Løsninger til eksamensopgaver på B-niveau 2020

25. maj 2020: Delprøve 1

25. maj 2020 Opgave 1: $f(x) = 2x^2 + 4x + 1$

a) Funktionsværdien i 3 bestemmes ved at indsætte 3 på *x*'s plads i funktionsudtrykket:

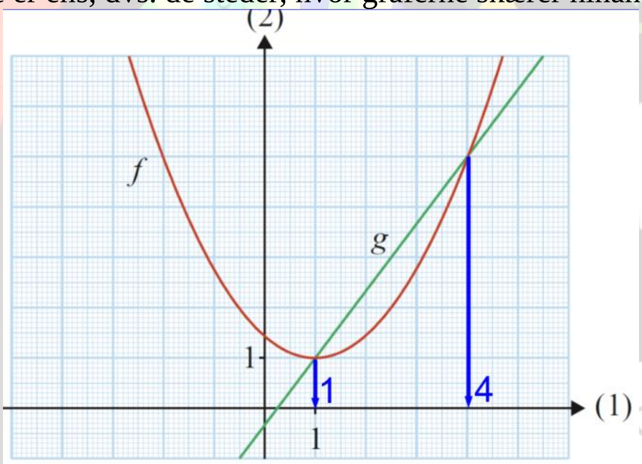
$f(3) = 2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 + 1 = 2 \cdot 9 + 12 + 1 = 18 + 12 + 1 = \underline{\underline{31}}$

b) Toppunktets koordinater er $T\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a}\right)$.

Da man kun skal bestemme førstekoordinaten, får man kun brug for *a* og *b*:

$x_{toppunkt} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 2} = \underline{\underline{-1}}$

25. maj 2020 Opgave 2: Når man skal løse ligningen $f(x) = g(x)$, skal man finde de steder, hvor funktionsværdierne er ens, dvs. de steder, hvor graferne skærer hinanden:



Så løsningen aflæses til $\underline{\underline{x = 1 \quad \vee \quad x = 4}}$

25. maj 2020 Opgave 3: $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 25 \qquad P(9,0)$

a) Da cirklen med radius *r* og centrum i (a,b) har ligningen $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$, kan man aflæse, at $\underline{\underline{C(6,4) \text{ og } r = 5}}$

b) Man undersøger om et punkt ligger på cirklen ved at indsætte punktets koordinater i ligningen og se, om man får et sandt udsagn:

$(9-6)^2 + (0-4)^2 = 25 \Leftrightarrow$

$3^2 + (-4)^2 = 25 \Leftrightarrow$

$9 + 16 = 25 \Leftrightarrow$

$25 = 25$

Da dette er sandt, **ligger *P* på cirklen.**

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>*25. maj 2020 Opgave 4:*</u> $f(x) = e^{2x+5}$

a) Når den afledede funktion skal bestemmes, skal man bemærke, at det er en sammensat funktion, så man skal benytte kædereglen (den inderste differentieres gange den yderste differentieret med hensyn til den inderste):

$$f'(x) = \frac{d(2x+5)}{dx} \cdot \frac{d\left(e^{2x+5}\right)}{d(2x+5)} = \underline{\underline{2 \cdot e^{2x+5}}}$$

<u>*25. maj 2020 Opgave 5:*</u>

$2x^2 + 5x - 6 = 5x + 12$	Ligning opskrives
$2x^2 + 5x = 5x + 18$	Der lægges 6 til på begge sider
$2x^2 = 18$	5x trækkes fra på begge sider
$x^2 = 9$	Der divideres med 2 på begge sider
$x = -3 \quad \text{eller} \quad x = 3$	De to tal, der kvadreret giver 9, bestemmes ved at uddrage kvadratroden og sætte +-

<u>*25. maj 2020 Opgave 6:*</u> Betingelsen $f(0) = 4$ betyder, at grafen skærer andenaksen på 4, hvilket kun er tilfældet for graferne *A* og *C*.
Fortegnsskemaet for den afledede funktion viser, at den afledede funktion er positiv til venstre for andenaksen, dvs. her er funktionen voksende. Dette gælder ikke for *A*, men for *C*, dvs.
***C* er grafen for *f*.**

<u>*25. maj 2020 Opgave 7:*</u> Figuren kan betragtes som opbygget af tre fjerdedele cirkel og et kvadrat:

$$A = \frac{3}{4} \cdot A_{cirkel} + A_{kvadrat} = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot r^2 + s^2 = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 6^2 + 6^2 = \frac{3 \cdot 36}{4} \cdot \pi + 36 = 27\pi + 36$$

Og da længderne er angivet i dm, får arealet enhed dm^2

25. maj 2020: Delprøve 2

25. maj 2020 Opgave 8:

$f(x) = a \cdot x + b$

$f(x)$ er højden målt i mm

x er længden målt i mm

a) Datasættet hentes ind i Maple med Tools-Assistants-Import Data:

$$Kattedimensioner := \begin{bmatrix} 480.0 & 250.0 \\ 484.00000000000006 & 331.0 \\ 498.00000000000006 & 301.0 \\ 512.0 & 284.0 \\ 506.0 & 351.0 \\ 520.0 & 287.0 \\ 514.0 & 303.0 \\ 528.0 & 325.0 \\ 522.0 & 362.0 \\ 536.0 & 367.0 \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

95 × 2 Matrix

Med Gym-pakken kan der så laves lineær regression:

$with(Gym)$:

$f(x) := LinReg(Kattedimensioner, x)$:

