Blandede Opgaver II

x-klasserne

Gammel Hellerup Gymnasium

April 2024 ; Michael Szymanski ; mz@ghg.dk

Indholdsfortegnelse

Opgaver

Opgave 1: Bestem afledede funktioner af nedenstående funktioner.

$$a)\ f(x) = 5x^4 - 7x^3 + 6x^2 + 2x - 9$$

$$b)\ g(x) = 5\cdot\cos(x) - 8\cdot\sqrt{x} + 3$$

$$c)\ h(x) = 6^x \cdot \sin(x)$$

$$d)\ i(x) = \frac{\ln(x)}{x^9}$$

$$e)\ j(x) = 4\cdot \mathrm{e}^{\sqrt{x}}$$

Opgave 2: Bestem følgende ubestemte integraler:

$$a)\ \int (x^3 + 6x^2 - 5x + 3)\,dx \qquad b)\ \int\left(4\cdot \mathrm{e}^x - \frac{6}{x^2} + \cos(x)\right)dx \qquad c)\ \int\left(\frac{1}{x} + 4^x\right)dx$$

Opgave 3: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 2\cdot \mathrm{e}^x + 5x + 4$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(0, f(0))$.

Opgave 4: En funktion *g* er givet ved $g(x) = 3\cdot\sin(x) - 2\cdot \mathrm{e}^x + x^2 + 1$.

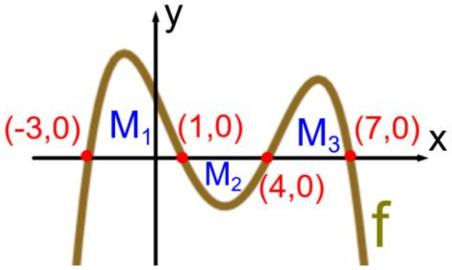
a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *G* til *g*, hvis graf går gennem punktet $P(0,7)$.

Opgave 5: Bestem følgende bestemte integraler:

$$a)\ \int_1^3 (4x-5)\,dx \qquad b)\ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\,dx \qquad c)\ \int_1^4\left(\mathrm{e}^x + \frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}\right)dx$$

Opgave 6: a) Undersøg, om funktionen *g* givet ved $g(x) = \ln(x) + 3x^5 + 1$ er en løsning til differentialligningen $\frac{y'\cdot x - 1}{5} + 1 = y - \ln(x)$

Opgave 7: Grafen for funktionen *f* skærer førsteaksen i $(-3,0),(1,0),(4,0)$ og $(7,0)$ og danner sammen med førsteaksen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3 (se nedenfor).



Det oplyses, at $A_{M_1} = 20$, $A_{M_2} = 8$ og $\int_1^7 f(x)\,dx = 7$. Bestem følgende:

$$a)\ \int_{-3}^{1} f(x)\,dx \qquad b)\ \int_1^4 f(x)\,dx \qquad c)\ A_{M_3} \qquad d)\ \int_7^{-3} f(x)\,dx$$

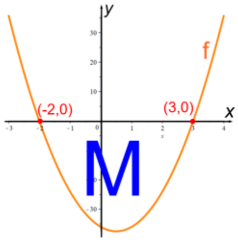
Opgave 8: En funktion *h* er en løsning til differentialligningen $x^2\cdot\sqrt{y} + y' = 3x + 2$

Grafen for *h* går gennem punktet $P(2,9)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *h* i punktet *P*.

Opgave 9: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=6x^2-6x-36$ og har rødderne -2 og 3.

Grafen for *f* danner sammen med førsteaksen en punktmængde *M*.



a) Bestem arealet af punktmængden *M*.

Opgave 10: Givet er differentialligningen $N'+\frac{N}{t}=3$.

a) Bestem den fuldstændige løsning til den givne differentialligning.

b) Bestem til differentialligningen den partikulære løsning, hvis graf går gennem punktet $(9,11)$.

Opgave 11: *a)* Tegn for differentialligningen $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{7}=\sqrt{x}$ et hældningsfelt i vinduet $[0,20]\times[0,50]$.

b) Tegn samme hældningsfelt som ovenfor, men nu også indeholdende grafen for den løsning til differentialligningen, hvis graf går gennem punktet $(5,20)$.

Opgave 12: Funktionerne *f* og *g* er givet ved
$$f(x)=e^x-x$$
$$g(x)=-x^2+2x+7$$

Graferne for *f* og *g* afgrænser en punktmængde *M*. Bestem arealet af punktmængden

Opgave 13: Bestem radius og koordinatsættet til centrum for kuglen givet ved ligningen
$$x^2+6x+y^2+z^2-10z-15=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

Opgave 14: I planen er givet punkterne $A(-2,1)$, $B(3,4)$ og $C(-1,-5)$.

a) Bestem $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ og $\overrightarrow{BC}$.

b) Bestem tværvektorerne $\widehat{AB}$ og $\widehat{BC}$ til henholdsvis $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{BC}$.

c) Undersøg, om trekant *ABC* er spidsvinklet, retvinklet eller stumpvinklet.

Opgave 15: Stedfunktionen $\vec{s}$ er en vektorfunktion givet ved
$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix}4t-8\\ t^2+5t-14\\ -3\cdot\cos(0,5\cdot\pi\cdot t)\end{pmatrix} \quad ; \quad t\in\mathbb{R}$$

a) Bestem $\vec{s}(0)$.

b) Bestem hastighedsfunktionen.

c) Bestem accelerationen til tiden 4.

d) Bestem koordinatsættet til banekurvens skæring med *z*-aksen.

Opgave 16: En vektorfunktion $\vec{f}$ er givet ved forskriften
$$\vec{f}(t)=\begin{pmatrix}t^2+3t-5\\ t^3-t^2-22t+34\end{pmatrix} \quad , \quad t\in[-6,6]$$

a) Tegn parameterkurven for $\vec{f}$ i vinduet $[-10,50]\times[-100,100]$.

b) Bestem koordinatsættene til parameterkurvens skæringer med andenaksen.

c) Bestem koordinatsættene til de punkter, hvor parameterkurven har en vandret tangent.

d) Bestem koordinatsættet til parameterkurvens dobbeltpunkt.

e) Bestem arealet af den punktmængde, der afgrænses af parameterkurven.

f) Bestem længden af hele parameterkurven.

Opgave 17: I rummet er givet punkterne

$$A(5,0,10),\ B(8,-4,1),\ C(-3,6,12), D(7,3,4) \text{og } E(-2,5,11)$$

a) Bestem arealet af trekant *ABC*.
b) Bestem en ligning for den plan α, der indeholder punkterne *A*, *B* og *C*.
c) Bestem en parameterfremstilling for den linje *l*, der går gennem punkterne *D* og *E*.
d) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjen *l* og planen α.
e) Bestem vinklen mellem linjen *l* og planen α.
f) Bestem en ligning for den kugle *K*, der har punktet *C* som centrum og indeholder punktet *D*.

Opgave 18: Bestem de afledede af funktionerne givet ved følgende forskrifter:

a) $f(x) = 8x^4 + x^3 - 7x^2 + 2x - 11$

b) $g(x) = 5 \cdot \sin(x) + 7 \cdot \ln(x) - e^x$

c) $h(x) = 7^x \cdot \sqrt{x}$

d) $s(x) = \dfrac{\cos(x)}{x^3}$

e) $t(x) = \sin(7x - 5)$

f) $u(x) = 4 \cdot e^{\sqrt{x}}$

g) $v(x) = 7 \cdot (5 - \sin(x))^4$

Opgave 19: Bestem følgende bestemte og ubestemte integraler:

a) $\int (x^3 - 5x^2 + 7x - 12)\,dx$

b) $\int (7 \cdot e^x + 3 \cdot \cos(x) - 9 \cdot 5^x)\,dx$

c) $\int_1^e \frac{7}{x}\,dx$

d) $\int_0^2 (7x^3 - 3x + 2)\,dx$

Opgave 20: Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x) = 2 \cdot e^{x^2+5x-9}$ er en løsning til differentialligningen $\dfrac{y'}{2x+5} = y + x$

Opgave 21: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 4x^3 - \dfrac{2}{x^2}$.

