Løsninger til eksamensopgaver på fysik A-niveau 2017

19. maj 2017

Opgave 1: **Optøning af vandrør**

a) Da man har fået oplyst effekten og spændingsfaldet, kan strømstyrken bestemmes ved:

$$P = U \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{P}{U}$$

$$I = \frac{425\text{W}}{1.13\text{V}} = \frac{376.1061947\text{ W}}{\text{V}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 376.1061947\text{ A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 376\text{A}}}$

b) Det antages, at varmen kan nå at fordele sig hurtigt nok til, at man kan gå ud fra, at temperaturen af jernet og is/vand hele tiden er den samme, og der ses bort fra varme-udveksling med omgivelserne. Man skal så opvarme jernet 15 K, mens isen først skal opvarmes 15K og efterfølges omdannes fra is til vand (faseovergang).

$$E_{optøning} = E_{jernopvarmning} + E_{isopvarmning} + E_{issmeltning} =$$

$$m_{jern} \cdot c_{jern} \cdot \Delta T_{jern} + m_{is} \cdot c_{is} \cdot \Delta T_{is} + m_{is} \cdot L_{s,\ is} =$$

$$9.48\text{kg} \cdot 444 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15\text{K} + 2.04\text{kg} \cdot 2.1 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 15\text{K} + 2.04\text{kg} \cdot 3.34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 8.087568000\ 10^5\text{ J}$$

(Jeg har ikke en databog i nærheden, så c_{jern}, c_{is} og $L_{s,\ is}$ er taget fra nettet og hukommelsen. Måske har databogen flere cifre).

Da man kender effekten, kan den vurderede tid beregnes:

$$P = \frac{E_{optøning}}{t_{optøning}} \Leftrightarrow t_{optøning} = \frac{E_{optøning}}{P} = \frac{8.087568000\ 10^5\text{ J}}{425\text{W}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 31.71595293\text{ min}$$

Dvs. optøningen varer omkring 32 minutter.

Opgave 2: **Galaksen EGS-zs8-1**

a) Da lysets hastighed er konstant, behøver man kun at kende bølgelængden for at beregne frekvensen:

$$c = \lambda \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{299792458 \frac{\text{m}}{s}}{1061.6 \cdot 10^{-9}\text{m}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} \frac{2.823968142\ 10^{14}}{s}$$

Dvs. $\underline{\underline{f = 2.8240 \cdot 10^{14}\text{Hz}}}$

b) Da spektrallinjen er blevet identificeret, og man derfor kender bølgelængden af det udsendte lys, kan man beregne rødforskydningen z.

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{udsendt}}{\lambda_{udsendt}} = \frac{1061.6\text{nm} - 121.6\text{nm}}{121.6\text{nm}} = 7.730263158$$

Rødforskydningen er altså $\underline{\underline{7.730}}$

Opgave 3: **Forurening med jod**

a) I databogen under 'Radioaktive nuklider' må man kunne se, at I-134 er β^--radioaktiv, dvs. ved henfaldet udsendes en elektron og en antineutrino.

$${}^{134}_{53}I \rightarrow ? + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}$$

Da ladningstallet skal være bevaret, må datterkernen være grundstof nr. 54 (xenon), og da nukleontallet skal være bevaret, har datterkernen også nukleontallet 134:

$$\underline{\underline{{}^{134}_{53}I \rightarrow {}^{134}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Det antages, at udslippet er stoppet, så der ikke tilføres nyt radioaktivt I-131, og det antages, at der ikke sker så stor udskiftning af havvandet ved Fukushima, dvs. man kan regne med, at det radioaktive materiale ikke fordeles over et større område.