$f(x) = 0.524577878131998\, x + 49.4006206298609$

Dvs. $\underline{\underline{a = 0.5246 \text{ og } b = 49.40}}$

b) Residualspredningen kan bestemmes ud fra formel 228 i formelsamlingen, hvis man har styr på regneark, men man kan også bare bestemme den med en kommando:

$residualspredning(Kattedimensioner) = 28.2015880433253$

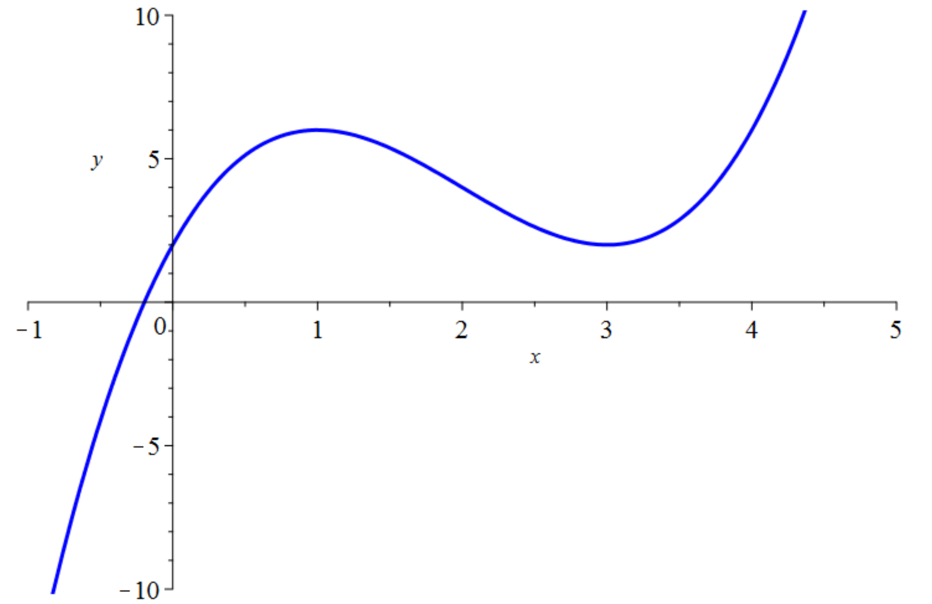
Dvs. **residualspredningen er 28,2 mm**

25. maj 2020 Opgave 9:

$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x + 2:$

a) Når grafen tegnes, skal man kunne se alle skæringer med koordinatakserne samt de to steder, hvor grafen vender:

$plot(f(x), x = -1..5, y = -10..10, color = blue, thickness = 3)$



b) Ligningen $f(x) = 6$ løses med Maple:

$f(x) = 6 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 4\}, \{x = 1\}, \{x = 1\}$

Det bemærkes, at den ene løsning optræder to gange (det er en dobbeltrod i polynomiet).

$\underline{\underline{x = 1 \lor x = 4}}$

c) For at finde monotoniforholdene bestemmes først de steder, hvor der er vandret tangent (dvs. den afledede funktion er 0), hvorefter fortegnet for den anden afledede disse steder anvendes til at vurdere arten af stedet:

$f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 3\}, \{x = 1\}$

$f''(1) = -6 < 0$, dvs. lokalt maksimumssted

$f''(3) = 6 > 0$, dvs. lokalt minimumssted

Så *f* er voksende i intervallet]-∞,1], aftagende i intervallet [1,3] og voksende i intervallet [3,∞[

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>*25. maj 2020 Opgave 10:*</u> $P(8,3)$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

a) Ligningen for linjen bestemmes ud fra $a \cdot (x - x_0) + b \cdot (y - y_0) = 0$, da man har fået oplyst et punkt og en normalvektor:

$$-2 \cdot (x - 8) + 3 \cdot (y - 3) = 0 \xrightarrow{\text{isolate for y}} y = \frac{2x}{3} - \frac{7}{3}$$

Dvs. linjen har ligningen $\underline{\underline{y = \frac{2}{3} \cdot x - \frac{7}{3}}}$

b) Da man nu kender hældningen for linjen, kan man bestemme den spidse vinkel:
$with(Gym)$:

$$v = \tan^{-1}(|a|) = arcTan\left(\frac{2}{3}\right) = 33.69006752$$

Dvs. vinklen er $\underline{\underline{33.69°}}$

<u>*25. maj 2020 Opgave 11:*</u>

a) Antal deleksperimenter og successandsynligheden lægges ind i Maple, og så kan middelværdi og spredning beregnes ud fra formlerne, der gælder for binomialfordelingen.

$n := 40 : p := 0.1 :$

$\mu = n \cdot p = 4.0$

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} = 1.897366596$

Dvs. $\underline{\underline{\mu = 4 \text{ og } \sigma = 1.90}}$

b) $P(X = 6) = \binom{n}{6} \cdot p^6 \cdot (1 - p)^{n-6} = 0.1067562447$

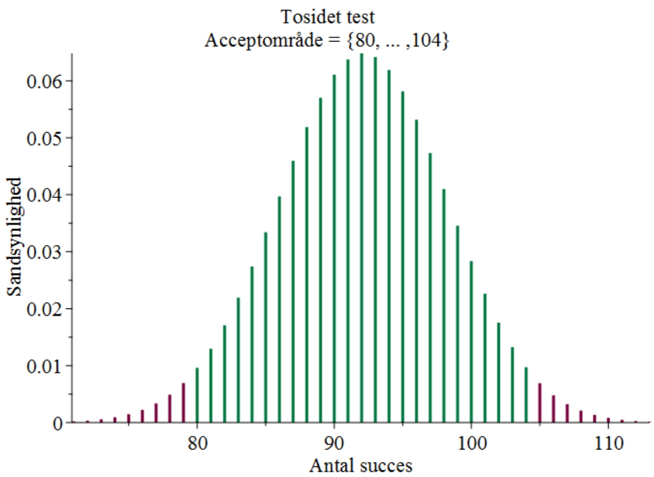
Det kan også udregnes med Gym-pakkens: $binpdf(40, 0.1, 6) = 0.1067562447$