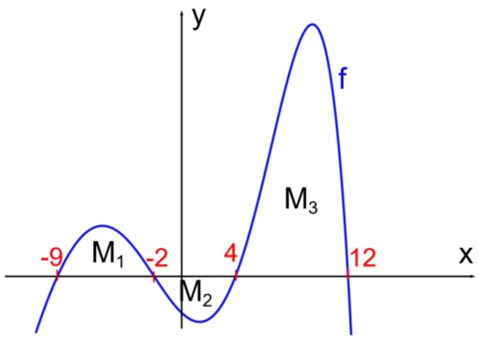
Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(2,13)$

Opgave 22: En funktion *g* er givet ved forskriften $g(x) = x^3 \cdot \ln(x) + x$

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *g* i punktet $P(1, g(1))$.

Opgave 23: En funktion *f* er løsning til differentialligningen $\dfrac{y' - x + 3}{2y} = 4 \cdot e^{x-5}$. Det oplyses, at grafen for *f* går gennem punktet $P(5,6)$. Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

Opgave 24: På figuren nedenfor ses grafen for funktionen *f*. Den skærer førsteaksen i $-9, -2, 4$ og 12 og danner sammen med denne tre punktmængder M_1, M_2 og M_3.



Det oplyses, at arealerne af punktmængderne M_2 og M_3 er $A_{M_2} = 15$ og $A_{M_3} = 100$.

Desuden oplyses det, at $\int_{-9}^{-2} f(x)\,dx = 20$.

a) Bestem arealet af punktmængden M_1.

b) Bestem $\int_{-2}^{12} f(x)\,dx$.

c) Bestem $\int_{4}^{-9} f(x)\,dx$.

Opgave 25: Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = \sqrt{x+13} - 1$$

$$g(x) = 2 \cdot \mathrm{e}^{-3x} - 4$$

Grafen for *f* danner sammen med koordinatakserne en punktmængde *M*.
Når punktmængden *M* roteres 360° omkring førsteaksen dannes omdrejningslegemet *N*.

a) Bestem arealet af punktmængden *M*.
b) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.
c) Bestem rumfanget af omdrejningslegemet *N*.
d) Bestem overfladearealet af omdrejningslegemet *N*, når endefladen regnes med.

Grafen for *f* danner sammen med førsteaksen og den lodrette linje med ligningen $x = k$ en punktmængde *S*, der har arealet 40.

e) Bestem *k*.

Graferne for *f* og *g* danner sammen med koordinatakserne en punktmængde *T*.

f) Bestem arealet af *T*.
g) Bestem omkredsen af *T*.

Opgave 26: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Bestem tværvektorerne til $\vec{a}$ og $\vec{b}$

b) Bestem prikproduktet $\vec{a} \bullet \vec{b}$

c) Bestem $\det(\vec{b}, \vec{a})$

d) Bestem projektionen af $\vec{a}$ på $\vec{b}$, dvs. $\overrightarrow{a_b}$

Opgave 27: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ samt punktet $P(-2,0,9)$.

a) Bestem længden af $\vec{a}$

b) Bestem prikproduktet $\vec{a} \bullet \vec{b}$

c) Bestem krydsproduktet $\vec{a} \times \vec{b}$

d) Bestem en parameterfremstilling for den linje *l*, der går gennem punktet P og har $\vec{b}$ som retningsvektor.

e) Bestem en parameterfremstilling for den plan α, der går gennem punktet *P* og har $\vec{a}$ og $\vec{b}$ som retningsvektorer.

f) Bestem en ligning for planen α (kendt fra spørgsmålet ovenfor).

Opgave 28: Givet er vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} t \\ 5 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

a) Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

b) Bestem *t*, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

c) Bestem de *t*-værdier, for hvilket det gælder, at $\vec{a}^2 = 57$

Opgave 29: Planen α er givet ved ligningen $7x - 5y + 9z - 27 = 0 \quad ; \quad G = \mathbb{R}^3$.

a) Bestem koordinatsættet til planens skæring med *z*-aksen.

Opgave 30: a) Bestem arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Opgave 31: En kugle *K* er givet ved ligningen $(x-5)^2 + (y+8)^2 + (z+1)^2 = 26 \quad ; \quad G = \mathbb{R}^3$.

a) Vis, at punktet $P(6,-5,3)$ ligger på kuglen *K*.

b) Bestem en ligning for den tangentplan α til kuglen *K*, der rører kuglen i punktet *P*.

Opgave 32: En linje *l* er givet ved parameterfremstillingen $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$.

a) Bestem **en ligning** for den linje *m*, der er ortogonal med linjen *l*, og som går gennem punktet $P(-7,6)$.

Opgave 33: Linjen *l* og planen α er givet ved:

$$l: \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\alpha: \quad 9x - 6y - z + 17 = 0 \qquad ; \quad G = \mathbb{R}^3$$

a) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet mellem linjen *l* og planen α

b) Bestem vinklen mellem linjen *l* og planen α

Opgave 34: Cirklerne A og B er givet ved ligningerne

$$A:\quad (x-5)^2+(y+4)^2=49 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$$

$$B:\quad (x+3)^2+(y-11)^2=16 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$$

a) Bestem afstanden mellem cirklerne.

Opgave 35: Kuglen K og planen α er givet ved ligningerne

$$K:\quad (x+9)^2+(y-4)^2+(z+6)^2=14 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$
$$\alpha:\quad -5x+8y+4z-13=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

a) Bestem afstanden mellem kuglen K og planen α.

Opgave 36: Bestem følgende værdier:

a) $\log(100000)$

b) $\log_3(81)$

c) $\ln(1)$

d) $\log_5\left(\frac{1}{125}\right)$

e) $\log_{12}(48)+\log_{12}(3)$

f) $\log(7)-\log(700)$

Opgave 37: Funktionerne f, g og h er givet ved forskrifterne:

$$f(x)=5^x$$
$$g(x)=3\cdot x+7$$
$$h(x)=\sqrt{x^2+4}$$

a) Bestem $(f+g)(1)$

b) Bestem $\left(\frac{f}{h}\right)(x)$

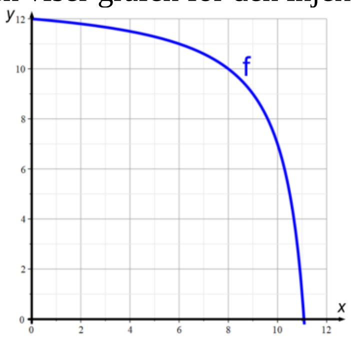
c) Bestem $(h\circ f)(0)$

d) Bestem en forskrift for den omvendte funktion g^{-1} til g

Opgave 38: Grafen for en lineær funktion g går gennem punkterne $P(7,4)$ og $Q(2,13)$.

a) Bestem en forskrift for g.

Opgave 39: Figuren viser grafen for den injektive funktion f:



a) Bestem $f^{-1}(10)$

b) Løs ligningen $f^{-1}(x)=6$

Opgave 40: En funktion *f* er angivet ved nedenstående gaffelforskrift

$$f(x)=\begin{cases}(x-5)\cdot(x+2) & ; \quad x<-1\\ 3\cdot\cos(x)-5 & ; \quad -1\le x\le 2\\ \sqrt{x+4}-10 & ; \quad 2<x\end{cases}$$

a) Bestem $f(21)$

b) Bestem $f(0)$

c) Løs ligningen $f(x)=0$

Opgave 41: Løs følgende ligninger (isolér *x*):

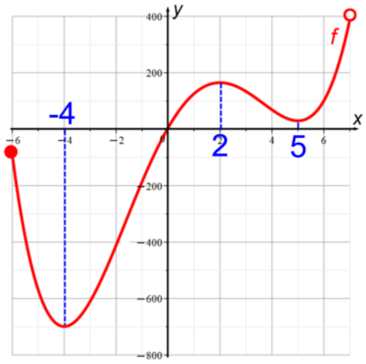
$a)\ \ 3\cdot 6^x-5=8$

$b)\ \ 4\cdot\log_7(x)+1=9 \quad ; \quad x>0$

$c)\ \ 12\cdot e^x-3=33$

Opgave 42: Nedenfor ses grafen for funktionen *f* med definitionsmængden $[-6,7[$.

f har lokale ekstremumssteder -4, 2 og 5 (se figuren).



a) Angiv ud fra figuren monotoniforholdene for *f*.

Opgave 43: Løs nedenstående ligningssystemer:

$a)\ \begin{matrix}5x+y=-7\\ -3x+2y=25\end{matrix} \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$

$b)\ \begin{matrix}6x-2y=42\\ -3x+7y=-57\end{matrix} \quad ; \quad G=\mathbb{R}^2$

Opgave 44: Værdien af en computer, der på købsdatoen har værdien 8500 kr., aftager med 15% om året.

a) Hvad er værdien af computeren 5 år efter købet?
b) Efter hvor mange år er computerens værdi 1 kr.?

