende fortegnene for *a*, *b*, *c* og *d*.



Opgave 556: Bestem forskriften for den omvendte funktion f^{-1} til funktionen *f* givet ved forskriften

$$f(x)=5\cdot x^3-2.$$

Opgave 557: En plan α er givet ved ligningen $7x-6y+13z-30=0$; $G=\mathbb{R}^3$.
Bestem koordinatsættet til planens skæring med *y*-aksen.

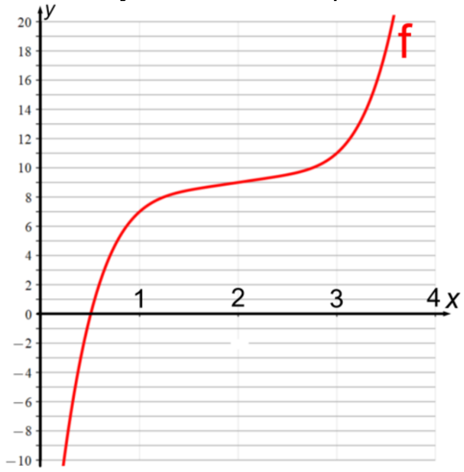
Opgave 558: Isolér *x* i følgende ligninger ($G=\mathbb{R}$).

$a)\ 5\cdot 7^x+3=11 \qquad b)\ 5\cdot\log(x)+2=8 \qquad c)\ \dfrac{4}{e^x}=7 \qquad d)\ 9\cdot\ln(x)-11=7$

Opgave 559: Udregn værdierne af følgende udtryk:

$a)\ \log(250)+\log(40) \qquad b)\ \log_8(192)-\log_8(3) \qquad c)\ 2\cdot\log_9(3)$

Opgave 560: Nedenfor ses grafen for den injektive funktion *f*.



a) Bestem $f^{-1}(11)$.

b) Løs ligningen $f^{-1}(x)=2$.

c) Løs den dobbelte ulighed $1<f^{-1}(x)<3$.

Opgave 561: Mængderne *A, B, C* og *D* er givet ved

$A=\{-5,0,4,7\} \quad B=\{-5,2,7\} \quad C=\{-15,0,6\} \quad D=\{0,6\}$

b) Bestem $A\cap B$. b) Bestem $B\cap D$. c) Bestem $C\cup D$. d) Bestem $B\cup C$.

a) Bestem $A\setminus B$. f) Bestem $C\setminus D$. g) Bestem $D\setminus C$. h) Bestem $B\setminus D$

Opgave 562: Angiv for hvert af følgende tal det modsatte tal og det reciprokke tal:

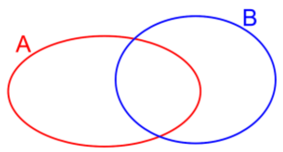
Givne tal	Modsatte tal	Reciprokke tal
8		
-1		
$\frac{1}{3}$		
$\frac{7}{9}$		
e		

Opgave 563: Omskriv $5,\overline{173}$ til en brøk med hele tal i tæller og nævner (brøken behøver ikke at være uforkortelig).

Opgave 564: Om mængderne *A* og *B* oplyses det, at:

$A\cap B=\{c,k\}$, $A\cup B=\{c,f,k,p,y\}$ og $A\setminus B=\{f,y\}$

Indtegn mængdernes elementer i nedenstående mængdediagrammer.



Opgave 565: Omskriv $\frac{365}{7}$ til en uendelig, periodisk decimalbrøk (decimaltal).

Opgave 566: Angiv følgende intervaller eller mængder:

a) $[0,11]\cap]5,20]$ b) $[-13,10]\cap[-9,2]$ c) $[-15,15]\cap[30,40]$ d) $]-9,3]\cap[3,7]$

e) $]0,1[\cap]1,4]$ f) $[2,13[\cup[7,20[$ g) $[0,5[\cup[5,10[$ h) $]-10,40[\cup[10,30]$

Opgave 567: I tabellen nedenfor er angivet det samlede antal mål *M*, der ved herrernes VM i fodbold i 2018 var scoret efter *n* kampe. Det antages, at det samlede antal scorede mål *M* som funktion af antallet *n* af kampe kan beskrives ved en funktion med forskriften: $M(n)=a\cdot n+b$

Antal kampe	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44
Samlet antal scorede mål	13	21	29	37	45	56	77	89	97	108	114

a) Bestem *a* og *b*.

b) Giv en fortolkning af tallet *a*.

c) Hvor mange mål vil der ifølge modellen være scoret efter 60 kampe?

d) Efter hvor mange kampe vil der ifølge modellen være scoret 200 mål?

Opgave 568: 60000 terninger kastes. Hvis en terning viser en 6'er, fjernes den, inden de resterende terninger kastes igen. Sådan fortsættes, og i nedenstående tabel angives antallet *N* er af terninger, der kastes i kast nr. *t*.

Kast nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Antal terninger, der kastes	60000	50067	41707	34752	28975	24096	20097	16745

Antallet *N* af terninger, der kastes, kan som funktion af nummeret *t* af kast beskrives ved funktionen $N(t)=b\cdot a^t$

a) Bestem *a* og *b*.

b) Hvor mange terninger vil der ifølge modellen kastes i kast nr. 20?

c) I hvilket nr. kast vil der ifølge modellen kastes 10 terninger?

d) Bestem halveringskonstanten for modellen.

Opgave 569: Udregn nedenstående udtryk (resultatet skal angives som en brøk)

$a)\ \frac{6}{7}\cdot 5$ $b)\ -8\cdot\frac{7}{(-3)}$ $c)\ 5-\frac{(-9)}{2}$ $d)\ \frac{\frac{11}{6}}{7}$

$e)\ \frac{9}{2}\cdot\frac{5}{11}$ $f)\ \frac{13}{\frac{4}{5}}$ $g)\ \frac{2}{3}+\frac{13}{4}$ $h)\ \frac{\frac{3}{7}}{\frac{5}{6}}$

Opgave 570: Gang ind i parenteserne, så facit er uden parenteser.

$a)\ 7\cdot(9+2a-b)$ $b)\ -6\cdot(x-4x^2+3xy-5)$

$c)\ 2a\cdot(3a-4-5b)$ $d)\ -7x\cdot(-3x+4y-xy)$

Opgave 571: Løs ligningerne, når $G=\mathbb{R}$

$a)$ $(x-5)\cdot(x+2)=0$ $b)$ $(x-17)\cdot(x+32)\cdot(x-1)=0$

$c)$ $(x^2-9)\cdot(x+2)\cdot x=0$ $d)$ $(x-16)^2\cdot(x^2-16)\cdot(x^2+16)=0$

$e)$ $(x+8)^3\cdot 8^3\cdot x^3\cdot(x^3-8)=0$ $f)$ $(x^4+20)\cdot(x^2-25)\cdot(x-13)^{17}\cdot(x^5+1)=0$

Opgave 572: Udregn udtrykkene.

$a)$ $x^7\cdot x^5$ $b)$ $\dfrac{a^{12}}{a^4}$ $c)$ $\dfrac{(a^5)^3\cdot a}{a^6}$

$d)$ $\left(\dfrac{y}{x}\right)^3\cdot(xy)^4$ $e)$ $(ab)^{-5}\cdot\left(\dfrac{a}{b}\right)^6$ $f)$ $\dfrac{x^{-3}\cdot(x^6)^2\cdot x}{(x^5)^{-4}}\cdot x^{-30}$

Opgave 573: Bestem rødderne.

$a)$ $\sqrt{49}$ $b)$ $\sqrt[3]{-8}$ $c)$ $\sqrt[4]{10000}$ $d)$ $\sqrt[1]{37}$ $e)$ $\sqrt[-2]{81}$ $f)$ $\sqrt[-3]{\dfrac{1}{27}}$

Opgave 574: Gang parenteserne sammen og reducér.

$a)$ $(3x+2)\cdot(5x-4)$ $b)$ $(s+3t)\cdot(7s-5t)$

$c)$ $(2a+3b)\cdot(2a-3b)$ $d)$ $(5x-3y)\cdot(5x-3y)$

Opgave 575: Udregn udtrykkene.

$a)$ $2a\cdot(-5a)\cdot(-4)$ $b)$ $-7x\cdot(-3x^2)\cdot(-x)$

$c)$ $-2x\cdot(-xy)\cdot(9x^2y)$ $d)$ $(-2st)^2\cdot(-10s)\cdot(s^2t)^3$

Opgave 576: Omregn udtrykkene til brøker.

$a)$ $7\cdot 3^{-2}$ $b)$ $\left(\dfrac{7}{9}\right)^{-1}$ $c)$ $\dfrac{5^{-1}}{3\cdot 2^{-2}}$ $d)$ $\dfrac{1}{13^{-1}\cdot 8^2}$

Opgave 577: Beregn udtrykkene

$a)$ $100^{\frac{5}{2}}$ $b)$ $8^{\frac{4}{3}}$ $c)$ $27^{-\frac{2}{3}}$ $d)$ $\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-\frac{3}{2}}$

Opgave 578: Udregn udtrykkene, så der ikke er nogle brøkstreger.

$a)$ $\dfrac{8x-6y+4}{2}$ $b)$ $\dfrac{7a^2-a+a^3}{a}$ $c)$ $\dfrac{6st+12s^2t-18st^2}{6t}$ $d)$ $\dfrac{x-y+xy}{-1}$

Opgave 579: Udregn udtrykkene.

$a)$ $\dfrac{\sqrt{300}}{\sqrt{12}}$ $b)$ $\sqrt[4]{250}\cdot\sqrt[4]{40}$ $c)$ $\dfrac{\sqrt[4]{336}}{\sqrt[4]{21}}$ $d)$ $\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{15}$

Opgave 580: Reducér udtrykkene

$a)$ $\dfrac{15a}{10b}\cdot 2b$ $b)$ $\dfrac{21x}{20y}\cdot\dfrac{40y^2}{14x}$

Opgave 581: Beregn udtrykkene: $a)$ $\sqrt[\frac{3}{2}]{8}$ $b)$ $\sqrt[-\frac{2}{3}]{25}$ $c)$ $36^{\frac{1}{2}}$ $d)$ $81^{-\frac{1}{2}}$

Opgave 582: En ellipse A er givet ved ligningen $\dfrac{(x+4)^2}{25}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$; $G=\mathbb{R}^2$.