Dvs. at **sandsynligheden for at få netop 6 gevinster i de 40 gentagelser er 10,68%**

<u>*25. maj 2020 Opgave 12:*</u> $H_0 : p = 0{,}59$

$H_1 : p \neq 0{,}59$

a) Med Gym-pakkens *binomialTest* bestemmes acceptområdet:
$binomialTest(156, 0.59, 0.05, tosidet)$



Acceptområdet er altså $\{80, 81, 82, ..., 104\}$, og da 78 ligger **uden for** acceptområdet, **skal nulhypotesen forkastes.**
Der sidder signifikant færre drosler i fyrretræer end forventet ud fra nulhypotesen.

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

25. maj 2020 Opgave 13:

$f(x) := 2x^2 + 8x + k:$

a) Når $k := -4.5$: har man:

$f(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 0.5000000000\}, \{x = -4.500000000\}$

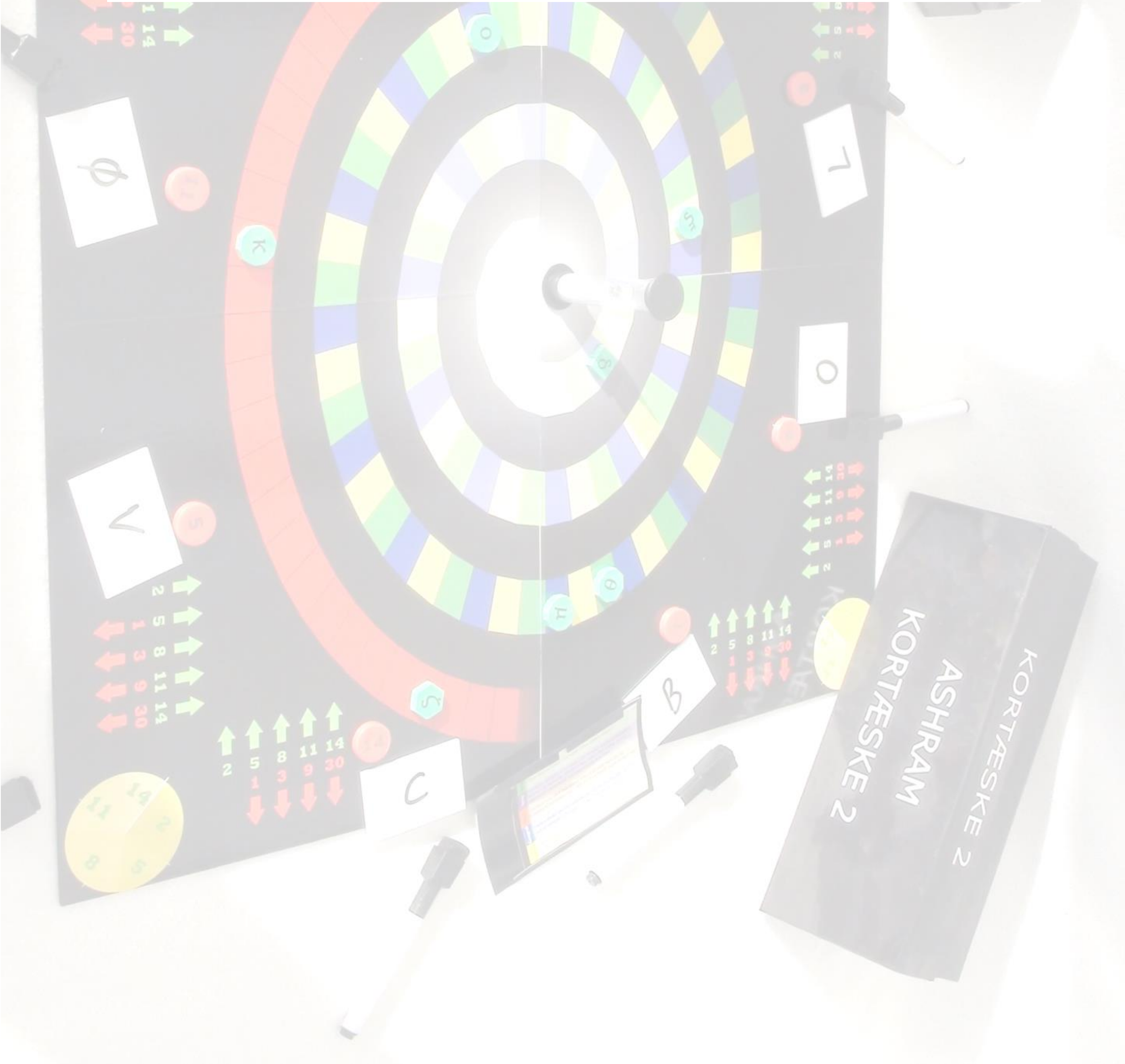
Dvs. nulpunkterne er $\underline{\underline{x_1 = -4.5}}$ og $\underline{\underline{x_2 = 0.5}}$

b) Hvis der skal være netop ét nulpunkt, skal andengradsligningen $0 = 2x^2 + 8x + k$ have netop en løsning, dvs. diskriminanten skal være 0:

$d = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot k = 64 - 8k = 0$

$64 = 8k \Leftrightarrow k = \frac{64}{8} = 8$

Dvs. $\underline{\underline{k = 8}}$



27. maj 2020: Delprøve 1

27. maj 2020 Opgave 1: Andet led i udtrykket beregnes med anden kvadratsætning:

$$2ab+(a-b)^2=2ab+a^2+b^2-2ab=\underline{\underline{a^2+b^2}}$$

27. maj 2020 Opgave 2: $a>0$: Da grenene vender opad.
$c<0$: Da parablen skærer andenaksen på den negative del.
$d>0$: Da parablen skærer førsteaksen to steder.