Opgave 45: Brombærproduktionen steg første år med 17%, derefter faldt den de næste to år med 13% og 9%, hvorefter den fjerde år steg med 25%.

a) Hvad har den gennemsnitlige årlige vækstrate været i de 4 år?
b) Hvad skal den gennemsnitlige årlige vækstrate være de næste 6 år, hvis man skal opnå en fordobling af brombærproduktionen på de 10 første år?

Opgave 46: Et 20-årigt huslån på 2700000 kr. optages med den årlige rentefod 4% (inkl. bidragssats) og kvartalsvise afbetalinger.

a) Angiv den kvartalsvise rentefod og antallet af terminer.
b) Bestem den kvartalsvise ydelse.
c) Hvor meget skal man afsætte hver måned for at kunne betale den kvartalsvise ydelse?
d) Hvor stort et lån ville man kunne optage med den årlige rentefod 4% (inkl. bidragssats), hvis lånet i stedet var 30-årigt med kvartalsvise afbetalinger, og man hver måned kunne afsætte det beløb, der blev beregnet i spørgsmål c)?

Opgave 47: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = x^3 \cdot \sin(y) + 4xy - 25x$

a) Bestem $f\left(5, \dfrac{\pi}{2}\right)$

b) Bestem gradienten $\vec{\nabla} f$ i punktet $(x, y, f(x,y))$

Opgave 48: Stedfunktionen $\vec{s}$ er givet ved $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3t - 10 \\ \dfrac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 21t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

a) Bestem $\vec{s}(0)$

b) Bestem hastighedsfunktionen.

c) Bestem accelerationen til tiden $t = 4$

d) Bestem koordinatsættene til banekurvens skæringer med andenaksen.

e) Bestem de parameterværdier *t*, der svarer til punkter på banekurven med vandret tangent.

f) Bestem en parameterfremstilling for tangenten til banekurven i punktet svarende til $t = 0$

Opgave 49: En funktion *g* er givet ved forskriften $g(x,y) = 2x^2 + 4y^2 - 5xy - 38x + 51y + 19$

a) Bestem $g(1,2)$

b) Bestem $\dfrac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x^2}$

c) Bestem $\dfrac{\partial^2 g(x,y)}{\partial y^2}$

d) Bestem $\dfrac{\partial^2 g(x,y)}{\partial x \partial y}$

e) Bestem determinanten af Hessematricen.

f) Bestem første- og andenkoordinaten til det stationære punkt $(x_0, y_0, g(x_0, y_0))$.

g) Bestem arten af det stationære punkt.

Opgave 50: Vektorfunktionen $\vec{f}$ er givet ved $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 8 \cdot \cos(t) \\ 6 \cdot \sin(t) - 2t \end{pmatrix}$; $t \in [-20, 20]$

a) Bestem $\vec{f}(\pi)$

b) Bestem $\vec{f}\,'(2\pi)$

c) Tegn parameterkurven for $\vec{f}$ i vinduet $[-10, 400] \times [-50, 50]$.

d) Bestem parameterværdien *t* svarende til det punkt, hvor parameterkurven har en lodret tangent.

e) Bestem koordinatsættene til parameterkurvens skæringer med koordinatakserne.

f) Bestem arealet af den punktmængde *M* indeholdende origo, der afgrænses af parameterkurven.

g) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.

Opgave 51: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y)=x^2y+5xy-24y+22x+7$

a) Bestem $f(9,13)$

b) Tegn grafen for *f* i vinduet $[-10,10]\times[-10,10]\times[-500,500]$

c) Bestem de dobbeltafledede $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ og den blandede afledede $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

d) Bestem determinanten af Hessematricen.

e) Bestem koordinatsættene til de to stationære punkter for funktionen *f*.

f) Bestem arten af de to stationære punkter.

g) Bestem gradienten for *f* i punktet $(9,13,\ f(9,13))$.

h) Bestem en ligning for tangentplanen til grafen for *f* i punktet $(9,13,\ f(9,13))$.

Opgave 52: Mængderne *A*, *B* og *C* er givet ved: $A=\{3,7,11\}\quad B=\{4,7,11,16\}\quad C=\{8\}$

a) Bestem $A\cap B$.

b) Bestem $A\cap C$.

c) Bestem $A\cup B$.

d) Bestem $B\setminus A$.

Opgave 53: Angiv for hvert af følgende tal det modsatte tal og det reciprokke tal:

Givne tal	Modsatte tal	Reciprokke tal
5		
–7		
$\frac{1}{6}$		
$-\frac{13}{17}$		
$\boldsymbol{a}$		

Opgave 54: Omskriv $1,\overline{37}$ til en brøk med hele tal i tæller og nævner.

Opgave 55: Omskriv $\frac{38}{7}$ til en uendelig, periodisk decimalbrøk (decimaltal).

Opgave 56: Udregn nedenstående udtryk (resultatet skal angives som en brøk)

$a)\quad \dfrac{3}{11}\cdot 7$

$b)\quad -2\cdot\dfrac{(-5)}{9}$

$c)\quad 7-\dfrac{20}{3}$

$d)\quad \dfrac{\frac{13}{3}}{5}$

$e)\quad \dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{7}{3}$

$f)\quad \dfrac{10}{\frac{7}{9}}$

$g)\quad \dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{2}$

$h)\quad \dfrac{\frac{7}{2}}{\frac{11}{9}}$

Opgave 57: Gang ind i parenteserne, så facit er uden parenteser.

$a)\ 3\cdot(4+a-5b)$

$b)\ -2\cdot(3x-x^2+4xy-7)$

$c)\ 5a\cdot(2a-3-8b)$

$d)\ -10x\cdot(-7x+9y-xy)$

$e)\ (2x+3)\cdot(x+5)$

$f)\ (4a+3b)\cdot(5a-2b)$

Opgave 58: Løs ligningerne, når $G=\mathbb{R}$

$a)\quad (x-9)\cdot(x+4)\cdot(x-7)=0$

$b)\quad (x^2-9)\cdot(x+2)\cdot x=0$

$c)\quad (x-25)^6\cdot(x^2-9)\cdot(x^2+49)=0$

$d)\quad (x+27)^3\cdot(x^3+27)\cdot(x^3-1000)=0$

Opgave 59: Reducér udtrykkene

$a)\quad \frac{25x}{10x}\cdot 4x \qquad\qquad b)\quad \frac{15a^2}{21b^2}\cdot\frac{14b}{35a}$

Opgave 60: Udregn udtrykkene.

$a)\quad a^4\cdot a^{11} \qquad b)\quad \frac{x^{18}}{x^9} \qquad c)\quad \frac{(y^4)^2\cdot y}{y^5} \qquad d)\quad \left(\frac{b}{c}\right)^4\cdot(bc)^3$

Opgave 61: Udregn udtrykkene.

$a)\quad 4x\cdot(-5x)\cdot(-3)$

$b)\quad -5x\cdot(-2x^2)\cdot(-x)$

$c)\quad -10a\cdot(-2ab)\cdot(3a^2b)$

$d)\quad (-3xy)^2\cdot(-10x)\cdot(x^2y)^4$

Opgave 62: Angiv følgende intervaller eller mængder:

a) $[2,7]\cap[4,10]$

b) $[-20,-10]\cap[-5,5]$

c) $[-3,5[\cup[2,15[$

d) $]3,8[\cup[2,9]$

Opgave 63: Et tændt stearinlys står på en vægt, der er kalibreret, så den viser stearinlysets masse *m*, der måles i gram. Nedenstående viser en tabel over sammenhørende værdier af massen *m* og tiden *t* målt i minutter fra stearinlyset tændes.

Tiden t / minutter	1	37	65	128	200	256
Masse / gram	359,9	356,3	353,8	347,6	340,5	335,4

Massen af stearinlyset kan beskrives ved en model af typen

$$m(t)=a\cdot t+b$$

a) Bestem *a* og *b*.

b) Giv en fortolkning af konstanterne *a* og *b*.

c) Hvad er stearinlysets masse efter at have brændt i 400 minutter?

d) Efter hvor lang tid er stearinlysets masse 50 gram?

Opgave 64: En meget hård kugle slippes lodret over et meget hårdt gulv, og hoppehøjden *h* (målt i meter) måles for hvert hop.