Bestem en ligning for den ellipse B, der er en parallelforskydning af ellipsen A med 5 vandret mod højre og 3 lodret nedad.

Opgave 583: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=\begin{cases}\sqrt{-x}+4 & , \quad x\le 0\\ 3\cdot\sin(x)-1 & , \quad 0<x<2\\ \ln(x)-7 & , \quad x\ge 2\end{cases}$

a) Bestem $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$. b) Bestem $f(-9)$. c) Løs ligningen $f(x)=-7$.

Opgave 584: Find koordinatsættene til skæringspunkterne mellem de geometriske steder givet ved ligningerne ($G=\mathbb{R}^2$):

$a)\ \begin{matrix} l:\ y=3x-5 \\ m:\ y=-4x+7\end{matrix}$ $b)\ \begin{matrix} l:2x+3y=1 \\ m:6x+7y=-7\end{matrix}$ $c)\ \begin{matrix} l:y=4x-2 \\ p:y=x^2+3x-4\end{matrix}$ $d)\ \begin{matrix} h:\ y=-\dfrac{6}{x} \\ l:x+2y=-4\end{matrix}$

Opgave 585: Funktionerne *f* og *g* er givet ved: $f(x)=x^2+7$

$$g(x)=x-3$$

a) Bestem $(f-g)(4)$. b) Bestem $(f\circ g)(5)$.

c) Bestem $(g\circ f)(x)$. d) Løs ligningen $(f\circ g)(x)=8$

Opgave 586: Forbrugerprisindekset i Danmark var i august 2015 på 100,0. I august 2022 var det 114,9.

a) Hvad har den samlede vækstrate været i perioden?
b) Hvad har den gennemsnitlige årlige vækstrate været i perioden?
c) Hvad skal den gennemsnitlige årlige vækstrate være efter august 2022, hvis forbrugerprisindekset i Danmark i august 2040 skal være på 140,0?

Opgave 587: Forbrugerprisindekset i Danmark har fra august 2008 ændret sig med de årlige vækstrater $1{,}1\%$, $2{,}4\%$, $2{,}6\%$, $2{,}6\%$, $0{,}4\%$, $0{,}5\%$ og $0{,}6\%$.

a) Hvad har den gennemsnitlige årlige vækstrate været i perioden august 2008 til august 2015?

Opgave 588: Udregn nedenstående for vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\2\\4\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\6\\-3\end{pmatrix}$.

a) $|\vec{a}|$
b) $3\cdot\vec{a}-2\cdot\vec{b}$
c) $\vec{a}\bullet\vec{b}$
d) $\vec{a}\times\vec{b}$

Facitliste

1: $-4pq$

2: $f'(x)=4x^3\cdot\cos(x)-x^4\cdot\sin(x)$

3: a) $y=-24x$ b) f er voksende i intervallerne]-∞,-3] og [2,∞[og aftagende i [-3,2]

4: a) H_0: Uddannelsesniveauerne er ens i Holbæk og Slagelse Kommune.

b) Der er signifikant forskel på uddannelsesniveauet i kommunerne ($4,3\cdot10^{-12}\%<5\%$).

c) Der er ikke signifikant forskel på uddannelsesniveauet i A og B ($p=8,7\%>5\%=\alpha$)

5: a) $y=36x+144$ b) f er voksende i intervallerne]-4,03 ; -2] og [2,∞[og aftagende i [-2,2].

6: $a)\ f(x)=1+e^{\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}}$ $b)\ f(x)=1+\frac{3}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}}$

7: $f(x)=2x+4-e^{-2x}$

8: $a)\ N(t)=\dfrac{315}{1+\frac{13}{22}\cdot e^{-0,126\cdot t}}$ $b)$ 314 biler pr. 1000 indbyggere.

314 er tæt på det maksimale 315, så ifølge modellen vil biltætheden ikke ændre sig ret meget efter 2008.

9: $\dfrac{dh}{dt}=-0,04\cdot\sqrt{h}$ 35,4 sekunder

10: $5,48\%$

11: $\mu=8,064$; $\sigma=3,208$

12: $a)\ \{1,2,5,6,7,8\}$ $b)\ \{6,7\}$ $c)\{2,4\}$

13: $a)\ \{B\}$ $b)\ \{A,D,E,F,G\}$ $c)\{F,A\}$

14: $a)\ \varnothing$ $b)\ \{1,2,3\}$ $c)\{A\}$

15: $x=\dfrac{44}{25}$

16: -1

17: $f'(x)=12x^2-10x-1$

18: $f'(x)=6x^2-\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{20}{x^5}$

19: $f'(x)=-12\cdot e^{-4\cdot x}+5$

20: $f'(x)=\dfrac{1}{x}-7\cdot e^{7x}$

21: $f'(x)=2\cdot\cos(x)+30\cdot\sin(5x-2)$

22: $f'(x)=3x^2\cdot\sin(x)+x^3\cdot\cos(x)$

23: $f'(x)=\ln(x)$

24: $f'(x)=5\cdot\ln(7)\cdot7^{5\cdot x}-\ln(5)\cdot5^{-x}$

25: $f'(x)=\dfrac{x\cdot\cos(x)-5\cdot\sin(x)}{x^6}$

26: $f'(x)=15\cdot e^{5x}\cdot\sin(2x)+6\cdot e^{5x}\cdot\cos(2x)=3\cdot e^{5x}\cdot\left(5\cdot\sin(2x)+2\cdot\cos(2x)\right)$

27: $f'(x)=24\cdot(4x-7)^5$

28: $f'(x)=8\cdot\ln(\pi)\cdot\pi^x+e^x$

29: $f'(x)=\dfrac{1}{x}\cdot\cos(-9x+2)+9\cdot\ln(5x)\cdot\sin(-9x+2)$

30: $a)1 \quad b)41 \quad c)-41 \quad d)\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix} \quad e)\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$
31: $a)\ t=10 \quad b)\ t=-2,5$
32: $a)\ s=-15 \quad b)\ s=\dfrac{12}{5}$
33: $A=42$
34: $T=24$
35: $T=50$
36: $C(8,-1)$
37: $A=68,279$
38: $T=67,915$
39: $f(13)=14$
40: $f(26)=7$, $f(-1)=56$
41: $X_2=4$
42: $X_{\frac{1}{2}}=2$
43: $y=-\dfrac{1}{3}x-2$
44: $y=3x+24$
45: $3x+5y+3=0$
46: $-4x+7y-34=0$
47: a^2-3b^2
48: $18y^2-12xy \quad eller \quad -6y\cdot(2x-3y)$
49: $3a^2-30ab-b^2$
50: $5b^2-12b$
51: $-4x^2-x-22$
52: $\dfrac{2a-3b}{2a+3b}$
53: 0
54: $\dfrac{xy}{2}$
55: x^3+2x^2+x
111: Ja, det er en løsning.
112: $y=2x+9$
113: $y=5x+4$
114: a) f er voksende i intervallerne]-∞,-5] og [2,∞[og aftagende i [-5,2] b) $x=-\dfrac{3}{2}$
115: $a)\int_{-1}^{3} f(x)dx=4096 \quad b)\int_{-4}^{-1} f(x)dx=-3753 \quad c)\ A_{M_3}=1072$
119: Ja, det er en løsning
120: $y=8x-30$
121: $y=2x-3$
122: a) f er voksende i intervallerne]-∞,-2] og [1,∞[og aftagende i [-2,1] b) $x=-\dfrac{1}{2}$
123: $a)\int_{-2}^{1} f(x)dx=1377 \quad b)\int_{1}^{3} f(x)dx=-752 \quad c)\ A_{M_1}=2673$

124: $a)\ \frac{15}{4}$ $b)\ \frac{14}{3}$ $c)\ \frac{7}{2}$ $d)\ \frac{5}{21}$ $e)\ \frac{1}{12}$ $f)\ \frac{35}{4}$ $g)\ \frac{15}{14}$ $h)\ \frac{2}{3}$ $i)\ \frac{10}{7}$ $j)\ \frac{9}{5}$ $k)\ \frac{5}{6}$ $l)\ \frac{22}{15}$

125: $a)\ 12x^3y^4$ $b)-60a^4b^5c^2$

126: $a)\ x^{12}$ $b)\ y^{11}$ $c)\ a^3$ $d)\ a^3$ $e)\ x^{-14}$ $f)\ x^6$ $g)\ b^{13}$ $h)\ x^{20}$ $i)\ a^2$

127: $a)\ 3$ $b)\ 1$ $c)\ 0$ $d)\ 2$ $e)-3$ $f)\ 4$ $g)\ 1$ $h)\ 10$ $i)\ \frac{1}{10}$ $j)\ 4$ $k)\ 100$ $l)\ \frac{1}{9}$

128: $a)\ 13$ $b)\ 8$ $c)\ 0$ $d)\ x=-5 \vee x=5$ $e)\ x=-5 \vee x=3$ $f)\ x=-5 \vee x=2$

129: $a)\ \frac{127}{10}$ $b)\ \frac{22}{3}$ $c)\ \frac{805}{333}$

130: a) $y=x+3$ b) 2,84 c) f er aftagende i]-∞,-0.31] og voksende i [-0.31,∞[

131: a) A= 8 b) k=1,837

132: $a)\ N(t)=\frac{65000}{1+43.03\cdot e^{-0.156\cdot t}}$ $b)\ 32500\ fluer$ $c)\ 2535\ fluer\ pr.uge$

133: 0,079

134: $f(x)=35-30\cdot e^{6-6x}$

135: a) $\angle ACB$ og $\angle DCE$ er topvinkler og derfor ens. Da $AB \parallel DE$, er vekselvinklerne A og E lige store, og vekselvinklerne B og D er lige store. Dermed er trekanterne ensvinklede.

b) $|AB|=\frac{48}{7}$ $|CE|=\frac{21}{2}$

136: $|EK|=12$

137: $a)\ T_{APS}=19,23$ $b)\ |AS|=5,7$

138: $a)\ \angle C=139,37°$ $b)\ b=6,98$

139: $a)\ \angle B=89,50°$ $b)\ \angle C=37,6°$ $c)\ |AE|=4,67$

140: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -7 \\ 13 \end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

141: 50

142: $a)\ r=5\ \ C(2,-4)$ $b)\ 4x+3y=21$

143: $t=-\frac{21}{4}$

144: $a)\ (x-8)^2+(y+7)^2+(z-6)^2=169$ $b)\ -12x+4y+3z=63$

145: $a)\ 31x-96y+38z+245=0$ $b)\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 11 \\ 5 \\ -9 \end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix} -7 \\ -12 \\ 11 \end{pmatrix}$ $\left(\frac{13231}{1353},\frac{1311}{451},-\frac{871}{123}\right)$ $c)\ v=45,096°$

146: $f'(x)=15x^2-14x+1$

147: $f'(x)=\frac{\cos(x)}{x}-\ln(x)\cdot\sin(x)$

148: $F(x)=-x^3+3x^2-x+7$

149: f er aftagende i intervallerne]-∞,1] og [5,∞[og voksende i [1,5].