Med disse antagelser har man kun brug for at kende halveringstiden for I-131, og den må kunne findes i databogen under 'Radioaktive nuklider'. Jeg har på wikipedia fundet $T_{halv} := 8.02070\text{days}$:

Henfaldsloven $A(t) = A_0 \cdot e^{-k\cdot t} = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{halv}}}$ giver så:

$$10\text{Bq} = 20\cdot 10^3\text{Bq}\cdot 0.5^{\frac{t}{T_{halv}}} \xrightarrow{\text{solve for t}} [[t = 87.95326601\ \text{d}]]$$

Dvs. $\underline{\underline{t = 88 \text{ døgn}}}$

c) Aktiviteten angiver antallet af henfald pr. tid, dvs. hvis man finder den energi, der frigives ved hvert henfald af I-131, kan man beregne effekten.

Under 'Radioaktive nuklider' må man kunne se, at I-131 er β^--radioaktiv, dvs. man har henfaldet:

$${}^{131}_{53}I \rightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}$$

Massetabet beregnes og omregnes til frigivet energi Q (der ses bort fra elektronernes bindingsenergi):

$$-\Delta m = -\left(\left(m_{Xe-131-kerne} + m_{elektron}\right) - \left(m_{I-131-kerne}\right)\right) =$$
$$-\left(\left(m_{Xe-131-atom} - 54\cdot m_{elektron} + m_{elektron}\right) - \left(m_{I-131-atom} - 53\cdot m_{elektron}\right)\right) =$$
$$-\left(m_{Xe-131-atom} - m_{I-131-atom}\right) =$$
$$-(130.9050824\text{amu} - 130.9061246\text{amu}) = 0.0010422\ \text{amu}$$

Isotopernes atommasser kan slås op under 'Nukliders masse' (Databogens værdier kan afvige på de sidste decimaler).

$$Q = -\Delta m\cdot c^2 = 0.0010422\cdot 1.660538922\cdot 10^{-27}\text{kg}\cdot\left(299792458\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 1.555397994\ 10^{-13}\ \text{J}$$

Aktiviteten A svarer til antallet af henfald n pr. tid Δt . Så effekten P beregnes ved:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{n\cdot Q}{\Delta t} = A\cdot Q = 20\cdot 10^3\text{s}^{-1}\cdot 1.555397994\ 10^{-13}\ \text{J} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 3.110795988\ 10^{-9}\ \text{W}$$

Dvs. $\underline{\underline{P = 3.1\cdot 10^{-9}\text{W}}}$

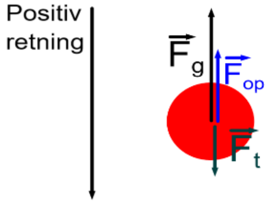
Opgave 4: **Squashbold**

a) Opdriften på en genstand i stillestående væske afhænger af genstandens rumfang og væskens densitet, og da man kender boldens radius og ved, at væsken er vand, har man:

$$F_{op} = g \cdot V_{bold} \cdot \rho_{vand} = 9.82\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(20.2 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}\right)^3 \cdot 998\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.3383644645\ \mathrm{N}$$

Dvs. $\underline{\underline{F_{op} = 0.338\mathrm{N}}}$

b) Den positive retning er valgt nedad, så den passer med fartangivelsen:



Regnet med fortegn:

$$F_{res} = F_g + F_{op} + F_t$$

Bolden er påvirket af tre kræfter (pilenes længde er vilkårlig valgt). Tyngdekraften, der peger nedad og afhænger af boldens masse. Opdriften, der peger opad og allerede er beregnet. Gnidningsmodstanden, der peger opad og afhænger af boldens fart, form og materiale samt væskens viskositet, men det er (heldigvis) den, der skal bestemmes.
Disse tre kræfter udgør den resulterende kraft, der kan bestemmes, hvis man kan vurdere accelerationen til tiden 0,070 s. Dette kan gøres ved at bestemme gennemsnitsaccelerationen a_{gen} i intervallet [0.060s,0.080s]:

$$a_{0.070\mathrm{s}} \approx a_{gen} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0.72\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 1.01\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0.080\mathrm{s} - 0.060\mathrm{s}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} -14.50000000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Så kan gnidningskraften bestemmes:

$$F_g = F_{res} - F_{op} - F_t = m \cdot a_{gen} - F_{op} - F_t = 0.0224\mathrm{kg} \cdot \left(-14.5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) + 0.3383644645\ \mathrm{N} - 0.0224\mathrm{kg} \cdot 9.82\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\xrightarrow{\text{simplify symbolic}} -0.2064035355\ \mathrm{N}$$