27. maj 2020 Opgave 3: $X\sim b(n,p)$ $\quad n=100 \quad p=0{,}1$

Middelværdi og spredning kan bestemmes med formlerne for binomialfordelingen:

a) $\mu=n\cdot p=100\cdot 0{,}1=\underline{\underline{10}}$

b) $\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}=\sqrt{100\cdot 0{,}1\cdot(1-0{,}1)}=\sqrt{100\cdot 0{,}1\cdot 0{,}9}=\sqrt{9}=\underline{\underline{3}}$

27. maj 2020 Opgave 4: $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

a) Når $t=4$, har man: $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+4\cdot3\\2+4\cdot4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\18\end{pmatrix}$

Dvs. punktet har koordinatsættet $\underline{\underline{(11{,}18)}}$

27. maj 2020 Opgave 5: $C(3{,}1)$ $\quad r=4 \quad P(7{,}2)$

a) Cirklens centrum og radius indsættes i cirkelligningen $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

$$(x-3)^2+(y-1)^2=4^2 \Leftrightarrow \underline{\underline{(x-3)^2+(y-1)^2=16}}$$

b) Afstanden mellem punkterne bestemmes ved $|CP|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$$|CP|=\sqrt{(7-3)^2+(2-1)^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{16+1}=\underline{\underline{\sqrt{17}}}$$

c) Da $|CP|=\sqrt{17}>\sqrt{16}=4=r$, dvs. afstanden fra C til P er større end radius, **ligger *P* uden for cirklen.**

27. maj 2020 Opgave 6: $f'(5)=25$.

a) 5-tallet inden i parentesen angiver tidspunktet, dvs. der er gået 5 minutter fra ovnen blev tændt.
Da det er den afledede funktions værdi, er det væksthastigheden, der er 25, dvs:
5 minutter efter at ovnen er tændt, vokser ovnens temperatur med 25 °C i minuttet.

27. maj 2020: Delprøve 2

27. maj 2020 Opgave 7:

$f(x) := 2x^2 - 3x + 5:$

a) Da funktionsudtrykket er indlæst i Maple, kan Maple udregne funktionsværdien:

$f(4) = 25$

Dvs. $f(4) = \underline{\underline{25}}$

b) Tangentligningen følger af ligningen for en ret linje ud fra punkt og hældning $y - y_0 = a \cdot (x - x_0)$:

$y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1) \xrightarrow{\text{isolate for y}} y = x + 3$

Dvs. tangentligningen er $\underline{\underline{y = x + 3}}$

27. maj 2020 Opgave 8:

$A(2, 1) \quad B(4, 5)$

a) Stedvektorerne for de to punkter indføres:

$\overrightarrow{OA} := \langle 2, 1 \rangle : \overrightarrow{OB} := \langle 4, 5 \rangle :$

Så kan vektoren $\overrightarrow{AB}$ beregnes ud fra stedvektorerne:

$\overrightarrow{AB} := \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

Dvs. $\underline{\underline{\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}}}$

b) Ud fra linjen ligning $6x - 3y - 12 = 0$ aflæses en normalvektor til linjen til $\vec{n_l} := \langle 6, -3 \rangle = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$

Vektor $\overrightarrow{AB}$ er parallel med linjen, netop hvis den er ortogonal med en normalvektor til linjen, hvilket kan undersøges, ved at se, om prikproduktet giver 0:

$\overrightarrow{AB} \parallel l \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{n_l} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \bullet \vec{n_l} = 0$

$\overrightarrow{AB} \bullet \vec{n_l} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix} = 2 \cdot 6 + 4 \cdot (-3) = 12 - 12 = 0$

Da prikproduktet giver 0, **er $\overrightarrow{AB}$ parallel med linjen l**

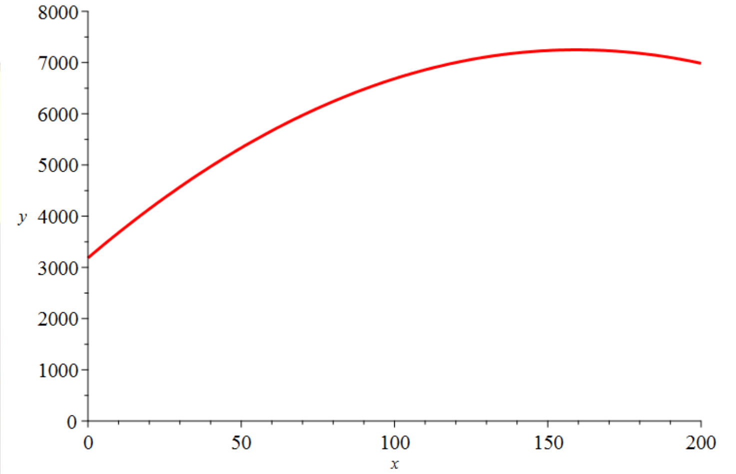
Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

27. maj 2020 Opgave 9:

$f(x) := -0.16\cdot x^2 + 51\cdot x + 3185:$

a) Da definitionsmængden er oplyst, skal grafen tegnes i præcis dette interval:

$plot(f(x), x = 0..200, y = 0..8000, color = red, thickness = 3)$



b) Da x er gødningsmængden, skal man finde den x-værdi, der giver den største funktionsværdi (kornudbytte). Dvs. man skal finde det globale maksimumssted.