Hop nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Hoppehøjde *h* / meter	5,48	5,20	4,91	4,67	4,41	4,16	3,95	3,76

Hoppehøjden *h* kan som funktion af antallet *n* af hop beskrives ved $h(n) = b \cdot a^n$

a) Bestem *a* og *b*.

b) Giv en fortolkning af konstanten *b*?

c) Hvad er hoppehøjden i hop nummer 30?

d) Bestem halveringskonstanten og sæt ord på tallet.

Opgave 65: Inde i den store glaskuppel på Mars laves forsøg med et svingende lod i en snor.

Svingningstiden *T* (målt i sekunder) for forskellige snorlængder *L* (målt i meter) er angivet i tabellen.

Snorlængde *L* / meter	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Svingningstid *T* / s	2,31	3,28	3,99	4,62	5,18

Svingningstiden *T* som funktion af snorlængden *L* kan beskrives ved en model på formen

$$T(L) = b \cdot L^a$$

a) Bestem konstanterne *a* og *b*.

b) Hvad er svingningstiden, når loddet svinger i en 4,0 meter lang snor?

c) Hvad skal snorlængden være, hvis svingningstiden skal være 1,0 s?

d) Hvor mange procent øges svingningstiden, når snorlængden øges med 60%?

Opgave 66: Reducér udtrykkene

a) $p^4 \cdot p^3$ b) $\dfrac{h^5 \cdot h^2}{\left(h^3\right)^4}$ c) $\sqrt[3]{x} \cdot x^{\frac{1}{4}}$ d) $\left(\sqrt[3]{a^5}\right)^{\frac{7}{4}}$

Opgave 67: Reducér udtrykkene

a) $(3x+7)\cdot(2x-4)$

b) $(3a+2b)\cdot(8a-b)$

c) $(c+3d)^2 - 2c\cdot(5c+3d)$

d) $(4x-3y)^2 - 2\cdot(2x-y)\cdot(4x+5y)$

e) $(5a+2b)\cdot(5a-2b) - 2\cdot(-3a)\cdot(-5b)$

Opgave 68: Udregn udtrykkene, så der ikke er nogle brøkstreger.

$a)$ $\dfrac{27+6x-9y}{3}$ $b)$ $\dfrac{13xy - xy^2 + x^2y}{x \cdot y}$ $c)$ $\dfrac{30ab + 5a - 10a^3b}{5a}$ $d)$ $\dfrac{a-3b+5c-1}{-1}$

Opgave 69: Omregn udtrykkene til uforkortelige brøker på formen $\dfrac{a}{b}$:

$a)$ $3^2 \cdot 5^{-3}$ $b)$ $\left(\dfrac{13}{17}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{17}{13}\right)^{-2}$ $c)$ $\dfrac{2^{-4} \cdot 10}{3^{-2} \cdot 5^{-1}}$ $d)$ $\dfrac{\sqrt[4]{48} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{108} \cdot \sqrt[4]{3}}$

Opgave 70: Udregn følgende udtryk

a) $\left|5 - 3 \cdot 4^2\right|$ b) $9^0 + 32^{\frac{2}{5}} - 25^{\frac{1}{2}}$ c) $\sqrt{15} \cdot \sqrt{35} \cdot \sqrt{21}$ d) $\dfrac{1}{{}^{-\frac{3}{4}}\!\sqrt{27}}$

Opgave 71: Løs ligningerne

a) $17+4x=9-5x \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

b) $\frac{1}{5}\cdot(3x-4)+2=6+2x \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

c) $9\cdot x^3+72=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

d) $|13x+7|=5 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

e) $(x-11)\cdot(x^2+5)\cdot(x^2-9)=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 72: Udregn eller reducér udtrykkene

a) $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{7}+\frac{1}{2}$

b) $-3\cdot(-2x)\cdot x^3\cdot(-xy)\cdot(-5y^2)\cdot(-y)+20x^5y^4$

c) $\frac{25x^2}{17y}\cdot\frac{34y^3}{10x}$

d) $9-\frac{25}{4}+\frac{3}{2}$

Opgave 73: Bestem de afledede funktioner (dvs. differentialkvotienter) af funktionerne givet ved følgende forskrifter:

$a)\ f(x)=4x^5-x^3+7x^2-5x+9$

$b)\ g(x)=\sin(x)\cdot\ln(x)$

$c)\ h(x)=7\cdot e^{\sqrt{x}}$

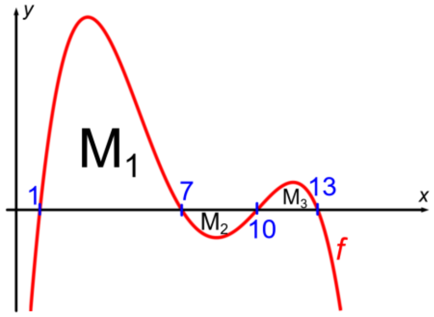
Opgave 74: Om den eksponentielle udvikling *f* oplyses det, at halveringskonstanten er 9, og $f(4)=28$.

a) Bestem $f(22)$

Opgave 75: Grafen for *f* skærer førsteaksen i punkterne $(1,0),(7,0),(10,0)$ og $(13,0)$ og danner sammen med førsteaksen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3.

Det oplyses, at arealet af punktmængden M_3 er 12, dvs. $A_{M_3}=12$, samt at

$\int_7^{13} f(x)\,dx=-2$ og $\int_7^{1} f(x)\,dx=-386$.



a) Bestem arealet af punktmængden M_1

b) Bestem $\int_{10}^{13} f(x)\,dx$

c) Bestem arealet af punktmængden M_2

d) Bestem $\int_{13}^{1} f(x)\,dx$

Opgave 76: En funktion *g* er givet ved forskriften

$$g(t) = 8 \cdot \sin(4\pi \cdot t + 0{,}5) - 3 \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

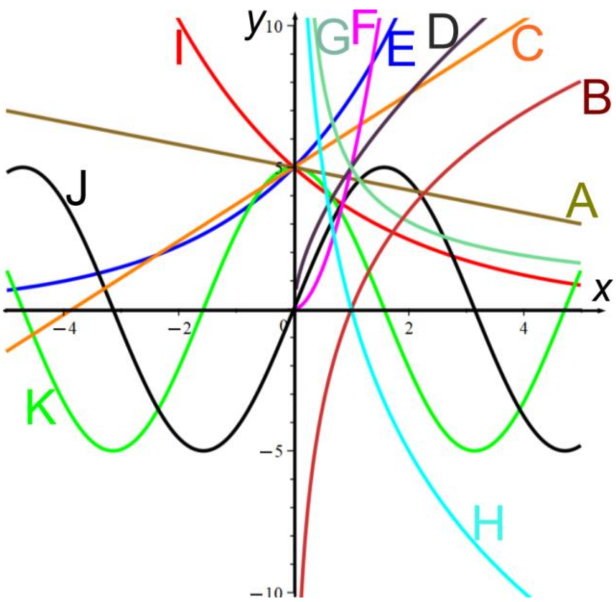
a) Bestem maksimumværdien og minimumværdien for funktionen *g*.
b) Bestem perioden *T* for svingningen, der beskrives ved funktionen *g*.

Opgave 77: En funktion *f* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} - y = 4 \cdot e^{5x-15}$,

og grafen for *f* går gennem punktet $P(3,2)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i *P*.

Opgave 78: På figuren ses graferne for de 11 funktioner $f_1, f_2, f_3, ..., f_{11}$. Angiv hvilke grafer, der hører til hvilke funktioner (der kræves ikke argumentation).



Funktionsforskrift	Graf
$f_1(x) = 5 \cdot 0{,}7^x$	
$f_2(x) = 5 \cdot 1{,}5^x$	
$f_3(x) = 5 \cdot \cos(x)$	
$f_4(x) = 1{,}3x + 5$	
$f_5(x) = 5 \cdot x^{0{,}6}$	
$f_6(x) = 5 \cdot \sin(x)$	
$f_7(x) = -0{,}4x + 5$	
$f_8(x) = 5 \cdot x^{1{,}8}$	
$f_9(x) = 5 \cdot \ln(x)$	
$f_{10}(x) = 5 \cdot x^{-0{,}7}$	
$f_{11}(x) = 5 \cdot \log_{0{,}5}(x)$	

Opgave 79: Bestem en forskrift for den eksponentielle udvikling *g*, hvis graf går gennem punkterne $(3,1)$ og $(9,64)$.

Opgave 80: Parablen *p* er graf for polynomiet $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$.

a) Bestem koordinatsættet til toppunktet for parablen *p*.
b) Bestem koordinatsættene til parablens skæringspunkter med førsteaksen.
c) Bestem koordinatsættet til parablens skæringspunkt med andenaksen.
d) Faktorisér polynomiet.