150: Ikke en løsning.

151: $A_M=48$

152: a) 102 rotter om ugen. b) 13,7 uger efter observationsstart og 2000 rotter.

153: $a)\ A=3,767$ $b)\ V=16,693$

154: a) Efter 10 minutter falder temperaturen med 1,06°C i minuttet.

155: $x=\frac{11}{7}$

156: $2a^2+5ab-12b^2$
157: $x=-5 \quad \vee \quad x=8$
158: (5,35) og (8,56)
159: $2a^2+12b^2$
160: $y=-3x+1$
161: $x=\dfrac{17}{5}$
162: $y=2x+15$
163: $T\left(\dfrac{1}{3},\dfrac{14}{3}\right)$
164: (2,15) og (30,1)
165: $x=-\dfrac{1}{2} \quad \vee \quad x=3$
166: p^2-3pq
167: $y=-4x+4$
168: $15x^2+4xy-29y^2$
169: Ja, 2 er en løsning til ligningen.
170: $k=-10 \quad \vee \quad k=10$
171: $y=6x-41$
172: $\dfrac{x}{x+6}$
173: $x=3$
174: $\dfrac{x+7}{x-4}$
175: $a=\begin{pmatrix}-5\\-2\end{pmatrix}$
176: $\vec{a}\bullet\vec{b}=-2$
177: $\det\left(\vec{a},\vec{b}\right)=39$
178: $\left|AB\right|=13$
179: $\left|\vec{a}\right|=10$
180: $D(10,-2)$
181: $t=\dfrac{20}{9}$
182: $k=-\dfrac{32}{11}$
183: $A=61$
184: $\vec{a}_b=\begin{pmatrix}\dfrac{14}{5}\\-\dfrac{28}{5}\end{pmatrix}$
185: Stump vinkel.
186: $T=19$
187: $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\-3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\-7\end{pmatrix}$
188: $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\9\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\9\end{pmatrix}$ eller $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\9\end{pmatrix}$ eller …

189: $-x+3y-17=0$

190: $C(-6,4)\quad r=\sqrt{41}$

191: $17x-9y+207=0$

192: $(2,-2)$ og $(8,4)$

193: (4,0)

194: Ikke tangent (afstanden fra centrum til linjen er større end radius)

195: $v=84,06°$

196: 92

197: (-5,-25,55)

198: $T=225,47$

199: $t=-\frac{76}{9}$

200: $t=-\frac{13}{3}$

201: (-7,5,6)

202: $\left(0,\frac{51}{13},0\right)$

203: $a)\ v_{stump}=105,96°\qquad b)\ v_{spids}=74,04°$

204: $a)\ 10x+16y-39z-357=0\qquad b)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}7\\7\\24\end{pmatrix}\qquad c)\left(\frac{1011}{754},\frac{7797}{754},\frac{5180}{377}\right)$

$d)\ v=42,09°\qquad e)\ d=1,6388\qquad f)\left(-\frac{16215}{1877},-\frac{3420}{1877},\frac{11621}{1877}\right)$

205: $a)\ C(-7,5,0)\ r=\sqrt{292}\ \ b)\ 292=292, sandt, dvs.\ punktet\ ligger\ på\ cirklen\ \ c)\ 6x-6y+z-74=0$

206: $A=347,974$

207: D ; E ; F ; A ; B ; C ; G

208: $y=-3x+2$

209: $a)-8\quad b)\ 2-\pi\quad c)\ 3\quad d)\ 5\quad e)\ 2\quad f)\ 5$

210: $f(18)=5$

211: $f:\ a>0\ ,\ b<0\ ,\ c>0\ ,\ d<0\qquad g:\ a<0\ ,b>0\ ,c>0\ ,\ d>0$

212: $a)\ 5\quad b)\ \frac{5}{21}\quad c)\ 14\quad d)\ 6\quad e)-1$

213: $X_{\frac{1}{2}}=3,72$

214: Kassen vejer 0,273 kg. Hver klods vejer 0,049 kg.

215: $a)\ 4\quad b)-2\quad c)\ 2\quad d)-7\quad e)-3$

216: $a)\ f_{\max}=11\quad f_{\min}=3\qquad b)\ x=\frac{5}{3}$

217: $a)\ T(-1,-8)\qquad b)\ x=-3\ \vee\ x=1\qquad c)\ p(x)=2\cdot(x+3)\cdot(x-1)$

218: $y=3x+22$

219: $f(x)=\frac{1}{25}\cdot 5^x$

220: $a)\ \log_5\left(\frac{7}{4}\right)\qquad b)\ x=e^{-1}\qquad c)\ x=5$

221: Bilens værdi i 2014 var 372500 kr. Bilens værdi er siden 2014 faldet med 13% om året.

222: 125%

223: $a)\,18x^2-14x+3 \quad b)\,x^4+\frac{5}{3}x^3+3x^2-7x+k \quad c)\,8^x\cdot\left(\cos(x)\cdot\ln(8)-\sin(x)\right)$

$d)\,\frac{3}{4}\cdot\left(e^8-1\right) \quad e)\,\frac{2x+5}{x^2+5x+8} \quad f)\,\frac{1}{2}\cdot\left(3x^2+x-7\right)^{10}+k$

224: $y=\frac{1}{3}x+4$

225: $a)\ A_{M_3}=81 \quad b)\int_{-2}^{1} f(x)\,dx=-4 \quad c)\ A_{M_1}=13$

226: $A_M=24 \qquad \left(F(4)-F(-1)\right)-\left(G(1)-G(-1)\right)-\left(H(4)-H(1)\right)$

227: $a)\,71{,}5\,mio.\,pr.\,år \quad b)\,N(t)=\frac{329}{1+9{,}92925\cdot e^{-0{,}91133\cdot t}} \quad c)\,329\,mio. \quad d)\,t=2{,}52\ \ (midt\ i\ 2012)$

228: $a)\ A_M=\frac{6859}{6} \quad b)\,V=259296{,}4810 \quad c)\,201{,}5689661$

229: $a)\ \frac{14}{5} \quad b)\,\frac{5}{24} \quad c)\,28 \quad d)\,\frac{14}{5} \quad e)\,\frac{21}{10} \quad f)\,\frac{11}{7} \quad g)\,\frac{9}{20} \quad h)\,\frac{13}{28}$

230: $a)\ 10x^4y^7 \quad b)\,150\cdot a^4\cdot b^7\cdot c^3 \quad c)\,-8x^{11}$

231: $a)\ y^{11} \quad b)\,x^{14} \quad c)\,a^3 \quad d)\,y^5 \quad e)\,x^{21} \quad f)\,a^{-16}$

232: $a)\ 5 \quad b)\,1 \quad c)\,0 \quad d)\,3 \quad e)\,-2 \quad f)\,3 \quad g)\,1$

233: $a)\ a=0{,}974 \quad b=17496 \quad b)\,6972 \quad c)\,år\ 2047 \quad d)\,26{,}4\,år$

234: $a)\ a=2{,}116 \quad b=21{,}39 \quad b)\,92{,}8\,kg \quad c)\,1{,}69\,m \quad d)\,74{,}2\%$

235: $AB=\begin{pmatrix}-10\\-7\end{pmatrix}$

236: Stump ($\vec{a}\cdot\vec{b}<0$)

237: $t=-12 \ \vee\ t=12$

238: $A=34$

239: $l:\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\8\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$

240: $5x+2y+6=0\ ;\ G=\mathbb{R}^2$

241: $r=7 \quad C(6,-4)$

242: $a)\ \begin{pmatrix}3\\3\\14\end{pmatrix} \quad b)\,v=84{,}06° \quad c)\,\vec{a}_b=\left(-\frac{8}{21},\frac{10}{21},\frac{16}{21}\right) \quad d)\,T=48{,}075$

243: $t=\frac{14}{9}$

244: $a)\ 21x+9y+10z-9=0$ $b)\ dist(D,\alpha)=4{,}6913$ $c)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-7\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-4\\6\\3\end{pmatrix}$ $d)\,49=(x-2)^2+(y+7)^2+(z-3)^2$

245: $a)\ (8,15,-2) \quad b)\,v_{stump}=153{,}73° \quad c)\,IKKE\ i\ planen\ (-7\neq 0) \quad d)\,IKKE\ på\ linjen$

246: $a)\ x^{15} \quad b)\,y^5 \quad c)\,a^{12}$

247: $a)\ 2 \quad b)\,11 \quad c)\,17 \quad d)\,\frac{1}{26} \quad e)\,\frac{1}{2} \quad f)\,-\frac{1}{2}$

249: $a)\ x=-3 \ \vee\ x=5$ $\qquad b)\ x=-5 \ \vee\ x=0 \ \vee\ x=5$ $\qquad c)\ x=-2$

250: $a)\ \frac{1}{64} \quad b)\frac{1}{19} \quad c)\frac{5}{13} \quad d)\frac{25}{49} \quad e)\frac{11}{7} \quad f)\frac{18}{5}$

252: $a)\ 6 \quad b)0 \quad c)\frac{1}{7} \quad d)\frac{1}{10} \quad e)2 \quad f)9$

253: $a)\ 2 \quad b)3 \quad c)\frac{1}{5}$

254: $a)\ 4 \quad b)\frac{1}{64}$

256: $a)\ 4 \quad b)125 \quad c)10000 \quad d)9 \quad e)\frac{1}{25} \quad f)\frac{4}{9}$

257: $u=20^\circ$ (v og u er topvinkler). $w=160^\circ$ (v og w er supplementvinkler).
$x=70^\circ$ (x og v er komplementvinkler)

258: $a)\ x=-31 \ \vee\ x=31$ $\ b)\ x=-14 \ \vee\ x=20$ $\ c)\ x=-12 \ \vee\ x=12$ $\ d)\ x=-\frac{19}{4} \ \vee\ x=\frac{5}{4}$

260: a)]49,59] b) (20.9,40.7,59.3) c) 32,4 40% af danskerne har alderen 32,4 år eller derunder.
a) 16,2% e) 25,3% f) IQR=38,5 år

261: a) 12 og 12 b) … c) 02 De 20% laveste karakterer var 02 eller derunder d) A: 10 B:2 e) 4 i B

262: Nulhypotese: Colamas oplyste fordeling er korrekt. $Q_{kritisk}=10,71$ b)

Runde røde	Sorte stjerner	Eftertragtede ellipser	Rosa rhomber	Orange ovaler
91,46	59,18	10,76	83,39	24,21

$Q_{bidrag\ ee}=1,31$ c) $Q=5,37$ Nulhypotesen skal IKKE forkastes (ingen signifikant forskel).