Dvs. **størrelsen af gnidningskraften er 0,21 N, og den peger opad.**

Opgave 5: **Hockey**

a) Da man både kender masse og fart, kan den kinetiske energi beregnes direkte:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 0.160\text{kg}\cdot\left(39\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 121.6800000\text{ J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{kin} = 0.12\text{ kJ}}}$

b) Kraftens impuls har givet ændringen i boldens bevægelsesmængde p, så man har:

$\int_0^{97\text{ms}} F(t)\,\mathrm{d}t = \Delta p$, og da det er gennemsnitskraften, der skal beregnes, udnyttes det, at ligningen kan omskrives til:

$$F_{gen}\cdot\Delta t = \Delta p \Leftrightarrow F_{gen} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\cdot v}{\Delta t} = \frac{0.160\text{kg}\cdot 39\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.097\text{s}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 64.32989691\text{ N}$$

Dvs. $\underline{\underline{F_{gen} = 64\text{N}}}$

c) Der ses bort fra luftmodstand og opdrift på bolden, samt et evt. skru af bolden. Dvs. det antages, at bolden bevæger sig i en parabelbane, hvor den lodrette del af bevægelsen er en bevægelse med konstant acceleration, mens den vandrette del af bevægelsen er med konstant fart. Først ses på den lodrette bevægelse, da man kender den største højde og dermed kan beregne begyndelsesfarten v_y i lodret retning (positiv retning sættes til opad).

Da den konstante acceleration i den lodrette bevægelse er tyngdeaccelerationen, har man:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 + v_y\cdot t + y_0 = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 + v_y\cdot t \qquad (\text{da } y_0 = 0)$$

Og toppunktsformlen for en parabel giver os så:

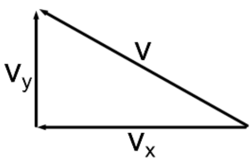
$$T_y = \frac{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot g\right)\cdot 0 - v_y^2}{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot g\right)} = \frac{v_y^2}{2\cdot g}$$

Dvs. $v_y = \sqrt{2\cdot g\cdot T_y} = \sqrt{2\cdot 9.82\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0.40\text{m}} = \frac{2.802855687\text{ m}}{\text{s}}$

Man kan så også bestemme den tid, som bolden er i luften, ved at finde det sted, hvor $y(t) = 0$ (og $t \neq 0$):

$$0 = -\frac{1}{2}\cdot 9.82\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot t^2 + \frac{2.802855687\text{ m}}{\text{s}}\cdot t \xrightarrow{\text{solve for t}} [[t = 0.], [t = 0.5708463721\text{ s}]]$$

Dvs. bolden er i luften i 0,57 sekunder. For at finde længden af skuddet, skal man kende den vandrette starthastighed (der så regnes som konstant). Det gøres ved at anvende Pythagoras læresætning, da man har:



$$v_x = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{\left(39\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(\frac{2.802855687\text{ m}}{\text{s}}\right)^2} = \frac{38.89915166\text{ m}}{\text{s}}$$

Så længden af skuddet er:

$$\Delta s_x = v_x\cdot t = \frac{38.89915166\text{ m}}{\text{s}}\cdot 0.5708463721\text{ s} = 22.20543960\text{ m}$$