Opgave 81: Den eksponentielle udvikling *g* har fordoblingskonstanten 3, og $g(11) = 120$

a) Bestem $g(2)$

Opgave 82: Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x) = x^3 \cdot \cos(x)$ er en løsning til

differentialligningen $3 \cdot y - x \cdot \frac{dy}{dx} = x^3 \cdot \sin(x)$

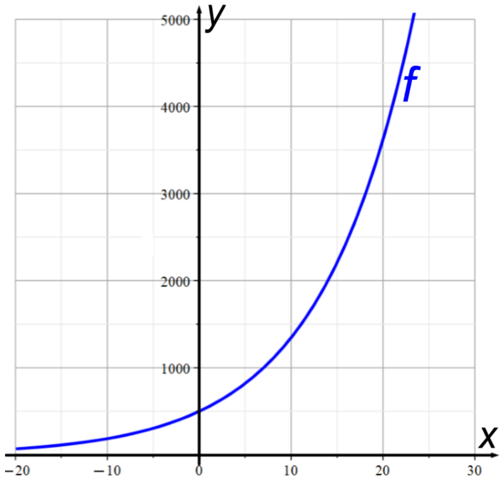
Opgave 83: En potensvækst *f* har en graf, der går gennem punkterne $(2,6)$ og $(8,96)$.

a) Bestem en forskrift for *f*.
b) Hvor mange procent vokser funktionsværdien med, når *x*-værdien fordobles.

Opgave 84: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 4 \cdot e^{2x-4} + 3$.

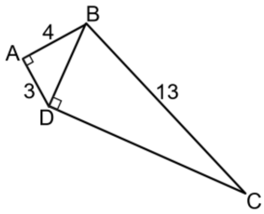
a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(2, f(2))$.

Opgave 85: Grafen for en eksponentiel udvikling *f* ses nedenfor.



a) Bestem ved hjælp af grafen fordoblingskonstanten for *f*

Opgave 86: I firkanten *ABCD* er $\angle A = 90°, \angle BDC = 90°, |AB| = 4, |BC| = 13$ og $|AD| = 3$



a) Bestem $|BD|$

b) Bestem omkredsen af firkanten *ABCD*

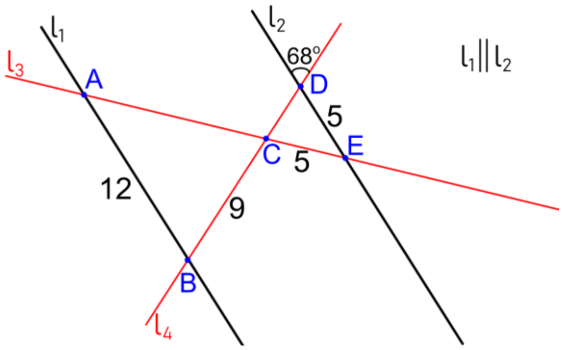
c) Bestem arealet af firkanten *ABCD*

d) Bestem $\tan(\angle ABD)$

e) Bestem $\sin(C)$

f) Bestem $\cos(A)$

Opgave 87: Linjerne l_1 og l_2 er parallelle og skæres af linjerne l_3 og l_4 i punkterne *A*, *B*, *D* og *E*. Linjerne l_3 og l_4 skærer hinanden i punktet *C*. En af vinklerne mellem l_2 og l_4 er 68°. Det oplyses, at $|AB| = 12$, $|CE| = 5$, $|BC| = 9$ og $|DE| = 5$.



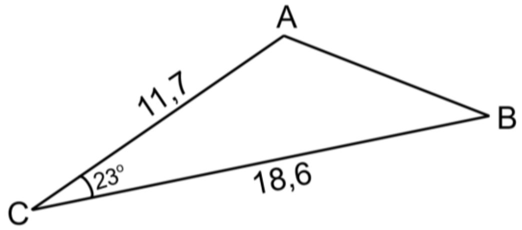
a) Bestem $\angle ACB$

b) Bestem $\angle CAB$

c) Bestem $|AC|$

d) Bestem $|CD|$

Opgave 88: I $\triangle ABC$ er $\angle C = 23°$, $|AC| = 11,7$ og $|BC| = 18,6$.

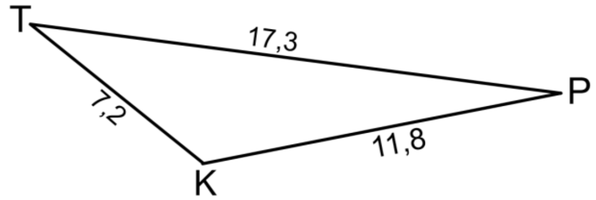


a) Bestem arealet af $\triangle ABC$

b) Bestem $|AB|$

c) Bestem længden af højden fra *A*.

Opgave 89: I $\triangle TPK$ er $|TK| = 7,2$, $|TP| = 17,3$ og $|KP| = 11,8$

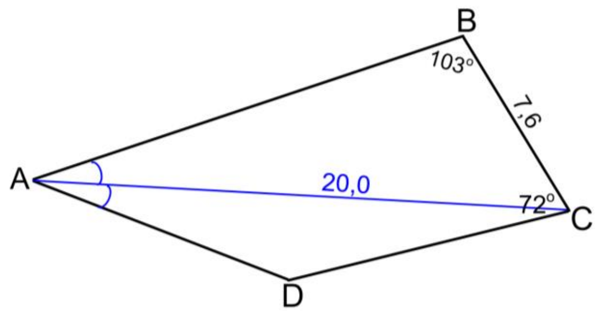


a) Bestem $\angle T$

b) Bestem længden af medianen fra *K*

c) Bestem arealet af én af de seks små trekanter, der dannes af medianerne i $\triangle TPK$

Opgave 90: I $\square ABCD$ er linjestykket *AC* en del af vinkelhalveringslinjen for $\angle BAD$.
Det oplyses, at $\angle B = 103°, \angle BCD = 72°, |BC| = 7,6$ og $|AC| = 20,0$.



a) Bestem $\angle BAC$

b) Bestem $|AB|$

c) Bestem $\angle D$

d) Bestem omkredsen af $\square ABCD$

Opgave 91: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 6x^4 + x^3 - 5x^2 - x + 8$

a) Bestem $f'(x)$

Opgave 92: Bestem $\int (14x^6 - 4x + 6) \cdot \cos(x^7 - x^2 + 3x - 13)\, dx$

Opgave 93: Undersøg, om funktionen givet ved forskriften $f(x) = 3x^2 \cdot \mathrm{e}^x$
er en løsning til differentialligningen $y' - y = 6\mathrm{e}^x$

Opgave 94: En funktion *g* er givet ved forskriften $g(x) = 5 \cdot \ln(x) + 10 \cdot \sqrt{24x+1}$

a) Bestem ligningen for tangenten til grafen for *g* i punktet $(1, g(1))$

Opgave 95: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 5 \cdot 6^x - x^4 + 7 \cdot \sin(x) + 3$

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går igennem punktet $P\left(0, \dfrac{5}{\ln(6)}\right)$

Opgave 96: En funktion *g* er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} - 2y = e^x + \cos(x)$ og grafen for *g* går gennem punktet $P(0,3)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *g* i *P*.

Opgave 97: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem koordinatsættet til det punkt, hvor grafen for *f* har vendetangent.