Da det er en parabel med grenene pegende nedad, vil det globale maksimumssted være toppunktets førstekoordinat.

$x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{51}{2\cdot(-0.16)} = 159.3750000$ (ligger inden for definitionsmængden)

Dvs. gødningsmængden **159,4 kg** giver det maksimale kornudbytte.

27. maj 2020 Opgave 10:

a) Der er tale om et binomialeksperiment med antalsparameteren $n = 900$ og den ud fra stikprøven estimerede successandsynlighed $\hat{p} = 0.03$.

95%-konfidensintervallet bestemmes ud fra formel 255 i formelsamling (eller med 1,96 i stedet for 2):

$$\left[0.03 - 2\cdot\sqrt{\frac{0.03\cdot(1-0.03)}{900}},\ 0.03 + 2\cdot\sqrt{\frac{0.03\cdot(1-0.03)}{900}}\right] = [0.01862751859, 0.04137248141]$$

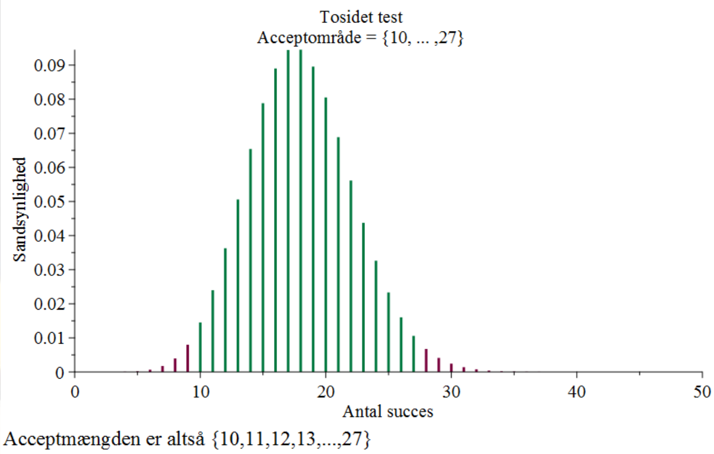
Dvs. 95%-konfidensintervallet er $\underline{[1.9\,\%, 4.1\,\%]}$

b) Da den tidligere undersøgelse var meget stor (det har været et vigtigt spørgsmål dengang), kan man regne med, at andelen 2% er et meget præcist tal.

Med Gym-pakken kan laves et tosidet test, der viser acceptmængden for et forsøg, hvor man indsamler 900 mariehøns og regner med successandsynligheden 2%. Der arbejdes med et 5%-signifikansniveau.

$with(Gym):$

$binomialTest(900, 0.02, 0.05, tosidet)$



Acceptmængden er altså {10,11,12,13,...,27}

Da man i stikprøven fandt 3% ud af 900, fandt man $0.03\cdot 900 = 27.00$

Da 27 lige netop er inden for acceptområdet, **har andelen IKKE ændret sig signifikant.**

27. maj 2020 Opgave 11:

a) Længden af hypotenusen i den retvinklede trekant kan bestemmes med Pythagoras' Læresætning:

$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2} = \sqrt{3^2 + 4^2}\,\text{cm} = \sqrt{9 + 16}\,\text{cm} = \sqrt{25}\,\text{cm} = 5\text{cm}$

Så omkredsen af trekanten bliver:

$O_{ABC} = |AB| + |BC| + |AC| = 5\text{cm} + 3\text{cm} + 4\text{cm} = \underline{\underline{12\text{cm}}}$

b) Da snorens længde er 30 cm, og der er gået 12 cm til trekanten, er der 18 cm tilbage til kvadratet.

Omkredsen af et kvadrat med sidelængden x er: $O = 4 \cdot x$

Så man har: $18 = 4 \cdot x \Leftrightarrow x = \dfrac{18}{4} = \dfrac{9}{2} = 4.5$

Kvadratets sidelængde er altså **4,5 cm**

27. maj 2020 Opgave 12:

$f(x) := x^3 - 9x^2 + 24 \cdot x - 15 :$

a) Da funktionsudtrykket er lagt ind i Maple, kan man løse ligningen med 'solve':

$f(x) = 0. \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 0.8961965973\}, \{x = 4.051901701 + 0.5652358517\,\mathrm{I}\}, \{x = 4.051901701 - 0.5652358517\,\mathrm{I}\}$

To af løsningerne er komplekse, så de forkastes, dvs. løsningen er $\underline{\underline{x = 0.8962}}$

b) Monotoniforholdene bestemmes ved først at finde de steder, hvor der er vandret tangent (den afledede funktion er 0), hvorefter fortegnet for den anden afledede disse steder anvendes til at finde arten af det pågældende sted.

$f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 4\}, \{x = 2\}$

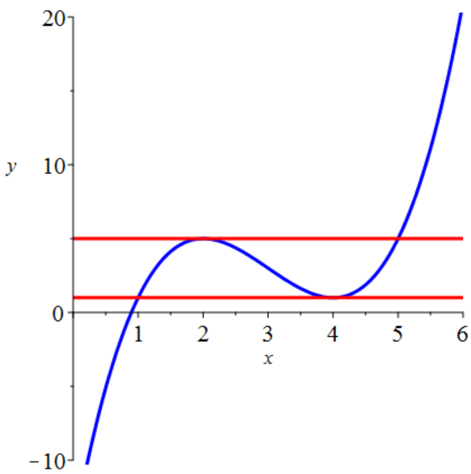
$f''(2) = -6 < 0$, dvs. lokalt maksimumssted.