$\underline{\underline{\Delta s_x = 22\text{m}}}$

Opgave 6: Trappeløb

a) Kvinden vurderes til at veje 60 kg. Den nyttige effekt er den, der går til at hæve kvindens tyngdepunkt, dvs. giver en tilvækst i potentiel energi, for den kinetiske energi kan regnes som nogenlunde konstant over tid. Men den effekt, hvormed kvinden omsætter energi, er større end den nyttige effekt, for dels vil hun nok ved hvert trin hæve tyngdepunktet lidt mere end nødvendigt (og dermed foretage et kort, unyttigt lodret fald ned på trinnet), og dels er det ikke al den energi, hun omsætter, der går til mekanisk energi (hun bliver også varm). Begge dele lægges ind under en vurderet nyttevirkning på 40% (men her er jeg ret meget på bar bund, så det kunne sagtens være, at 20% eller 70% var bedre estimater).

Det vurderes, at kvinden hæver sit tyngdepunkt med 1 meter pr. sekund.

Så kan den vurderede effekt beregnes:

$$\eta = \frac{P_{nyttig}}{P_{tilført}} \Leftrightarrow P_{tilført} = \frac{P_{nyttig}}{\eta} = \frac{\Delta E_{pot}}{\Delta t \cdot \eta} = \frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\eta \cdot \Delta t} = \frac{60\mathrm{kg} \cdot 9.82\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0.4} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 1473.000000\ \mathrm{W}$$

Dvs. **den estimerede effekt er 1,5 kW**

Opgave 7: Tokamak

a) Da det er en torus, er sammenhængen mellem magnetfeltets størrelse og strømstyrken givet ved:

$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{N \cdot I}{r}$, hvor n er antal vindinger og r er storradius. Da $\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A}} = \frac{1}{2500000} \frac{\pi\ \mathrm{T\ m}}{\mathrm{A}}$, har man:

$$I = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot B}{\mu_0 \cdot N} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.67\mathrm{m} \cdot 5.3\mathrm{T}}{\mu_0 \cdot 120} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 1.479583333\ 10^5\ \mathrm{A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 1.5 \cdot 10^5 \mathrm{A}}}$

b) Da tætheden er meget lille, kan plasmaet betragtes som en idealgas, og da deuteriumatomer har én elektron omkring kernen, vil plasmaet består af lige mange kerner og elektroner. Da det er antallet af partikler (og ikke disses masse), der er bestemmende for trykket, vil kernerne og elektronerne levere lige store dele til det samlede tryk, der efter 1,5 sekunder på den anden graf aflæses til 200 kPa. Dvs. elektronernes partialtryk er 100 kPa.

På den første graf aflæses tætheden af elektroner efter 1,5 sekunder til $n_e := 3.4 \cdot 10^{20} \mathrm{m}^{-3}$:

Idealgasloven kan så bruges til at bestemme temperaturen (gaskonstanten $R := 8.3144598 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}$:):

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow T = \frac{p \cdot V}{n \cdot R} = \frac{p}{n_e \cdot R} = \frac{100 \cdot 10^3 \mathrm{Pa}}{\frac{n_e}{6.02214129 \cdot 10^{23} \mathrm{mol}^{-1}} \cdot R} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 2.130286356\ 10^7\ \mathrm{K}$$