Opgave 98: Udregn nedenstående bestemte integraler

a) $\int_2^7 (6x-5)\,dx$

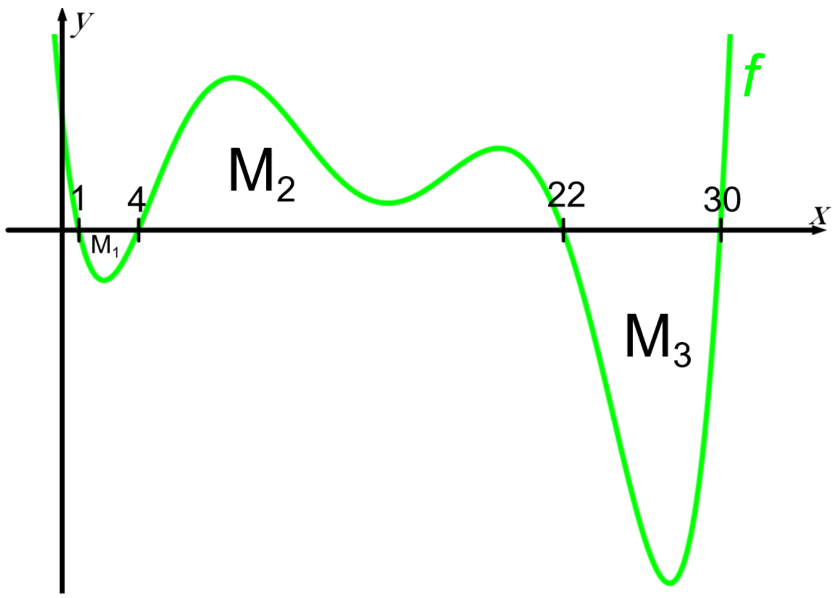
b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 8 \cdot \cos(x) \cdot (\sin(x)+1)^3\,dx$

Opgave 99: En funktion *f* med $Dm(f) = \mathbb{R}$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} \cdot e^y = x^2 + 9x - 22$$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 100: En funktion *f* har nulpunkterne 1, 4, 22 og 30, og grafen for *f* danner sammen med førsteaksen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3 (se grafen nedenfor).



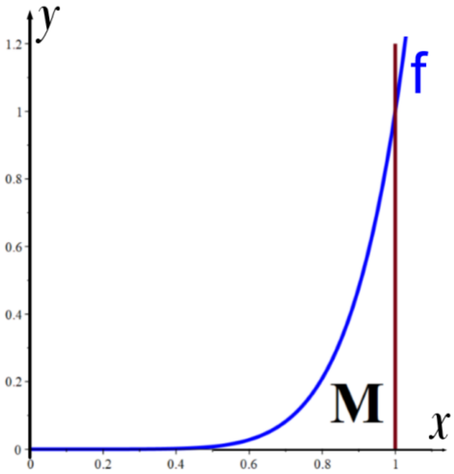
Arealerne af punktmængderne M_2 og M_3 er $A_{M_2} = 20$ og $A_{M_3} = 21$, og $\int_1^{30} f(x)\,dx = -2$.

a) Bestem $\int_{22}^{30} f(x)\,dx$

b) Bestem arealet af punktmængden M_1

Opgave 101: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = x^7$.

Grafen for *f* danner sammen med førsteaksen og linjen med ligningen $x = 1$ en punktmængde *M*.



a) Bestem arealet af *M*.
b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når punktmængden *M* roteres 360° om førsteaksen.

Opgave 102: Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = e^x - x^4 + 5$$

$$g(x) = 2 - \cos(0.2 \cdot x)$$

Graferne for funktionerne *f* og *g* danner en punktmængde *M*, der ligger i både 1. og 2. kvadrant.

a) Bestem arealet af punktmængden *M*.
b) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.
c) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når punktmængden *M* roteres 360° omkring førsteaksen.

Opgave 103: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = 10 \cdot x^6 - 48 \cdot x^5 - 1035 \cdot x^4 + 6400 \cdot x^3 + 14880 \cdot x^2 - 161280 \cdot x + 17$$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem det lokale maksimumspunkt.
c) Bestem de lokale minimumssteder.
d) Bestem koordinatsættet for det punkt, hvor der er vandret vendetangent.

Opgave 104: Reducér udtrykkene

a) $2a(b-3a)+(6a-5b)\cdot(4a+b)-(2a-3b)^2$

b) $\dfrac{2 \cdot x^3 \cdot x^7}{\left(x^4\right)^2} + \dfrac{3}{x^{-2}}$

Opgave 105: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = 2x^2 + \dfrac{3}{2}y^2 + 5xy + 2x + 9y + 11$

a) Bestemt gradienten af *f*.

b) Bestem $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ og $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

c) f har ét stationært punkt. Bestem første- og andenkoordinaten for dette.

d) Bestem arten af det stationære punkt.

Opgave 106: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = 5 \cdot e^{x^3+6x^2-36x+17}$$

a) Bestem $f'(x)$

b) Løs ligningen $f'(x) = 0$

c) Undersøg, om *f* er en løsning til differentialligningen

$$\frac{y'}{y} - 3 \cdot \left(x^2 + 4x\right) = -36$$

Opgave 107: Bestem nedenstående integraler

a) $\int \left(2 \cdot x^3 + 4 \cdot \cos(x) - 7 \cdot e^x + 3\right) dx$

b) $\int_0^1 \frac{6x+5}{3x^2+5x+4}\, dx$

Opgave 108: En almindelig 6-sidet terning får tegnet nye øjental på siderne, så tre af siderne har øjentallet 4, to af siderne har øjentallet 6 og den sidste side øjentallet 12.

a) Opskriv sandsynlighedsfordelingen for det stokastiske eksperiment, der består i at kaste terningen én gang og aflæse øjentallet.
b) Bestem middelværdien for den stokastiske variabel, der angiver øjentallet ved ét kast med terningen.
c) Hvad er sandsynligheden for at slå tre seksere, hvis man kaster terningen tre gange?

Opgave 109: En stedfunktion $\vec{s}$ er givet ved nedenstående forskrift, hvor *t* er tiden.

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} 9t - 3 \\ 2t^3 + 2t^2 - 3t + 5 \end{pmatrix}$$

a) Bestem $\vec{s}(-4)$
b) Bestem koordinatsættet til parameterkurvens skæring med andenaksen.
c) Bestem parameterværdierne for de to punkter, hvor parameterkurven har vandret tangent.

Opgave 110: Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = \sin(x) + x + 5$$

$$g(x) = (x-1)^2 + 3$$

Graferne for *f* og *g* danner en punktmængde *M*. Når punktmængden *M* roteres 360° omkring førsteaksen, dannes omdrejningslegemet *N*.

a) Bestem arealet af *M*.
b) Bestem omkredsen af *M*.
c) Bestem rumfanget af *N*.
d) Bestem monotoniforholdene for *f* og *g*.

Opgave 111:

Facitliste

1: $f'(x)=20x^3-21x^2+12x+2$ $\quad g'(x)=-5\cdot\sin(x)-\dfrac{4}{\sqrt{x}}$ $\quad h'(x)=\ln(6)\cdot 6^x\cdot\sin(x)+6^x\cdot\cos(x)$

$i'(x)=\dfrac{1-9\cdot\ln(x)}{x^{10}}$ $\qquad j'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}\cdot e^{\sqrt{x}}$

2: $a)\ \dfrac{1}{4}x^4+2x^3-\dfrac{5}{2}x^2+3x+k$ $\quad b)\ 4\cdot e^x+\dfrac{6}{x}+\sin(x)+k$ $\quad c)\ \ln|x|+\dfrac{4^x}{\ln(4)}+k$

3: $y=7x+6$

4: $G(x)=-3\cdot\cos(x)-2\cdot e^x+\dfrac{1}{3}x^3+x+12$

5: $a)\ 6\quad b)\ 2\quad c)\ e^4-e+1$

6: Det er en løsning.

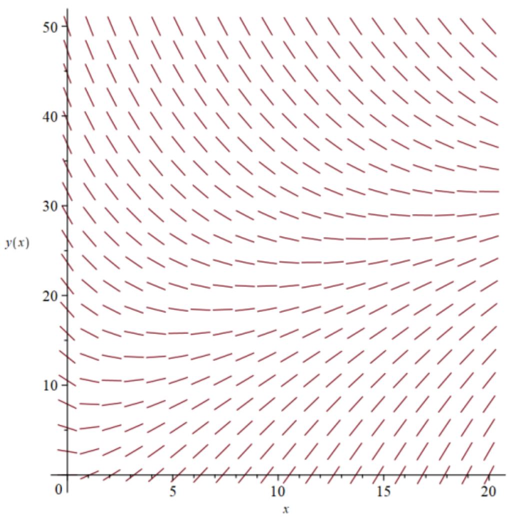
7: $a)\ 20\quad b)\ -8\quad c)\ 15\quad d)\ -27$