$f''(4) = 6 > 0$, dvs. lokalt minimumssted.

Dvs. *f* er voksende i intervallet]-∞,2], aftagende i intervallet [2,4] og voksende i intervallet [4,∞[

c) Hvis ligningen $f(x) = k$ skal have to løsninger, skal en vandret linje skære/røre grafen netop to steder (se nedenfor)

$plot([f(x), 5, 1], x = 0..6, y = -10..20, color = [blue, red, red], thickness = 3)$



Hvis vandret linje over den øverste røde linje eller under den nederste røde linje vil skære grafen én gang, mens en vandret linje mellem de røde linjer vil skære tre gange. Man skal altså finde y-værdien for de to røde, vandrette linjer, der tangerer grafen de steder, hvor der er enten lokalt maksimum eller lokalt minimum (vandret tangent). Disse steder er allerede i b) fundet til at være 2 og 4. Så funktionsværdierne disse steder beregnes:

$f(2) = 5$

$f(4) = 1$

Værdien 1 er som nævnt i opgaveteksten den ene værdi, så **den anden værdi for *k* er 5**

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

13. august 2020: Delprøve 1

<u>*Opgave 1:*</u> $5\cdot(x-7)+4\cdot(y-2)=0$

a) En normalvektor kan aflæses på koefficienterne foran parenteserne, dvs. $\underline{\underline{\vec{n}=\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}}}$

b) Et punkt kan aflæses ud fra de to tal i parenteserne med modsat fortegn (da disse tal indsat på *x* og *y*'s plads giver parenteserne værdien 0), dvs. $\underline{\underline{(7,2)}}$

<u>*Opgave 2:*</u> $2x^2+6x+4=0$

a) Andengradsligningen kan løses med diskriminantmetoden ($d=4$), men man kan også forkorte ligningen med 2, derefter faktorisere og endelig anvende nulreglen:
$x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot(x+1)=0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=-2 \quad \vee \quad x=-1}}$

<u>*Opgave 3:*</u> $f(x)=\ln(x)+x^2 \quad , \quad x>0$

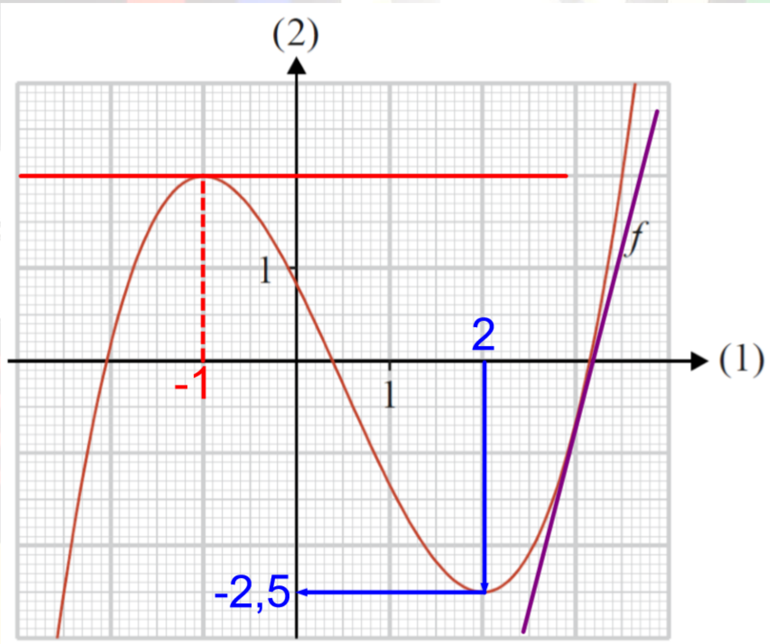
a) Den afledede funktion bestemmes ved ledvis differentiation:

$$\underline{\underline{f'(x)=\frac{1}{x}+2x}}$$

<u>*Opgave 4:*</u> Påstand 1, $f(2)=0$, er **forkert**, da funktionsværdien i 2 ikke er 0, men -2,5 (blå pile på figuren).

Påstand 2, $f'(-1)=0$, er **korrekt**, da der er vandret tangent i -1 (rød linje på figuren).

Påstand 3, $f'(3)>0$, er **korrekt**, da tangenten i 3 har positiv hældningskoefficient (violet).



Opgave 5: $l: \ 3x+4y-2=0 \qquad P(6,1)$

a) Afstanden mellem punkt og linje bestemmes ved den dertil beviste formel:

$$dist(P,l)=\frac{|3\cdot 6+4\cdot 1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|18+4-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|20|}{\sqrt{25}}=\frac{20}{5}=\underline{\underline{4}}$$

b) $m: \ y=2x-5$

Førstekoordinaten til skæringspunktet mellem de to linjer bestemmes ved substitutionsmetoden, dvs. udtrykket for *y* fra linjen *m* indsættes på *y*'s plads i ligningen for *l*:

$$3x+4\cdot(2x-5)-2=0 \iff 3x+8x-20-2=0 \iff 11x-22=0 \iff 11x=22 \iff \underline{\underline{x=2}}$$

Opgave 6: a) $K(7,3)=\frac{7!}{3!\cdot(7-3)!}=\frac{7!}{3!\cdot 4!}=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3!}=\frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1}=7\cdot 5=\underline{\underline{35}}$

b) $P(2\,\text{børnebøger og 1 krimi})=\frac{K(4,2)\cdot K(3,1)}{K(7,3)}$

Nævneren $K(7,3)$ kendes fra spørgsmål a) og angiver antallet af måder at udvælge 3 bøger blandt 7.