263: a) Adfærdstype og karaktertype er uafhængige af hinanden.
b) f=6 $Q_{kritisk}=12,59$ c)

186,81	257,48	122,90	347,81
88,403	121,84	58,16	164,59
28,787	39,677	18,939	53,597

Q=28,9 Nulhypotesen forkastes.

264: $a)\ Q=8,45 \quad p=0,133 \quad b)Q_{kritisk}=13,39$

265: $a)4x^3-15x^2+14x-1$ $\ b)\frac{7}{x}+3\cdot\sin(x)$ $\ c)x^2\cdot(3\cdot\sin(x)+x\cdot\cos(x))$ $\ d)12\cdot(2x+5)\cdot e^{x^2+5x-7}$ $\ e)-\frac{5\cdot\ln(6)}{6^x}$

266: $a)\ x^4+\frac{x^3}{3}+3x^2-9x+k$ $\qquad b)5\cdot\sin(x)-4\cdot e^x+k$ $\qquad c)-\cos(4x^2+5x-9)+k$

267: $a)\ 22 \qquad b)\ln\left(\frac{e+5}{6}\right)$

268: $y=3x$

269: *f* er IKKE en løsning

270: $y=5x+8$

271: $a)\ 33 \quad b)-106 \quad c)11 \quad d)84$

272: $a)\ A_M=8,779 \quad b)V=107,46 \quad c)12,54$

273: $a)\ 3a^2 \quad b)6x^2 \quad c)-2f^2 \quad d)-10p^2$

274: $a)\ x^2 \quad b)b^2 \quad c)2b^2-6ab \quad d)140xy$

275: $a)\ \frac{x+3}{x-3} \quad b)\frac{a-5}{a+5} \quad c)\frac{2y+3x}{2y-3x} \quad d)\frac{a+2}{6a} \quad e)\frac{2x-9y}{3x} \quad f)\frac{2x}{3y}$

276: $a)\ x+3\quad b)\dfrac{3x-4y}{3}\quad c)\dfrac{5x^2-1}{x^3-x}$

277: $a)\ (x+6)^2-36\ b)(y-3)^2-9\ c)(z+1)^2-1\ d)(x+5)^2+(y-3)^2-34\ e)(x+9)^2+(y+1)^2+(z-2)^2-86$

278: $a)\ (x+4)^2-9b)(y-6)^2-25\ c)(z+2)^2-25\ d)(x+4)^2+(y-7)^2-46\ e)(x-3)^2+(y-2)^2+(z+3)^2-27$

279: $a)\ x=\dfrac{4}{11}\ b)\ x=7\ c)\ x=0\ d)\ x=\dfrac{5}{13}\ e)\ x=-10\ f)\ x=\dfrac{1}{2}\ g)\ L=\varnothing\ h)\ Sandt\ \ (L=\mathbb{R})$

280: $a)b^2\quad b)9x^2\quad c)11a^2+11ab-15b^2\quad d)\dfrac{2x-3y}{5y}$

281: $a)(x+5)^2-25\quad b)(y-6)^2-36\quad c)(x+4)^2-11\quad d)(x-2)^2+(y+7)^2-66$

282: $a)\ x=-\dfrac{14}{5}\quad b)\ x=-\dfrac{13}{8}\quad c)\ x=\dfrac{33}{19}\quad d)\ x=\dfrac{17}{20}$

283: $a)|BC|=\dfrac{15}{4}\quad b)|DF|=16$

284: $a)|BC|=\dfrac{28}{9}\quad b)|CD|=\dfrac{27}{4}$

287: $a)\ a=\begin{pmatrix}47\\23\end{pmatrix}\quad b)\begin{pmatrix}-6\\-8\\1\end{pmatrix}\quad c)|\vec{b}|=13\quad d)\ \text{stump}$

288: $a)\ t=-\dfrac{29}{4}\quad b)\ t=-\dfrac{2}{7}\quad c)\ T=\dfrac{23}{2}$

289: $-2x+3y+23=0$

290: $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\-17\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}6\\7\end{pmatrix}$

291: $2x+4y+z-31=0$

292: $a)\ v=69{,}34°\quad b)\ A=61\quad c)\begin{pmatrix}-\dfrac{69}{25}\\ \dfrac{92}{25}\end{pmatrix}$

293: $a)\ 29x+15y+53z-195=0\ b)\ T=31{,}1\ c)\left(\dfrac{867}{115},\dfrac{933}{115},\dfrac{266}{115}\right)\ d)\ 54{,}9°\ e)\ 27{,}1°\ f)\ skærer\ \ g)\left(\dfrac{3711}{775},-\dfrac{2513}{155},\dfrac{4377}{775}\right)$

294: $f(x)=\dfrac{1}{2}\cdot 6^x$

295: $\log(10000)=4\ ,\quad \ln(1)=0\quad ,\quad \log_3(81)=4$

296: $a)\ f(0)=7\qquad b)\ f_{\min}=-3\quad f_{\max}=7\qquad c)\ T=2$

297: $f(22)=28$

298: I 2015 var der 520 svaler i populationen, og siden er populationen vokset med 2,7% om året.

299: $g(4)=30$

300: $a)\ x=\dfrac{\ln\left(\dfrac{4}{3}\right)}{\ln(5)}\qquad b)\ x=\dfrac{e^3}{5}$

301: $g(x)=7\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{x}{9}}$

$302{:}\ a)\ X_2 = 4{,}344 \qquad b)\ X_{1,3} = 1{,}644$

$303{:}\ I_{2019} = 112$

$304{:}\ a)\ 0{,}5\% \qquad n = 120 \qquad b)\ y = 47738{,}82\,kr.$

$305{:}\ V_{bil} = 143659{,}56\,kr.$

$306{:}\ r_g = 4{,}3\%$

$307{:}\ a)\ x_{\frac{1}{2}} = 0{,}9627 \qquad b)\ f^{-1}(5) = 2{,}16$

$308{:}\ a)\ f(3,0) = 9\ \ b)\ \frac{\partial f}{\partial x} = 2\cdot e^y \cdot x \quad \frac{\partial f}{\partial y} = x^2\cdot e^y + 3\cdot y^2\ \ c)\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2\cdot e^y \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^2\cdot e^y + 6y\ \ d)\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} = 2x\cdot e^y$

$309{:}\ a)\ \vec{s}(3) = \begin{pmatrix} 13 \\ -9 \end{pmatrix}\ \ b)\ \vec{s}\,'(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ 3t^2 - 12 \end{pmatrix}\ \ c)\ \vec{s}\,''(t) = \begin{pmatrix} 2 \\ 6t \end{pmatrix}\ \ d)\ (4,0)\text{ og }(16,0)\ \ e)\ (4,0)\ \ f)\ t = 0$

$310{:}\ a)\ \vec{\nabla} f = \begin{pmatrix} 0 \\ -14 \end{pmatrix}\ \ b)\ A(0,0,0)\ B(0,1,0)\ C(-1,0,0)\ D\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3},-\frac{1}{27}\right)\ \ c)\ \det(H) = -4xy - (2x - 2y + 1)^2$

$d)\ A,B,C:\text{Saddelpunkter} \quad D:\text{Lokalt minimumspunkt} \qquad e)\ (-2,1,4)\text{ og }(2,1,4)$

$311{:}\ a)\ 67{,}82\,\text{m} \quad b)\ 37{,}45°$

$312{:}\ a)\ (0,-1.1903)\text{ og }(0,1.9543) \qquad b)\ (1,-2) \qquad c)\ A_M = 2\cdot\pi$

$313{:}\ a)\ \{8,11,27\}\ \ b)\ \varnothing\ \ c)\ \{1,3,8,9,11,14,15,22,27\}\ \ d)\ B\ \ e)\ \{14,23,36\}\ \ f)\ \{3,15\}$

$314{:}\ \frac{3020}{1111} \quad \left(\frac{27180}{9999}\right)$

$315{:}\ 11{,}\overline{857142}$

$316{:}\ a)\ [2,5]\ \ b)\ [5,7]\ \ c)\ \varnothing\ \ d)\ \{4\}\ \ e)\ [3,9[\ \ f)\ ]-5,11]$

$317{:}\ a)\ a = 0{,}1007 \quad b = 1{,}014 \qquad b)\ 31{,}2\,\text{bar}$

$318{:}\ a)\ x = 2 \ \vee\ x = 7 \quad b)\ x = -4 \ \vee\ x = 9 \quad c)\ x = -6 \ \vee\ x = -5 \quad d)\ x = -3 \ \vee\ x = 8$

$320{:}\ a)\ 12xy - 9x^4\ \ b)\ -36\cdot(x^2 + y^2)\ \ c)\ -e^{2x}\ \ d)\ 9\cdot\left(\sin^2(x)\cdot\cos^2(3y) - \cos^2(x)\cdot\sin^2(3y)\right)$

$321{:}\ a)\ 7\ \ b)\ -2\ \ c)\ --\ \ d)\ \frac{6}{5}\ \ e)\ 72\ \ f)\ \frac{1}{10}\ \ g)\ \frac{1}{27}$

$322{:}\ a)\ x = -3 \vee x = 1\ \ b)\ x = 7 \vee x = 2 \vee x = 0\ \ c)\ x = -2 \vee x = 2 \vee x = -11\ \ d)\ x = -3 \vee x = 3 \vee x = 13$