Dvs. $\underline{\underline{T = 2.1 \cdot 10^7 \mathrm{K}}}$

30. maj 2017

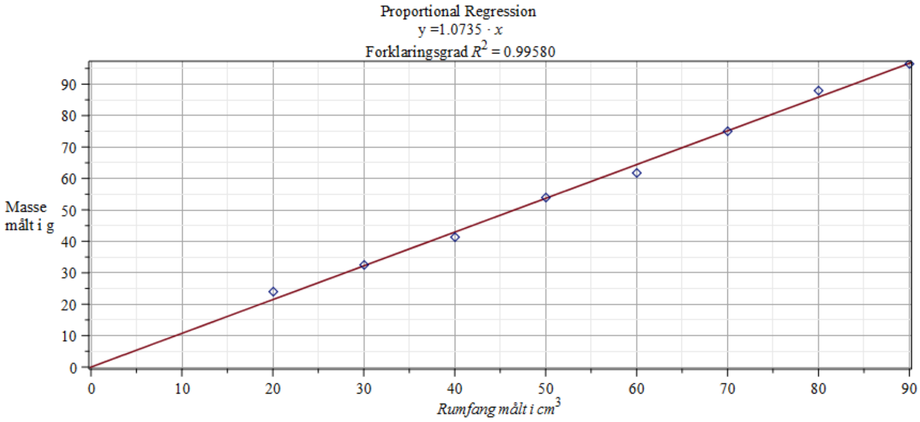
Opgave 1: **Saltproduktion**

a) Densitet ρ er defineret som $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$, så massen forventes at være proportional med rumfanget, og proportionalitetskonstanten er densiteten. Da man har mere end to sæt målepunkter, anvendes regression:

$Rumfang := [20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90]:$

$Masse := [24.1, 32.5, 41.3, 53.8, 61.9, 75, 88, 96.5]:$

$PropReg(Rumfang, Masse)$



Det aflæses ud fra linjen ligning, at $\underline{\underline{\rho_{vand} = 1.074 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}}$

b) Vandet fordampes uden først at være opvarmet til kogepunktet. Temperaturen anslås til at være 30 °C, og her er vands fordampningsvarme $2430 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ (side 154 i Databogen 2000-udgaven).

Da der fordamper 4,1 kg vand pr. time, findes effekten pr. kvadratmeter ved:

$$\frac{P}{A} = \frac{E}{\Delta t \cdot A} = \frac{L_f \cdot m}{\Delta t \cdot A} = \frac{2430 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 4.1\text{kg}}{3600\text{s} \cdot 1\text{m}^2} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 2767.500000 \frac{\text{kg}}{\text{s}^3}$$

Dvs. $\underline{\underline{\frac{P}{A} = 2.8 \cdot 10^3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}}$

Dette tal er mere end dobbelt så stort som solarkonstanten, så blæsten og varme fra omgivelser leverer en stor del af den nødvendige energi.

Opgave 2: **Behandling med Re-188**

a) I databogen (udgave 2000) ses det under 'Radioaktive nuklider' side 206, at W-188 er beta-minus-radioaktiv med halveringstiden 69 døgn.
Da det er et beta-minus-henfald, udsendes en elektron og en antineutrino. Hermed er reaktionsskemaet:

$$ {}^{188}_{74}W \rightarrow {}^{188}_{75}\mathrm{Re} + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} $$

Man kan tjekke, at der både er ladningsbevarelse $(74 = 75 - 1)$ og nukleontalsbevarelse $(188 = 188 + 0)$.
Og der er også leptontalsbevarelse, da elektronen og antineutrinoen har modsatte leptontal.

b) Henfaldsloven anvendes til at bestemme holdbarheden. Da man kender halveringstiden, anvendes formen:

$$ N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{0.5}}} $$

$$ 7.0\mu g = 50\mu g \cdot 0.5^{\frac{t}{69\text{days}}} \xrightarrow{\text{solve for t}} [[t = 195.7185875\ d]] $$

Dvs. **196 døgn** efter leveringen bliver isotopgeneratoren kasseret.

c) Der opstår - som det også beskrives i opgaveteksten - en ligevægt, hvor der dannes lige så meget Re-188, som der henfalder. Da vi kender mængden af W-188 ved leveringen, kan aktiviteten af det opskrevne beta-minus-henfald bestemmes (og dermed aktiviteten af henfaldene fra Re-188).
Først bestemmes antal kerner i 50 µg W-188. Man kan godt tillade sig at bruge tommelfingerreglen, at et W-188-atom vejer ca. 188 unit, men man kan også finde en mere præcis masse i databogen under 'Nukliders masse og bindingsenergi' side 225: $m_{W-atom} := 187.95848\text{amu}$:

$u := 1.66054 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{amu}}$: (dette kan godt undværes, da Maple kan omregne enheder, men det må man også gerne selv kunne).