Tælleren består af to delvalg, hvor man først finder antallet af måder, hvorpå man kan udvælge 2 børnebøger blandt 4 børnebøger, og derefter antallet af måder at udtage 1 krimi blandt 3 krimier. Da begge valg skal træffes, og da mulighederne i andet delvalg ikke afhænger af det første valg, skal de to antal multipliceres.
Hermed har man i tælleren antallet af gunstige måder, mens nævneren er antal mulige måder, og da hver måde er lige sandsynlighed, giver denne brøk sandsynligheden for at trække 2 børnebøger og 1 krimi.

13. august 2020: Delprøve 2

Opgaverne løses med Maple.

13. august 2020 Opgave 7: $f(x) = x^2 - 4x + 6$

a) Funktionen gemmes i Maple, så man kan regne med den.

$f(x) := x^2 - 4x + 6 :$

$f(4) = 6$

$\underline{\underline{f(4) = 6}}$

b) $g(x) := \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & x \le 5 \\ -x + 16 & x > 5 \end{cases} :$

Da funktionen er gemt i Maple, kan Maple løse ligningen:

$g(x) = 6 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 0\}, \{x = 4\}, \{x = 10\}$

Dvs. $\underline{\underline{x = 0 \lor x = 4 \lor x = 10}}$

13. august 2020 Opgave 8:

a) Det er et konfidensinterval for andelen af hele populationen på baggrund af en stikprøve, så man skal anvende:

$\left[\hat{p} - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}\cdot(1-\hat{p})}{n}}\right]$

$\hat{p}$ er sandsynligheden estimeret ud fra stikprøven, dvs. $\hat{p} = 67\ \%$.

n er stikprøvens størrelse, dvs. $n = 200$

$0.67 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.67\cdot(1-0.67)}{200}} = 0.6048318421$

$0.67 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.67\cdot(1-0.67)}{200}} = 0.7351681579$

Dvs. 95%-konfidensintervallet er $\underline{\underline{[60.5\ \%, 73.5\ \%]}}$

b) Egentlig kan man ikke svare på spørgsmålet, da man ikke ved, hvor stor stikprøven var i den tidligere undersøgelse (og hvis man kendte dette antal, ville opgaven blive mulig, men ekstra svær). Man skal derfor nok gå ud fra, at de 58% var det "rigtige" tal, og da det ligger uden for ovenstående konfidensinterval, **har andelen ændret sig signifikant.**

13. august 2020 Opgave 9: $f(x) = 5x + 4 \quad g(x) = x^3$

a) $f(g(x)) = f(x^3) = \underline{\underline{5 \cdot x^3 + 4}}$

13. august 2020 opgave 10: $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$

$f(x) := 2x^3 + 3x^2 - 12x:$

a) Tangenten rører i punktet $P(2, f(2))$, så ligningen er:

$y - f(2) = f'(2) \cdot (x-2) \xrightarrow{\text{isolate for y}} y = 24x - 44$

$\underline{\underline{y = 24x - 44}}$

b) $f'(x) = 0 \xrightarrow{\text{solve for x}} [[x = 1], [x = -2]]$

Stederne med vandret tangent er altså $\underline{\underline{x = -2 \vee x = 1}}$

Fortegnet for den anden afledede disse steder bestemmes for at finde typen af punkt:

$f''(-2) = -18 < 0$, dvs. lokalt maksimumssted.

$f''(1) = 18 > 0$, dvs. lokalt minimumssted.

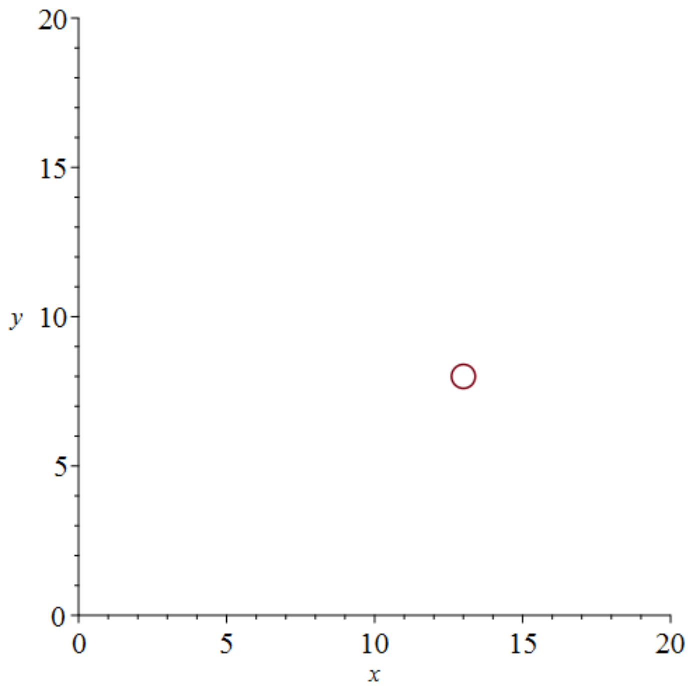
Dvs. ***f* er voksende i intervallet]-∞,-2], aftagende i intervallet [-2,1] og voksende i intervallet [1,∞[**

13. august 2020 opgave 11: centrum: $A(3,1)$ $r = 0,4$

a) Da man kender centrums koordinater og radius, kan man angive cirklens ligning:

$\underline{\underline{(x-3)^2 + (y-1)^2 = 0.16}}$ (Da $0.4^2 = 0.16$)

b) $(x-13)^2 + (y-8)^2 = 0.4^2 \rightarrow$



c) Afstanden mellem de to kloakdæksler svarer til afstanden mellem de to cirklers centre fratrukket de to radier. Den anden cirkels centrum aflæses ud fra ligningen til at være $(13, 8)$.