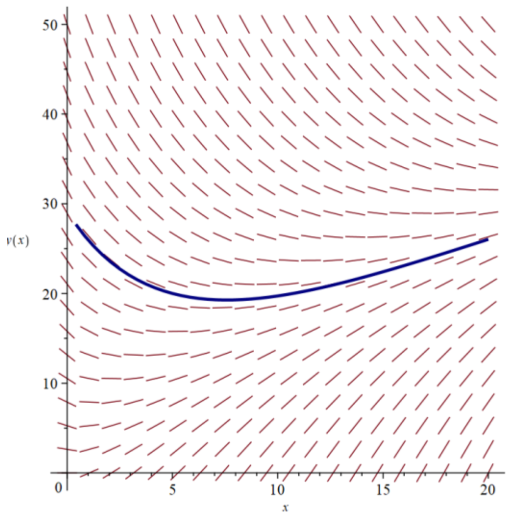
8: $y=-4x+17$

9: $A_M=125$

10: $a)\ N(t)=\dfrac{3t}{2}+\dfrac{k}{t}$ $\qquad b)\ N(t)=\dfrac{3t}{2}-\dfrac{45}{2t}$

11:





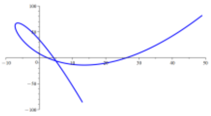
12: $A_M=16{,}312$

13: $r=7\quad C(-3,0,5)$

14: $a)\ \overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}\quad \overrightarrow{AC}=\begin{pmatrix}1\\-6\end{pmatrix},\ \overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-4\\-9\end{pmatrix}$ $\quad b)\ AB=\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}\quad BC=\begin{pmatrix}9\\-4\end{pmatrix}$ c) Stumpvinklet

15: $a)\begin{pmatrix}-8\\-14\\-3\end{pmatrix}\quad b)\begin{pmatrix}4\\2t+5\\\dfrac{3\pi}{2}\cdot\sin\left(\dfrac{1}{2}\cdot\pi\cdot t\right)\end{pmatrix}\quad c)\begin{pmatrix}0\\2\\\dfrac{3\pi^2}{4}\end{pmatrix}\quad d)\ (0,0,3)$

16:



b) (0;8,037) (0;34,963) c) (-6,449;67,216) og (13,560;-14,031)

d) (5,-6) e) 280,117 f) 346,946

17: $a)\ \sqrt{1667}$ $b)\ 23x+33y-7z-45=0$ $c)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\3\\4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-9\\2\\7\end{pmatrix}$ $d)\left(-\frac{353}{190},\frac{472}{95},\frac{2069}{190}\right)$

$e)\,23{,}704°$ $f)\,(x+3)^2+(y-6)^2+(z-12)^2=173$

18: $a)\ f'(x)=32x^3+3x^2-14x+2$ $b)\,g'(x)=5\cdot\cos(x)+\frac{7}{x}-e^x$ $c)\,h'(x)=7^x\cdot\left(\ln(7)\cdot\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$

$d)\,s'(x)=-\frac{x\cdot\sin(x)+3\cdot\cos(x)}{x^4}$ $e)\,t'(x)=7\cdot\cos(7x-5)$ $f)\,u'(x)=\frac{2\cdot e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$

$g)\ v'(x)=-28\cdot\cos(x)\cdot(5-\sin(x))^3$

19: $a)\frac{1}{4}\cdot x^4-\frac{5}{3}\cdot x^3+\frac{7}{2}\cdot x^2-12x+k$ $b)\,7e^x+3\sin(x)-\frac{9\cdot 5^x}{\ln(5)}+k$ $c)\,7$ $d)\,26$

20: *f* er ikke en løsning til differentialligningen ($0=x$ er ikke en identitet).

21: $F(x)=x^4+\frac{2}{x}-4$

22: $y=2x-1$

23: $y=50x-244$

24: a) 20 b) 85 c) -5

25: $a)\,A_M=18{,}5814$ $b)\,O_M=26{,}9194$ $c)\,V_N=109{,}4440$ $d)\,A_N=140{,}1322$

$e)\,k=7{,}0110$ $f)\,A_T=0{,}8270$ $g)\,O_T=5{,}7916$

26: $a)\ a=\begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix}$ $\hat{b}=\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ $b)-26$ $c)\ 13$ $d)\begin{pmatrix}6\\-4\end{pmatrix}$

27: $a)\,13$ $b)\,-14$ $c)\begin{pmatrix}-27\\7\\-64\end{pmatrix}$ $d)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\0\\9\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\1\\-2\end{pmatrix}$ $e)\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\0\\9\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\1\\-2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-4\\12\\3\end{pmatrix}$

$f)\,-27x+7y-64z+522=0$

28: $a)\ t=\frac{15}{4}$ $b)\,t=-\frac{20}{3}$ $c)\,t=-\sqrt{32}\ \vee\ t=\sqrt{32}$

29: (0,0,3)

30: $T=11$

31: $a)\ 26=26$ $b)\,x+3y+4z-3=0$

32: $a)\ 4x+y+22=0$

33: $a)\left(\frac{143}{29},\frac{311}{29},-\frac{86}{29}\right)$ $b)\,v=34{,}47°$

34: 6

35: 0,1619429

36: $a)\,5$ $b)\ 4$ $c)\,0$ $d)\,-3$ $e)\,2$ $f)\,-2$

37: $a)\ 15$ $b)\frac{5^x}{\sqrt{x^2+4}}$ $c)\sqrt{5}$ $d)\,g^{-1}(x)=\frac{1}{3}x-\frac{7}{3}$

38: $g(x)=-\frac{9}{5}\cdot x+\frac{83}{5}$

39: a) 8 b) $x=11$

40: $a)\ -5 \quad b)-2 \quad c)\ x=-2 \ \vee \ x=96$

41: $a)\ x=\log_6\left(\frac{13}{3}\right) \quad b)\ x=49 \quad c)\ x=\ln(3)$

42: f er aftagende i intervallet [-6,-4], voksende i [-4,2], aftagende i [2,5] og voksende i [5,7[

43: $a)\ (x,y)=(-3,8) \quad b)\ (x,y)=(5,-6)$

44: a) 3771,50 kr. b) 56 år

45: a) 3,7% b) 9,5%

46: $a)\ r_k=1\% \quad n=80 \quad b)\ y=49190,90\,\text{kr.} \quad c)\ y_m=16396,97\,\text{kr.} \quad d)\ G=3428631,08\,\text{kr.}$

47: $a)\ 10\pi \quad b)\begin{pmatrix} 3x^2\sin(y)+4y-25 \\ x^3\cos(y)+4x \end{pmatrix}$

48: $a)\begin{pmatrix}-10\\0\end{pmatrix} b)\begin{pmatrix}2t-3\\t^2+4t-21\end{pmatrix} c)\begin{pmatrix}2\\12\end{pmatrix} d)\left(0,\frac{142}{3}\right)\text{og}\left(0,-\frac{40}{3}\right) \quad e)\ t=-7\vee t=3 \quad f)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-10\\0\end{pmatrix}+u\cdot\begin{pmatrix}1\\7\end{pmatrix}$

49: $a)\ g(1,2)=91 \quad b)\ 4 \quad c)\ 8 \quad d)-5 \quad e)\det(H)=7 \quad f)\ x_0=7\,\text{og}\ y_0=-2 \quad g)\ \text{lokalt minimumspunkt}$

50: $a)\begin{pmatrix}\pi^2-8\\-2\pi\end{pmatrix} \quad b)\begin{pmatrix}4\pi\\4\end{pmatrix} \quad c)..\ d)\ t=0 \quad e)(-8,0),(10.40,0),(0,-3.16)\text{og}\ (0,3.16) \quad f)\ 83,606 \quad g)\ 40,58$

51: $a)\ 1531 \quad b)...\ c)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=2y \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=2x+5 \quad d)\ -(2x+5)^2 \quad e)\ (-8,2,-169)\text{og}\ (3,-2,73)$

$f)\ \text{saddelpunkter} \quad g)\begin{pmatrix}321\\102\end{pmatrix} \quad h)\ 321x+102y-z-2684=0$

52: $a)\ \{7,11\} \quad b)\varnothing \quad c)\{3,4,7,11,16\} \quad d)\{4,16\}$

53: $5 \ \ -5 \ \ \frac{1}{5} \ ; \ -7 \ \ 7 \ \ -\frac{1}{7} \ ; \ \frac{1}{6} \ \ -\frac{1}{6} \ \ 6 \ ; \ -\frac{13}{17} \ \ \frac{13}{17} \ \ -\frac{17}{13} \ ; \ a \ \ -a \ \ \frac{1}{a}$

54: $\frac{136}{99}$

55: $5,\overline{428571}$

56: $a)\frac{21}{11} \quad b)\frac{10}{9} \quad c)\ \frac{1}{3} \quad d)\ \frac{13}{15} \quad e)\ \frac{28}{15} \quad f)\ \frac{90}{7} \quad g)\frac{11}{10} \quad h)\frac{63}{22}$