$m_{W-samlet} := 50 \cdot 10^{-9}\text{kg}$:

Dvs. antallet af kerner er:

$$ N := \frac{m_{W-samlet}}{m_{W-atom} \cdot u} = 1.601986082\ 10^{17} $$

Det udnyttes, at sammenhængen mellem henfaldskonstanten k og halveringstiden $T_{0.5}$ er $k = \frac{\ln(2)}{T_{0.5}}$:

$$ A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{0.5}} \cdot N = \frac{\ln(2.)}{69 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} \cdot N = \frac{1.862607582\ 10^{10}}{\text{s}} $$

$A := 1.862607582\ 10^{10}\text{s}^{-1}$:

Denne aktivitet er altså - pga. ligevægten - også aktiviteten af Re-188-henfaldene. I databogen under 'Radioaktive nuklider' kan man finde halveringstiden for Re-188-henfaldene til 16,98 timer.
Så man har:

$$ A = k_{Re-188} \cdot N_{Re-188} $$

$$ A = \frac{\ln(2.)}{16.98 \cdot 3600\text{s}} \cdot N_{Re-188} \xrightarrow{\text{solve for N\_\_Re-188}} \left[\left[N_{Re\text{-}188} = 1.642616163\ 10^{15}\ \frac{1}{\text{s}}\ \text{s}\right]\right] $$

Dvs. $\underline{\underline{N_{Re-188} = 1.6 \cdot 10^{15}}}$

Opgave 3: **Lysfølsom resistor**

a) Da man kender strømstyrken og resistansen, kan effekten beregnes ved:

$$P = R \cdot I^2 = 6.3 \cdot 10^3 \Omega \cdot \left(7.5 \cdot 10^{-3} \mathrm{A}\right)^2 \overset{\text{simplify}}{=} 0.3543750000 \text{ W}$$

Dvs. der afsættes energi med effekten $\underline{\underline{P = 0.35\mathrm{W}}}$

b) Da de to resistorer sidder i serieforbindelse, er summen af spændingsfaldene over dem 50 V, da 50 V er spændingsfaldet over det samlede kredsløb (Kirchhoffs 2. lov). Da spændingsfaldet over R er 14,0 V ($U_{UD} = 14.0\mathrm{V}$), når kredsløbet tænder for gadebelysningen, er $U_{LDR} := 36\mathrm{V}$:

Da de to resistorer sidder i serie, og da man kan se bort fra strømmen gennem voltmeteret $U_{UD-måler}$ (der sidder en meget stor modstand i dette), er strømmen gennem de to resistorer den samme.

Man kender både resistans af og spændingsfald over R, og det kan bruges til at finde strømmen:

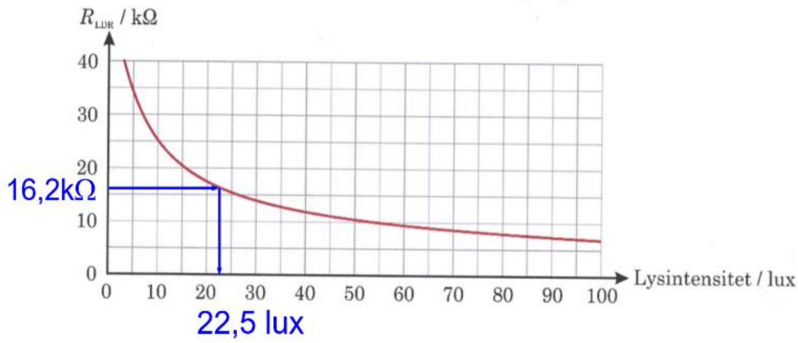
$$I_{LDR} = I_R = \frac{U_{UD}}{R} = \frac{14.0\mathrm{V}}{6.3 \cdot 10^3 \Omega} \overset{\text{simplify}}{=} 0.002222222222 \text{ A}$$