$dist = d_{centre} - r_1 - r_2 = \sqrt{(13-3)^2 + (8-1)^2} - 0.4 - 0.4 = \sqrt{149} - 0.8 \xrightarrow{\text{at 10 digits}} 11.40655562$

Dvs. den korteste afstand er **11,4 meter**

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>*13. august 2020 opgave 12:*</u> $f\left(x\right)=20,7+49,3\cdot 0,965^{x}$

a) $f(x) := 20.7+49.3\cdot 0.965^{x}$:

$f(x)$: Suppens temperatur målt i grader celsius

x : Tiden målt i minutter efter suppen tages af komfuret.

En temperatur på 37 grader celsius svarer til $f(x)=37$, og denne ligning kan Maple løse:

$f(x)=37. \xrightarrow{\text{solve}} \{x=31.06501964\}$

Dvs. **efter 31 minutter er suppen 37 grader celsius.**

b) $f'(10) = -1.229989693$

Dvs. at **10 minutter efter, at suppen er taget af komfuret, aftager suppens temperatur med 1,2 °C i minuttet.**

c) Forskellen mellem suppens temperatur og køkkentemperaturen på 20,7 grader celsius er:

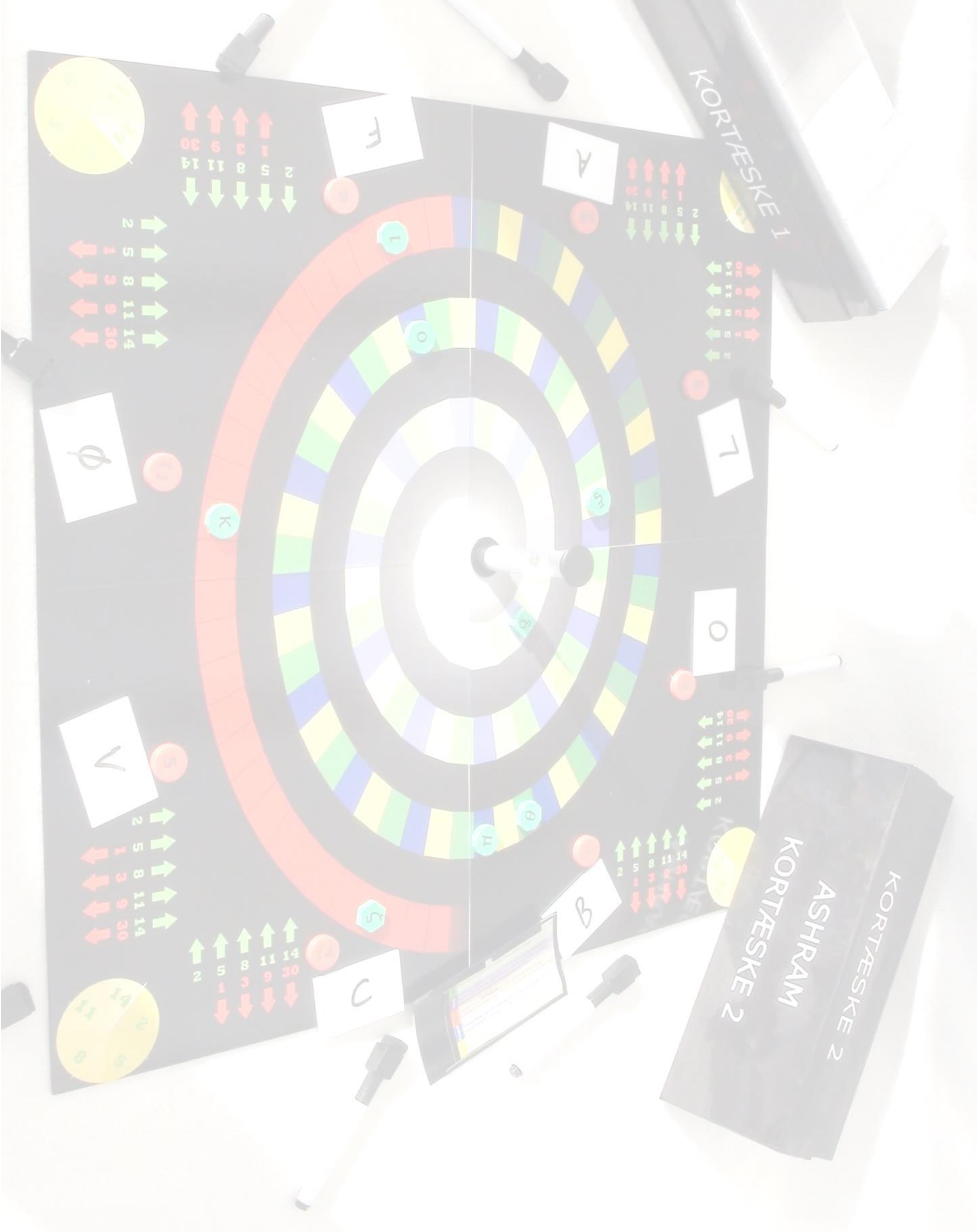
$g(x)=f(x)-20.7=20.7+49.3\cdot 0.965^{x}-20.7=49.3\cdot 0.965^{x}$

Dette er en eksponentiel udvikling (omtalt som en eksponentiel funktion i opgaveteksten)
med begyndelsesværdien 49.3 og fremskrivningsfaktoren 0.965.

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

*****. december 2020: Delprøve 1***

Opgave 1:



Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

*****. december 2020: Delprøve 2***