57: $a)12+3a-15b\ b)-6x+2x^2-8xy+14\ c)10a^2-15a-40ab\ d)\ 70x^2-90xy+10x^2y\ e)\ 2x^2+13x+15\ f)\ 20a^2+7ab-6b^2$

58: $a)\ x=-4\vee x=7\vee x=9 \ b)\ x=-3\vee x=-2\vee x=0\vee x=3 \ c)\ x=-3\vee x=3\vee x=25 \ d)\ x=-27 \ \vee \ x=-3 \ \vee \ x=10$

59: $a)\ 10x \quad b)\frac{2a}{7b}$

60: $a)\ a^{15} \quad b)\ x^9 \quad c)\ y^4 \quad d)\ \frac{b^7}{c}$

61: $a)\ 60x^2 \quad b)\ -10x^4 \quad c)\ 60a^4b^2 \quad d)-90x^{11}y^6$

62: $a)\ [4,7] \quad b)\ \varnothing \quad c)[-3,15[\quad d)[2,9]$

63: $a)\ a=-0,0964 \quad b=359,96$ b) Stearinlyset vejer fra start 360 gram, og der forsvinder 0,096g af lyset for hvert minut. $c)\ 321,4\,g \quad d)\ 3215\,\text{minutter}$

64: $a)\ a=0,947 \quad b=5,788$ b)Bolden slippes fra højden 5,79 m $c)\ 1,13\,\text{m} \quad d)\ 12,75$, dvs. at hoppehøjden halveres for hver 13 hop.

65: $a)\ a=0,500 \quad b=3,269 \quad b)\ 6,54\,\text{s}$ c) $0,0937\,\text{m} \quad d)\ 26,5\%$

66: $a)\ p^7 \quad b)\ h^{-5} \quad c)\ x^{\frac{7}{12}} \quad d)\ a^{\frac{35}{12}}$

67: $a)\ 6x^2+2x-28 \quad b)\ 24a^2+13ab-2b^2 \quad c)\ 9d^2-9c^2 \quad d)\ 19y^2-36xy \quad e)\ 25a^2-4b^2-30ab$

68: $a)\ 9+2x-3y \quad b)\ 13-y+x \quad c)\ 6b+1-2a^2b \quad d)\ -a+3b-5c+1$

69: $a)\ \frac{9}{125} \quad b)\ \frac{13}{17} \quad c)\ \frac{225}{8} \quad d)\ \frac{2}{3}$

70: $a)\ 43 \quad b)\ 0 \quad c)\ 105 \quad d)\ 81$

71: $a)\ x=-\frac{8}{9} \quad b)\ x=-\frac{24}{7} \quad c)\ x=-2 \quad d)\ x=-\frac{12}{13} \vee x=-\frac{2}{13} \quad e)\ x=-3 \vee x=3 \vee x=11$

72: $a)\ \frac{47}{70} \quad b)\ -10x^5y^4 \quad c)\ 5xy^2 \quad d)\ \frac{17}{4}$

73: $a)\ f'(x)=20x^4-3x^2+14x-5 \quad b)\ g'(x)=\cos(x)\cdot\ln(x)+\frac{\sin(x)}{x} \quad c)\ h'(x)=\frac{7}{2\sqrt{x}}\cdot e^{\sqrt{x}}$

74: $a)\ f(22)=7$

75: $a)\ A_{M_1}=386 \quad b)\ \int_{10}^{13} f(x)\,dx=12 \quad c)\ A_{M_2}=14 \quad d)\ \int_{13}^{1} f(x)\,dx=-384$

76: $a)\ g_{\min}=-11\ ,\ g_{\max}=5 \quad b)\ T=\frac{1}{2}$

77: $a)\ y=6x-16$

78: $f_1 \sim I,\ f_2 \sim E,\ f_3 \sim K,\ f_4 \sim C,\ f_5 \sim D,\ f_6 \sim J,\ f_7 \sim A,\ f_8 \sim F,\ f_9 \sim B,\ f_{10} \sim G,\ f_{11} \sim H$

79: $g(x)=\frac{1}{8}\cdot 2^x$

80: $a)\ T=(1,12) \quad b)\ (-1,0)\ \text{og}\ (3,0) \quad c)\ (0,9) \quad d)\ f(x)=-3\cdot(x-3)\cdot(x+1)$

81: $g(2)=15$

82: *f* er ikke en løsning til differentialligningen (man får ikke en identitet ved indsættelse)

83: $a)\ f(x)=\frac{3}{2}\cdot x^2 \quad b)\ r_y=300\%$

84: $a)\ y=8x-9$

85: $a)\ X_2=7$

86: $a)\ |BD|=5 \quad b)\ O_{ABCD}=32 \quad c)\ A_{ABCD}=36 \quad d)\ \frac{3}{4} \quad e)\ \frac{5}{13} \quad f)\ 0$

87: $a)\ \angle ACB=68° \quad b)\ \angle CAB=44° \quad c)\ |AC|=12 \quad d)\ |CD|=\frac{15}{4}$

88: $a)\ T=42{,}52 \quad b)\ |AB|=9{,}07 \quad c)\ h_A=4{,}57$

89: $a)\ T=31{,}73° \quad b)\ m=4{,}55 \quad c)\ T_{lille}=5{,}46$

90: $a)\ \angle BAC=21{,}73° \quad b)\ |AB|=16{,}87 \quad c)\ \angle D=141{,}54° \quad d)\ A_{ABCD}=45{,}63$

91: $a)\ f'(x)=24x^3+3x^2-10x-1$

92: $2\cdot\sin\left(x^7-x^2+3x-13\right)+k$

93: *f* er ikke en løsning til differentialligningen

94: $a)\ y=29x+21$

95: $a)\ F(x)=5\cdot\frac{6^x}{\ln(6)}-\frac{1}{5}x^5-7\cdot\cos(x)+3x+7$

96: $a)\ y=8x+3$

97: a) *f* er voksende i]-∞,-1], aftagende i [-1,3] og voksende i [3,∞[b) (1,-9)

98: a) 110 b) 30

99: a) *f* er voksende i]-∞,-11], aftagende i [-11,2] og voksende i [2,∞[

100: $a)\ -21 \quad b)\ 1$

101: $a)\ \frac{1}{8} \quad b)\ \frac{\pi}{15}$

102: a) 13,70493 b) 15,65661 c) 292,91940

103: a) *f* er aftagende i]-∞,-8], voksende i [-8,-3], aftagende i [-3,7] og voksende i [7,∞[

$b)\ (-3{,}380096) \quad c)\ x=-8 \ \vee\ x=7 \quad d)\ (4,-270575)$

104: $a)\ 14a^2-14b^2 \quad b)\ 5x^2$

105: $a)\begin{pmatrix}4x+5y+2\\3y+5x+9\end{pmatrix} \quad b)\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=4\ ,\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=3\ ,\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}=5 \quad c)\ x=-3 \text{ og } y=2 \quad d)\ \text{Saddelpunkt}$

106: $a)\ 5\cdot(3x^2+12x-36)\cdot e^{x^3+6x^2-36x+17} \quad b)\ x=-6\ \vee\ x=2 \quad c)\ f$ er en løsning

107: $a)\ \frac{1}{2}x^4+4\cdot\sin(x)-7\cdot e^x+3x+k \quad b)\ \ln(3)$

108: $a)$

U	4	6	12
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$b)\ \mu=6 \quad c)\ p=\frac{1}{27}$

109: $a)\begin{pmatrix}-39\\-79\end{pmatrix} \quad b)\ \left(0,\frac{116}{27}\right) \quad c)\ t=-1{,}11507\ \vee\ t=0{,}448403$

110: $a)\ 9{,}7662\ b)\ 13{,}2851\ c)\ 341{,}16\ d)\ f$ er voksende ; g er aftagende i $]-\infty,1]$ og voksende i $[1,\infty[$

111:
112:
113:
114:
115:
116:
117:
118:
119:
120:
121:
122:
123:
124:
125:
126:
127:
128:
129:
130:


OH YEAH? DEFINE "WELL-ADJUSTED."
AND AREN'T WE ALL BORED WITH IRONY BY NOW? YOU JUST THINK YOU'RE ABOVE IT ALL, KID!
I TELL YOU, HOBBES, IT'S TOUGH BEING THE SOLE GUARDIAN OF HIGH CULTURE.
TALENT LIKE OURS CARRIES SUCH ENORMOUS RESPONSIBILITY.
I THINK WE'D BETTER GET THAT KID TO A PSYCHOLOGIST.