$323{:}\ a)\ x^2 + y^2 + 2xy\ \ b)\ 4a^2 - b^2\ \ c)\ 25x^2 + 4y^2 - 20xy\ \ c)\ 25x^2 + 4y^2 - 20xy$

$d)\ 12a^2 - 2b^2 - 2ab \qquad e)\ 12a^2 + 30ab \qquad f)\ 11a^2$

$324{:}\ a)\ x = -36 \ \vee\ x = 36\ \ b)\ L = \varnothing\ \ c)\ x = -12 \ \vee\ x = -2\ \ d)\ x = \frac{4}{31} \ \vee\ x = -\frac{32}{31}\ \ e)\ x = \frac{14}{3}$

$325{:}\ a)\ 1\ \ b)\ 66\ \ c)\ -x^9y^7\ \ d)\ -6\cdot a^7\cdot b^4\cdot c^3$

$326{:}\ a)\ -32\ \ b)\ 10000\ \ c)\ 125\ \ d)\ 4\ \ e)\ \frac{1}{49}\ \ f)\ \frac{1}{100000}\ \ g)\ 64$

$327{:}\ a)\ x^{16}\ \ b)\ a^{17}\ \ c)\ y^6\ \ d)\ x^{20}\ \ e)\ y^{13}$

$328{:}\ a)\ \frac{35}{2}\ \ b)\ \frac{42}{55}\ \ c)\ \frac{39}{14}\ \ d)\ \frac{23}{20}\ \ e)\ \frac{45}{17}\ \ f)\ \frac{21}{2}$

329: a)

U	1	2	3	5
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{6}$ d) Nej

330: $P(C)=\frac{9}{10}$

331: 1365

332: a) 6   b) 2,049   c) 6

333: 8855

334: 25,07%

335: 72,09%

336: Nej, flere sokker end skuffer (Dirichlets skuffeprincip)

337: a) 57,5 kr.   b) 287,5 kr.   c) 164,22 kr.   d) 3306,25   e) 53937,5   f) 7,5 kr

338: 20%

339: 154440

340: 88,63%

341: 4,0726%

342: a) 0,5   b) 0,6   c) 1

343: 144

344: 720

345: 52,51%

346: 2,6%

347: 38

348: 20,22%

349: 33,49%

350: a) 4   b) 9,302%

351: 1,294%

352: 144115188075855872 (2^{57})

353: 47,44%

354: 6,05%

355: 0,05001%

356: a) $a)\ \angle CGF = 60°$ $b)\angle CGE = 120°$ $c)\angle BHF = 120°$

358: a) Vinklerne $\angle ACB$ og $\angle DCE$ er topvinkler og derfor ens.   b) $\frac{55}{7}$

359: a) 8   b) 15

364:

$a)\ 3x^2-1\quad b)\ -\sin(x)+\frac{4}{\ln(x)}\qquad c)\ \frac{3}{2\sqrt{x}}+\ln(7)\cdot 7^x\quad d)\cos(x)\cdot x^4+4\cdot\sin(x)\cdot x^3$

$e)\ \mathrm{e}^x\cdot 4^x\left(1+\ln(4)\right)\quad f)\ x^3+x^2+5x+k\quad g)\ \frac{5}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2-4x+k\quad h)\ -6\cdot\cos(x)+k$

$i)\ 6\sqrt{x}+k\quad j)\ -4\cdot\sin(x)\cdot\ln(x)+\frac{4\cdot\cos(x)}{x}\qquad k)8\cdot\sin(x)+5x+k\quad l)\ \frac{2\cdot 9^x}{\ln(9)}+k$

$m)2t-\sin(t)-t\cdot\cos(t)\quad n)\frac{5^x}{\ln(5)}+\frac{x^6}{3}-2x+k\quad o)4\cdot\ln|t|-\frac{3}{t}+k\quad p)\ \frac{3\cdot r^2\cdot\cos(r)+r^3\cdot\sin(r)}{\cos^2(r)}$

365:

$a'(x)=\frac{\mathrm{e}^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\qquad b'(x)=-\left(3x^2+2\right)\cdot\sin\left(x^3+2x-7\right)\qquad c'(x)=\frac{-\sin(x)+2x}{\cos(x)+x^2}\qquad d'(x)=\frac{-5\cdot\left(12x^2+1\right)}{\left(4x^3+x-3\right)^2}$

$e'(x)=\mathrm{e}^{\cos(x)}-\sin(x)\cdot x\cdot\mathrm{e}^{\cos(x)}\qquad f'(x)=-\cos(x)\cdot\sin\left(\sin(x)\right)\qquad g'(x)=\frac{(2x+1)\cdot\mathrm{e}^{x^2+x+1}\cdot\cos\left(\mathrm{e}^{x^2+x+1}\right)}{2\cdot\sqrt{\sin\left(\mathrm{e}^{x^2+x+1}\right)+1}}$

366: $a^2+ab+3b^2$

367: $x=-\frac{4}{5}$

368: a) 1   b) ca. -0,7

369: $y = 4x + 3$

370: $a)\ x^3 \cdot (4 \cdot \ln(x) + 1) \qquad b) -5$

371: $a)\ \mu = 58\,\text{kg} \quad \sigma = 17\,\text{kg}$ $\qquad b)$ IKKE exceptionelt (grænsen er $\mu - 3\sigma = 7kg$)

372: $a) \begin{pmatrix} 3 \\ -12 \end{pmatrix} \quad b) \begin{pmatrix} \frac{1}{t} + 3 \\ 2t + 2 \end{pmatrix} \quad c)\ t = 3$

373: a) 4 b) 5

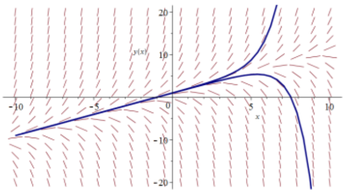
374: $a)\ 3 \cdot e^{x^3+5x^2+2x+7} + c \qquad b)\, 48$

375: $a)\ 420 \quad b)\, \frac{128}{625}$

376: $a)\ C(-6,5) \quad r = \sqrt{48} \qquad b)\, 2x + 3y - 3 = 0$

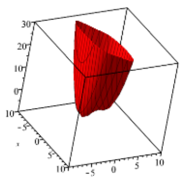
377: $a)\ A_M = 30{,}643 \quad b)\ O = 55{,}393$

378: a) b) $f(x) = c \cdot e^x + x + 1$ c) $f(x) = x + 1$



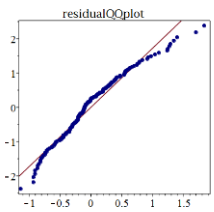
379: $a)\ (10.19,0),(39.64,0),(88.93,0)$ $b)\, t = 0{,}7937$ $c)\, t_1 = 0{,}105 \ \ t_2 = 3{,}04$ $d)\, v = 127{,}205°$ $e)\ O = 25{,}69 \ \ A = 34{,}96$

380: a) b) $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 3y \quad \frac{\partial f}{\partial y} = 4y^3 - 3x + 3$ c) $\nabla f_{(2,3)} = \begin{pmatrix} -5 \\ 105 \end{pmatrix}$ d) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 12y^2 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -3$



e) $\det(H) = 24y^2 - 9$ f) $(-1.96, -1.30, -4.85)$ g) Lokalt (og globalt) minimumspunkt

381: a) $a = 0{,}0581 \quad b = -1{,}1316$ b) Ikke normalfordelt (ikke ret linje i QQplot)



c) $[0.048, 0.068]$ Hypotesen styrket

382: $f'(x) = 12x^3 - 15x^2 + 2x - 7$

383: $-4 \cdot \cos(x) + \frac{1}{6}x^6 - 2 \cdot e^x + k$

384: $x^2 \cdot \ln(x) = x^2 \cdot \ln(x)$, dvs. **det er en løsning.**

385: $-5 \cdot e^2$

386: $H(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 15$

387: $y = 12x - 19$

388: $5^x \cdot x^6 \cdot (x \cdot \ln(5) + 7)$

389: 36

390: $f(x) = 8 \cdot e^{7x}$

391: f er voksende i]-∞,-2], aftagende i [-2,4] og voksende i [4,∞[

392: $a)\ 11 \quad b)\ 4$

393: a) 27 bjørnedyr pr. måned b) 500

394: $a = 7$

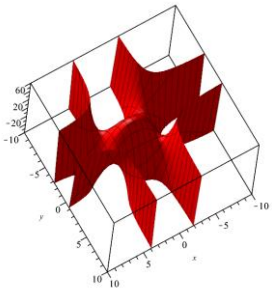
395: $a)\ y = x - \frac{11}{2} \quad b)\ 9$

396: a) $A_M = \frac{32}{3}$ b) $V = 32\pi$

397: a) f er aftagende i intervallerne]-∞,-5] og [-1.5,2] og voksende i intervallerne [-5,1.5] og [2,∞[.

$b)\ A_M = 2617{,}633 \quad c) V_L = 2{,}1306 \cdot 10^6 \quad d)\ O_M = 959{,}378 \quad e) O_L = 1{,}1295 \cdot 10^6$

398: a) b) (1,-1,36) , (-2,-3,0) , (-2,1,0) , (4,-3,0) og (4,1,0) c) lok. Maks d) Saddelp.



399: a) 88 sæler pr. år b) 7500 c) 352 sæler pr. år d) $N(t) = \frac{7500}{1 + 2.212 \cdot e^{-0{,}1875 \cdot t}}$ e) 2335

400: $a)\ grad(f) = \begin{pmatrix} -2xy^2 + 4y \\ -2x^2y + 4x \end{pmatrix} \quad b) grad_{(-3,1)} = \begin{pmatrix} 10 \\ -30 \end{pmatrix} \quad c) \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad d) 10x - 30y - z + 39 = 0 \quad e) 31{,}6228 \quad f) y = \frac{2}{x}$

401: $a = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \hat{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix} \quad \hat{e} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

402: 11

403: -26

404: $(-27, -17, 19)$

405: 13

406: 33

407: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

408: $2x + 2y + 3z - 22 = 0 \ ; \ G = \mathbb{R}^3$

409: $t = \frac{14}{5}$

410: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}, \ t \in \mathbb{R}$

411: $7x + 4y - 2 = 0 \ ; \ G = \mathbb{R}^2$

412: Spids

413: F.eks. $(0,0,4)$, $(0,-8,0)$, $(6,0,0)$

414: $a) \left(-\frac{143}{43}, \frac{524}{43}, \frac{539}{43} \right) \quad b)\ v = 23{,}011° \quad c) (x+7)^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = \frac{6241}{110} \ ; \ G = \mathbb{R}^3$

415: $a)\ 21\cdot x-14\cdot y+16\cdot z+46=0 \quad ; G=\mathbb{R}^3$ $\quad b)\begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15\\ -12\\ 7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix} -2\\ 29\\ 28\end{pmatrix} \quad , \ t\in\mathbb{R}$

$c)$ Ligger IKKE på linjen $\quad d)\ dist(l,\alpha)=\frac{641}{\sqrt{893}}\approx 21,450$

416: $a)\ f(-6)=-33 \quad b)\ f(0)=2 \quad c)\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=7$

417: a) 4 b) -6 c) 3 d) -2

418: $a)\ 5^x-4x^2-3 \quad b)\ 4 \quad c)\ 3 \quad d)\ 5^{4x^2+3} \quad e)\ 39 \quad f)\ \frac{1}{3}x^2-3$

419: $f_{\max}=13 \quad f_{\min}=1$

420: $a)\ 2 \quad b)\ 3 \quad c)\ 3 \quad d)\ 0$

421: $y=\frac{4}{5}x-\frac{21}{5}$

422: $g(x)=16\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^x$

423: 48

424: 24

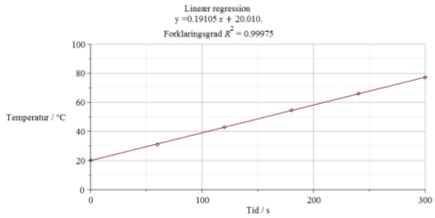
425: $a)\ 2\cdot(x-4)\cdot(x+3) \quad b)\left(\frac{1}{2},-\frac{49}{2}\right)$

426: $a<0 \quad b>0 \quad c<0$

427: $7379,24$ kr.

428: 2,7%

429: 13584

430: a) 

b) $a=0,191 \quad b=20,0$ Ved opvarmningens start er temperaturen 20°C, og temperaturen stiger efterfølgende med 0,19°C i sekundet. c) 58,2°C d) 419 s

431: $a)\ a=0,7461 \quad b=75761 \quad b)\ 9751 \quad c)\ 2,37\,\text{s}$

432: $a)\ f(3)=39,636 \quad b)\ x=1,924 \quad c)\ r_y=67,9\%$

433: $a)\ 9a^2+b^2-42a \quad b)\ -2y^2 \quad c)\ 2s^2+t^2-3t-4s \quad d)\ 32a^2+14b^2+14ab$

434: $a)\ x=\frac{1}{2} \vee x=2 \quad b)\ x=7 \vee x=8 \quad c)\ x=-9 \vee x=2 \quad d)\ L=\varnothing$

435: $a)\ \frac{21}{4} \quad b)\ \frac{15}{16} \quad c)\ \frac{83}{28} \quad d)\ \frac{7}{4}$

436: $a)\ b^{11} \quad b)\ x^{11} \quad c)\ a^{\frac{5}{6}} \quad d)\ 1$

437: $a)\ (x+2)^2+(y-5)^2-12 \quad b)\ (x-1)^2+(x+7)^2+(z-3)^2-59$

438: $a)\ 8 \quad b)\ 1 \quad c)\ 8 \quad d)\ 9$

439: $a)\ x=-\frac{25}{16} \quad b)\ x=\frac{37}{4} \quad c)\ x=-5 \vee x=5 \quad d)\ x=\frac{5}{4} \vee x=-\frac{19}{4}$

$e)\, x=-8 \vee x=2 \qquad f)\, x=-5 \vee x=0 \vee x=3 \vee x=4 \vee x=7$

440: $a)\,5 \quad b)-300\cdot x^4\cdot y^4\cdot z^2 \qquad c)\,\frac{2x+5y}{2x-5y} \qquad d)\,\frac{7xy}{2\cdot(2x-y)}$

441: $a)\, x>\frac{5}{4} \quad b)\, x\le -\frac{25}{4} \quad c)\, 0<x<\frac{1}{5} \quad d)-6<x<1$

442: $a)\,3 \quad b)\,\frac{1}{2}$ $\quad c)$ Ikke en løsning $\quad d)\,-36$

443: $a)\; f'(x)=15x^2-14x+1 \qquad b)\; g'(x)=6\cdot\cos(x)+2\cdot \mathrm{e}^x \qquad c)\, h'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\ln(x)+\frac{\sqrt{x}}{x}$

$d)\; p'(x)=\frac{8^x}{5x^4}\cdot(\ln(8)\cdot x-3) \qquad e)\, q'(x)=-\mathrm{e}^x\cdot\sin(\mathrm{e}^x) \qquad f)\, r'(x)=-\frac{24\cdot\left(\frac{1}{x}+7\right)^5}{x^2}$

444: $a)\, x^5+2x^4-2x^3+x^2-5x+k \quad b)\, \mathrm{e}^x+3\cdot\sin(x)-2x+k \quad c)\; \frac{4^x}{\ln(4)}+\sqrt{x}-\frac{5}{9}\cdot x^9+k$

$d)-\frac{3}{7}\cdot\cos(7x)+k \qquad e)\,5 \quad f)\,20$

445: $a)\, y=18x-33$

446: $a)\, F(x)=3\cdot \mathrm{e}^{17x}+\frac{1}{6}\cdot x^6+5$

447: f er en løsning.

448: $f(x)=13\cdot \mathrm{e}^{-8x}$

449: $a)\, A_{M_1}=80 \quad b)-350 \quad c)\, A_{M_2}=40$

450: B

451: 20

452: a) f er aftagende i]-∞,-11], voksende i [-11,-2], aftagende i [-2,9] og voksende i [9,∞[.
b) $x=-7{,}11645 \vee x=4{,}44978$

453: $a)\, O_M=10{,}784 \quad b)\; V_N=155{,}285$

454: $a)\, T(t)=31+64\cdot \mathrm{e}^{-\frac{13}{100}\cdot t} \qquad b)\, T_0=19{,}4°\mathrm{C}$

455: $(-2,0)$ og $(10,0)$

456: $T=\left(\frac{1}{6},-\frac{59}{12}\right)$

457: $a)\; \cos(90°)=0 \quad b)\, \cos(\pi)=-1 \quad c)\, \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1 \quad d)\; \sin(30°)=\frac{1}{2}$

458: $x_{skæring}=\frac{19}{5}$

459: $\frac{(x-5)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{49}=1$

460: $a)\; \frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12} \qquad b)\; \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}$

461: $(-7,-20)$ og $(2,-2)$

462: $C(-4,0,3) \quad r=7$

463: $a<0 \;,\; b>0 \;,\; c<0 \;,\; d>0$

464: $(x+4)^2+(y-7)^2=36$

465: $a)\ (x,y)=(3,-1)$ $\quad b)$ Ingen løsninger

466: $a)$ Nogle muligheder: $(0,0,-24)$, $(0,6,0)$, $(-8,0,0)$, $(2,3-18)$, ... $\quad b)\ (0,0,-24)$

467: $y=\dfrac{5}{-x+2}+4$

468: $x=-5 \wedge y=2$

469: $a)\ a=\begin{pmatrix}-8\\-3\end{pmatrix}$ $\quad b)-51$ $\quad c)\begin{pmatrix}-12\\-39\\3\end{pmatrix}$ $\quad d)11$ $\quad e)\sqrt{26}$ $\quad f)\ t=\dfrac{17}{3}$

470: $T=\dfrac{37}{2}$

471: F.eks. $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ $;\ t\in\mathbb{R}$

472: $\vec{a}\bullet\vec{b}=2>0$, dvs. **vinklen er spids**

473: $3x-4y-5z-22=0\ \ ;\ \ G=\mathbb{R}^3$

474: $5x-2y-37=0\ ;\ G=\mathbb{R}^2$

475: 1

476: $a)\sqrt{355}$ $\ b)\ 9x+60y+107z-416=0$ $\ c)\ T=123{,}0$ $\ d)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10\\9\\-2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}15\\13\\-10\end{pmatrix}$ $\ e)\ C(10,9,-2)$ $\ f)\ 3{,}25°$ $\ g)\ 1{,}26$ $\ h)\ 6{,}54$

477: $\begin{pmatrix}6\\8\\\dfrac{3\pi}{2}\end{pmatrix}$

478: $a)\begin{pmatrix}3t^2+6t-24\\-2t+2\end{pmatrix}$ $\quad b)\sqrt{580}$ $\quad c)\begin{pmatrix}12\\-2\end{pmatrix}$ $\quad d)\ (-13,4)$ $\quad e)\ (33,0)$

479: $a)\begin{pmatrix}-16\\7\\12\end{pmatrix}$ $\quad b)\begin{pmatrix}0\\2\\-1\end{pmatrix}$ $\quad c)$ *Ligger IKKE på parameterkurven* $\quad d)(104,31,0)$

480: $a)$ $\quad b)(-42,82)$ $\quad c)\begin{pmatrix}-1\\18\end{pmatrix}$ *Med uret* $\quad d)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-42\\82\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\18\end{pmatrix}$ $\quad e)(-5.05,0)\ (-25.94,0)\ (-29.01,0)$

$f)\left(-\dfrac{169}{4},\dfrac{717}{8}\right)$ $\quad g)\ t_1=-2\ og\ t_2=5$ $\quad h)\ 167{,}28°$ $\quad i)\ 280{,}12$ $\quad j)\ 171{,}821$

481: a) 3 b) 2 c) -5 d) -6 e) -2 f) 0

482: $f^{-1}(x)=3x-51$ $\qquad g^{-1}(x)=\left(\dfrac{x}{6}+2\right)^5$

483: $f(x)=-\dfrac{7}{5}\cdot x+\dfrac{29}{5}$

484: $a)\ f^{-1}(0)=-5$ $\quad b)\ x=11$

485: $a)\ x=\log_{13}\left(\frac{11}{6}\right)\quad b)\ x=\ln(7)\quad c)\ x=10^{\frac{9}{4}}\quad d)\ x=e^{\frac{13}{6}}$

486: f er voksende i]-∞;-3], aftagende i [-3,5] og voksende i [5,∞[

487: $a)\ Dm(f)=\mathbb{R}, Dm(g)=\mathbb{R}, Dm(h)=[8,\infty[\quad b)\ (f+g)(x)=5x+20+e^x$

$c)\ (g\circ f)(-4)=1\quad d)\ (g\circ h)(x)=e^{\sqrt{x-8}}\quad (h\circ g)(x)=\sqrt{e^x-8}\quad e)\ x=\frac{24}{5}$

488: $a)\ 3\quad b)\ 2\quad c)\ 6\quad d)\ 2$

489: $a)\ f(0)=9\quad f(5)=-21\quad b)\ x=50$

490: $a)\ r_f=17\%\quad r_g=-35\%\quad b)\ x=0\quad c)$ f er voksende med mindre vækstrate end i. Så $D\sim f$

491: $a)\ f(31)=36$

492: N: Årlige antal udgivne krimier. t :Tiden målt i år efter 2000 $\quad N(t)=3711\cdot 1,09^t\ ;0\le t\le 20$

493: $a)\ g_{\max}=11\quad g_{\min}=-3$

494: $a)\ a=4\quad b=\frac{5}{16}$

495: $T_{0,5}=7$

496: $a)\ g(-3)=200$

497: $a)\ A=6\quad c=-2\quad T=5$

498: $a)\ T=(1,27)\qquad f(x)=-3\cdot(x-4)\cdot(x+2)$

499: $a)\ 8126,84\,\text{kr}\quad b)$ 1. januar 2016 $\quad c)\ 5873,95\,\text{kr}$

500: $a)\ k>0$, dvs. f er voksende $\quad b)\ T_2=1,118$

501: $a)\ 0,67\%\quad b)\ 8,04\%$

502: $a)\ T=2,17\quad f=0,46$

503: $a)\ P(B)=0,7\quad b)\ P(A|B)=0,9$

504: $a)\ 3\ \ b)\ 12\ \ c)\ 3\ \ d)\ 14\ \ e)\ 15\ \ f)\ \textit{Ikke muligt, ikke uafh.}\ \ g)\ 25\ \ h)\ 29\ \ i)\ -28\ \ j)\ i.m\ \ k)\ i.m\ \ l)\ 54$

505: 33,6%

506: $a)\ 0,26\ \ b)\ P(A)=0,29\ \ P(\overline{B})=0,4\ \ c)\ \frac{1}{3}\ \ d)\ \textit{Ikke uafh.}\ P(A\cap B)\neq P(A)\cdot P(B)$

507:
a)

U	pppp	pppk	ppkp	ppkk	pkpp	pkpk	pkkp	pkkk	kppp	kppk	kpkp	kpkk	kkpp	kkpk	kkkp	kkkk
p	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

$b)\ A=\{ppkk, pkpk, pkkp, kkpp, kppk, kpkp\}\quad B=\{ppkk, ppkp, pkpp, pkpk, kpkk, kpkp, kkpp, kkpk\}$

$c)\ \textit{IKKE uafh.}\ p(A)\cdot p(B)=\frac{3}{16}\neq\frac{1}{4}=p(A\cap B)$

d)

t	0	1	2	3	4
$p(X=t)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

$e)\ E(X)=2\quad f)\ \mathrm{var}(X)=1\ \ \sigma(X)=1\quad g)\ N=X-2$

508: $a)\ \{5,13\}\ \ b)\ \emptyset\ \ c)\ \{-7,0,4,5,9\}\ \ d)\ \{-3,0,4,5,8,9,13\}\ \ e)\ \left\{-7,0,\frac{3}{2}\right\}\ \ f)\ \{4,9\}$

509: $\frac{27834}{9999}\ \left(\textit{forkortet}\ \frac{9278}{3333}\right)$

510: $74,\overline{857142}$

511: $a)\,]4,9]\;\; b)\,[-7,-3]\;\; c)\,\varnothing\;\;\; d)\,\{12\}\;\;\; e)\,\varnothing\;\;\; f)\,[5,17[\;\;\; g)\,[1,3[\;\;\; h)\,]7,21[$

512: $b)\, a = 12,23$ Den samlede masse stiger med 12,23 kg i minuttet $b = 57,1$ Badekarret vejer 57,1 kg
$c)\; 167,17\,\text{kg}\quad d)\, 3,5\,\text{minutter}$

513: $a)\; 14,58\quad b)\, x = 3,87\quad c)\, 49,67\%$

514: $a)\;\; a = 1,126\quad b = 1775\quad b)\, 670743\quad c)\, 5,8$ døgn

515: $a)\;\dfrac{35}{3}\quad b)\,\dfrac{18}{35}\quad c)\;\dfrac{49}{15}\quad d)\;\dfrac{55}{28}$

516: $7\;\; -7\;\;\; \dfrac{1}{7}\;\; ;\;\; -13\;\; 13\;\; -\dfrac{1}{13}\;\; ;\;\; \dfrac{3}{11}\;\; -\dfrac{3}{11}\;\; \dfrac{11}{3}\;\; ;\;\; 1\;\; -1\;\; 1\;\; ;\; \pi\;\; -\pi\;\;\; \dfrac{1}{\pi}$

517: $a)\; 25x^2 + 4y^2\quad b)\, 10a^2 + 9b^2\quad c)\, -16y^2 - 6x + 3xy$

518: $a)\; x = -5 \,\vee\, x = -10 \,\vee\, x = 4\qquad b)\, x = -4 \,\vee\, x = 3 \,\vee\, x = 0$

519: $a)\; 9\quad b)\, 1\quad c)\, 81\quad d)\, 4$

520: 1G , 2C , 3B , 4H , 5E , 6D , 7A , 8F

521: $a)\; x = -9 \,\vee\, x = 3\quad b)\, x = -3 \,\vee\, x = -2\quad c)\, L = \varnothing\quad d)\, x = -2 \,\vee\, x = \dfrac{1}{5}$

522: $a)\; x^{10}\quad b)\; a^{13}\quad c)\,\dfrac{1}{b}$

523: $a)\,(x+6)^2 + (y-1)^2 - 50\qquad b)\,(x-4)^2 + y^2 + (z+3)^2 - 28$

524: $a)\, x = -\dfrac{31}{4}\quad b)\, x = -\dfrac{41}{16}\quad c)\, x = -6 \,\vee\, x = 6\quad d)\, x = -\dfrac{9}{5} \,\vee\, x = \dfrac{13}{5}$

525: $a)\; -21\quad b)\, -30a^6b^5c^6\quad c)\,\dfrac{3x-4y}{5x}$

526: $a)\, x > -\dfrac{21}{5}\qquad b)\, x \geq \dfrac{13}{11}$

527: $a)\,5\quad b)\,1$ er IKKE en løsning $\quad c)\, a = 9$

529: a, d og e

530: $a)\sin(90^\circ) = 1\;\; b)\cos(-90^\circ) = 0\;\; c)\sin(0^\circ) = 0\;\; d)\cos(\pi) = -1\;\; e)\sin(-\pi) = 0\;\; f)\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$

531: $a)\,|BC| = 13\quad b)\,|DE| = \dfrac{15}{4}\quad c)\, T_{ABC} = 30\quad T_{CDE} = \dfrac{135}{8}$

532: $a)\; \angle ACB = 22,62^\circ\quad \angle CED = 67,38^\circ\qquad b)\; |BD| = \sqrt{466}$ (eller $21,587$)

533: $v = 109,47^\circ$

534: $a)\; |BC| = 4,33\quad b)\,\angle CBD = 138,64^\circ\quad c)\,|BD| = 11,47$

535: a) 31,0 m b) 104°

536: a) $T = 33,75\quad b)\; |GP| = 10,64$ c) $\angle GDP = 115,41^\circ$

537: $a)\,|BD| = 120\,\text{km}\quad b)\, A = 8299\,\text{km}^2$

538: $a)\; \angle BAC = 61,03^\circ\quad b)\, T_{ABC} = 55,99\quad c)\; |CD| = 9,33$

539: $a)\, 715x - 15y + 1345z - 5649 = 0\quad b)\, 67,03\,\text{m}^2\quad c)\, v = 166,06^\circ$
$d)\, 2,05\text{ m}\quad e)\, J\,(3.655, 3.623, 2.396)\quad f)\, 83,77^\circ$

540: $a)\, 3x - 4y + 6z - 60 = 0\quad b)\, 54,671\quad c)\, 9,6026\quad d)\left(-\dfrac{274}{7}, \dfrac{192}{7}, \dfrac{335}{7}\right)\; e)\, 9,5804^\circ$

541: $t = \frac{21}{5}$

542: $5x - 9y + 32 = 0$

543: $T = 14$

544: $a)\, v = 73{,}74°\quad b)\, A_{par} = 24\quad c)\, \vec{b}_a = \begin{pmatrix} \frac{28}{25} \\ \frac{21}{25} \end{pmatrix}$

545: $a)\, C: x^2 + y^2 = 150^2$ b) Det har den ($dist(l, origo) = 139 < 150$)

546: $t = -\frac{3}{2}$

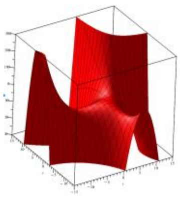
547: $a)$ $16x + 38y - 17z + 137 = 0$ $b)$ $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\left(-\frac{194}{319}, -\frac{1688}{319}, -\frac{1385}{319} \right)$ $c)\, v_{stump} = 124{,}3°$

548: c) A=33,54 $d)\, (x-3)^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = \frac{1156}{5}$

549: $a)\, 7\quad b)\, \nabla f = \begin{pmatrix} 2xy + 7 \\ x^2 + e^y \end{pmatrix}\quad c)\, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y\quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = e^y\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 2x$

550: $a)$ $y = -30x + 100$ $b)$ $f(x) = 4 + 6 \cdot e^{-5x+15}$ $c)$ $f_{nedre\ grænse} = 4$

551: a) 2 ekstra smittede pr. døgn b) $N(t) = 20t + 40000 - 36100 \cdot e^{\frac{1}{2000} \cdot t - \frac{1}{400}}$ $c)\, 4203$



552:

$b)\, \left(\frac{7}{3}, -\frac{8}{3} \right)$ $(1, -4)$ $(-5.4721, -1.5279)$ $(3.4721, -10.4721)$ $c)$ Maksimum

$d)\, \begin{pmatrix} 59 \\ -13 \end{pmatrix}$ $e)\, 59x - 13y - z - 123 = 0$

553: a) 7 b) -4 c) -- d) 7,5 e) 2 f) -3 g) 6 h) -1 i) 8 j) 0 k) -5 l) --

554: $(x+2)^2 + (y-17)^2 = 121$; $G = \mathbb{R}^2$

555: $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d < 0$

556: $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+2}{5}}$

557: $(0, -5, 0)$

558: $a)\, x = \log_7\left(\frac{8}{5}\right)$ eller $x = \frac{\ln\left(\frac{8}{5}\right)}{\ln(7)}$ eller $x = \frac{\log\left(\frac{8}{5}\right)}{\log(7)}$ $b)\, x = 10^{\frac{6}{5}}$ $c)\, x = \ln\left(\frac{4}{7}\right)$ $d)$ $x = e^2$

559: a) 4 b) 2 c) 1

560: $a)$ 3 $b)\, x = 9$ $c)$ $7 < x < 11$

561: $a)\, \{-5, 7\}$ $b)\, \varnothing$ $c)\, \{-15, 0, 6\}$ $d)\, \{-15, -5, 0, 2, 6, 7\}$ $e)\, \{0, 4\}$ $f)\, \{-15\}$ $g)\, \varnothing$ $h)\, \{-5, 2, 7\}$

562:

Givne tal	Modsatte tal	Reciprokke tal
8	-8	$\frac{1}{8}$
-1	1	-1
$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	3
$\frac{7}{9}$	$-\frac{7}{9}$	$\frac{9}{7}$
e	-e	$\frac{1}{e}$

563: $5,\overline{173} = \dfrac{5168}{999}$

564: 

565: $52,\overline{142857}$

566: $a)\left]5,11\right] \ \ b)\left[-9,2\right] \ \ c)\varnothing \ \ d)\{3\} \ \ e)\varnothing \ \ f)\left[2,20\right[\ \ g)\left[0,10\right[\ \ h)\left]-10,40\right[$

567: $a)\, a = 2,711 \ \ b = -2,71$ $\quad b)$ 2,7 mål pr. kamp i gennemsnit $\quad c)$ 160 mål $\quad d)$ 75 kampe

568: $a)\, a = 0,8332 \ \ b = 72076$ $\quad b)$ 1875 terninger $\quad c)$ nr. 49 $\quad d)\, 3,8$

569: $a)\dfrac{30}{7} \quad b)\dfrac{56}{3} \quad c)\dfrac{19}{2} \quad d)\dfrac{11}{42} \quad e)\dfrac{45}{22} \quad f)\dfrac{65}{4} \quad g)\dfrac{47}{12} \quad h)\dfrac{18}{35}$

570: $a)\, 63+14a-7b \quad b)-6x+24x^2-18xy+30 \quad c)\, 6a^2-8a-10ab \quad d)\, 21x^2-28xy+7x^2y$

571: $a)\, x=-2 \vee x=5 \quad b)\, x=-32 \vee x=1 \vee x=17 \quad c)\, x=-3 \vee x=-2 \vee x=0 \vee x=3$
$d)\, x=-4 \vee x=4 \vee x=16 \quad e)\, x=-8 \vee x=0 \vee x=2 \quad f)\, x=-5 \vee x=-1 \vee x=5 \vee x=13$

572: $a)\, x^{12} \quad b)\, a^8 \quad c)\, a^{10} \quad d)\, x \cdot y^7 \quad e)\dfrac{a}{b^{11}} \quad f)\, 1$

573: $a)\ 7 \quad b)-2 \quad c)\, 10 \quad d)\, 37 \quad e)\ \dfrac{1}{9} \quad f)\, 3$

574: $a)\, 15x^2-2x-8 \quad b)\, 7s^2+16st-15t^2 \quad c)\, 4a^2-9b^2 \quad d)\, 25x^2-30xy+9y^2$

575: $a)\, 40a^2 \quad b)-21x^4 \quad c)\, 18x^4y^2 \quad d)-40s^9t^5$

576: $a)\dfrac{7}{9} \quad b)\dfrac{9}{7} \quad c)\dfrac{4}{15} \quad d)\dfrac{13}{64}$

577: $a)\, 100000 \quad b)\, 16 \quad c)\dfrac{1}{9} \quad d)\ 125$

578: $a)\, 4x-3y+2 \quad b)\, 7a-1+a^2 \quad c)\, s+2s^2-3st \quad d)-x+y-xy$

579: a) 5 b) 10 c) 2 d) 30

580: a) 3a b) 3y

581: $a)\ 4 \quad b)\dfrac{1}{125} \quad c)\, 6 \quad d)\dfrac{1}{9}$

582: $\dfrac{(x-1)^2}{25}+\dfrac{(y+2)^2}{9}=1 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$

583: $a)\ 2 \quad b)\, 7 \quad c)\, L=\varnothing$

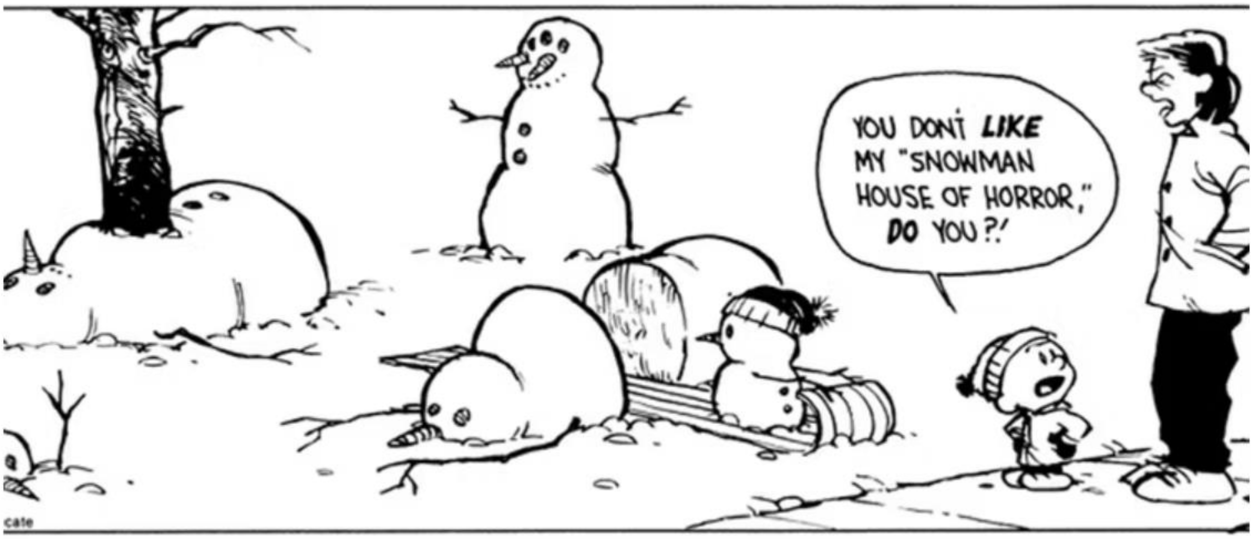
584: $a)\ \left(\dfrac{12}{7},\dfrac{1}{7}\right) \quad b)\,(-7,5) \quad c)\,(-1,-6)$ og $(2,6) \quad d)\,(-6,1)$ og $(2,-3)$

585: $a)\ 22 \quad b)\, 11 \quad c)\ x^2+4 \quad d)\, x=2 \vee x=4$

586: $a)\ 14,9\% \quad b)\, 2,004\% \quad c)\ 1,104\%$

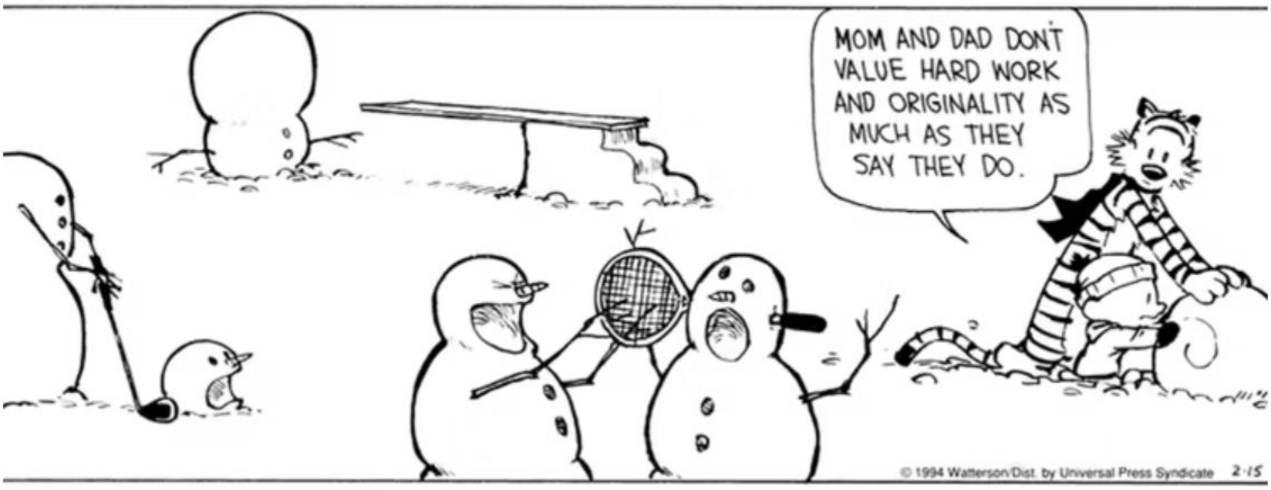
587: 1,453%

588: $a)\ \sqrt{45} \quad b)\begin{pmatrix}-17\\-6\\18\end{pmatrix} \quad c)-5 \quad d)\begin{pmatrix}-30\\-11\\-32\end{pmatrix}$


YOU DON'T **LIKE** MY "SNOWMAN HOUSE OF HORROR," **DO** YOU?!


WHILE **I'M** DOING THIS BRAIN SURGERY, **YOU** CAN MAKE A DONOR AND DO A HEART TRANSPLANT!
FORGET IT, CALVIN. I'M NOT PLAYING WITH YOU ANY MORE.


EGGPLANT CASSEROLE TONIGHT?
WHY, YES!


MOM AND DAD DON'T VALUE HARD WORK AND ORIGINALITY AS MUCH AS THEY SAY THEY DO.
© 1994 Watterson/Dist. by Universal Press Syndicate 2-15