Da man nu kender strømmen gennem og spændingsfaldet over R_{LDR}, kan resistansen bestemmes:

$$R_{LDR} = \frac{U_{LDR}}{I_{LDR}} = \frac{36\mathrm{V}}{0.002222222222 \text{ A}} \overset{\text{simplify}}{=} 16200.00000 \ \Omega$$

Dvs. $\underline{\underline{R_{LDR} = 16\mathrm{k}\Omega}}$

Da man nu kender modstanden, kan man på grafen aflæse den tilsvarende lysintensitet:



Dvs. **lysintensiteten er 23 lux, når kredsløbet tænder for gadebelysningen.**

Opgave 4: **Sammenstød mellem mobiltelefoner**

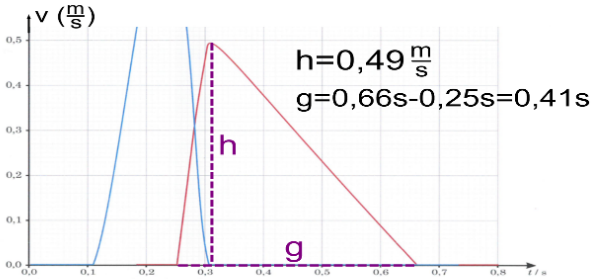
a) Da man kender både farten og massen af mobiltelefonen, kan bevægelsesmængdens størrelse bestemmes ved:

$$p = m \cdot v = 0.68 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0.112\text{kg} = \frac{0.07616}{\text{s}} \text{ m kg}$$

Dvs. $\underline{\underline{p = 0.076\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

b) Da hastigheden v er defineret som $v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$, kan den tilbagelagte strækning Δs i et interval [a,b] bestemmes ved $\Delta s = \int_a^b v(t)\, dt$, så den tilbagelagte strækning svarer til arealet under grafen.

Den røde graf er med meget god tilnærmelse en trekant, så arealet kan bestemmes ved $T = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

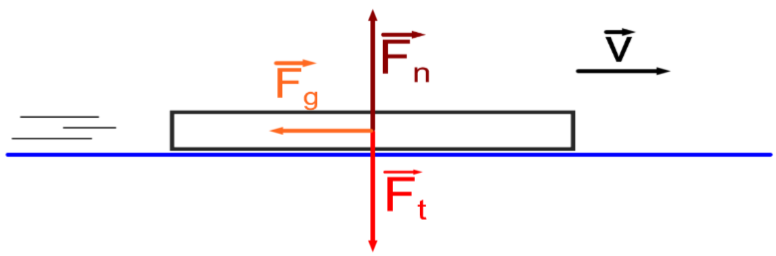


Så man har:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g = \frac{1}{2} \cdot 0.41\text{s} \cdot 0.49 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.1004500000 \text{ m}$$

Dvs. mobiltelefonen bevæger sig $\underline{\underline{\text{10 cm}}}$

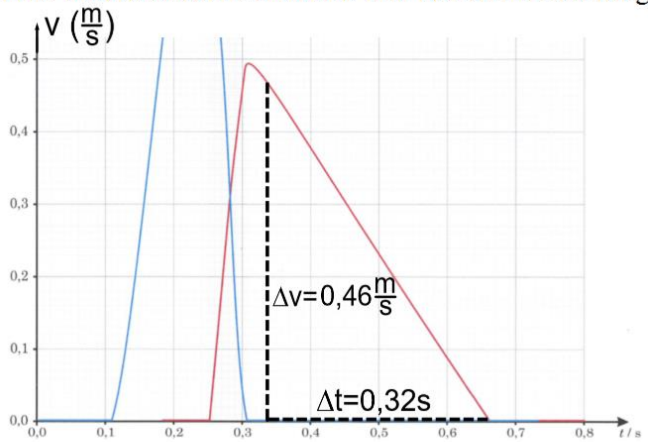
c) Med gnidningskoefficienten menes den dynamiske gnidningskoefficient, da man ikke ud fra dette forsøg kan bestemme den statistiske gnidningskoefficient.
Det er området efter sammenstødets ophør, der kan bruges til at bestemme gnidningskoefficienten, da mobiltelefonen her - da man kan se bort fra luftmodstand pga. lav hastighed og lille tværsnitsareal - kun er påvirket af tre kræfter:



Tyngdekraften og normalkraften udligner hinanden (lige store og modsatrettede, da underlaget er vandret), så den resulterende kraft på mobiltelefonen svarer til gnidningskraften. Newtons 2. lov lyder $F_{res} = m \cdot a$, og da $F_g = \mu \cdot F_n$, hvor μ er gnidningskoefficienten, har man:

$$F_g = F_{res} \quad \Leftrightarrow \quad \mu \cdot F_n = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \frac{a}{g}$$

Dvs. accelerationens størrelse skal bestemmes ud fra grafen, hvorefter gnidningskoefficienten kan beregnes:



Det er accelerationens størrelse, der skal bestemmes, så der regnes ikke med fortegn, og da grafen med god tilnærmelse er en ret linje, er det en bevægelse med konstant acceleration, der svarer til hældningen:

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)}{g} = \frac{\left(\frac{0.46\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.32\text{s}}\right)}{9.82\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0.1463849287$$

Dvs. $\underline{\underline{\mu = 0.15}}$

Opgave 5: Elektromagnetisk kanon

a) Da accelerationen er konstant, gælder de to bevægelsesligninger:

$$v_{slut} = a\cdot t + v_{start} = a\cdot t + 0 = a\cdot t$$

$$\Delta s = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 + v_{start}\cdot t = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2 + 0\cdot t = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2$$

Da man både kender Δs og a, har man to ligninger med to ubekendte t og v_{slut}, der begge kan bestemmes:

$$\left[v_{slut} = 6.9\cdot 10^5\cdot t,\ 4.5 = \frac{1}{2}\cdot 6.9\cdot 10^5\cdot t^2\right] \xrightarrow{\text{solve}}$$

$$\{t = 0.003611575593,\ v_{slut} = 2491.987159\},\ \{t = -0.003611575593,\ v_{slut} = -2491.987159\}$$

Ligningssystemet er løst med tal indsat i SI-enheder, og da både tid og fart er positive, har man:

$$\underline{\underline{v_{slut} = 2.5\cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

b) Projektilet kan betragtes som en strømførende leder, og da den befinder sig i et magnetfelt, vil den være påvirket af BIL-kraften:

$F = B\cdot I\cdot L$ (strøm og magnetfelt står ifølge figuren vinkelret på hinanden, så $\sin(\theta) = 1$).

Der ses bort fra gnidning og luftmodstand, da disse kræfter må formodes at være betydeligt mindre end BIL-kraften, så denne udgør den resulterende kraft, og ifølge Newtons 2. lov har man altså:

$$m\cdot a = B\cdot I\cdot L$$

$$a = \frac{B\cdot I\cdot L}{m} = \frac{6.7\text{T}\cdot 4.0\cdot 10^6\text{A}\cdot 0.36\text{m}}{12.5\text{kg}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 771840.0000\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Dvs. $\underline{\underline{a = 7.7\cdot 10^5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

Opgave 6: Fusion med deuteriumpiller

a) Temperaturen og den gennemsnitlige kinetiske energi af partiklerne er direkte forbundne gennem Boltzmanns konstant k ($k := 1.3806485 \cdot 10^{-23} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$:)

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot 23 \cdot 10^{6} \mathrm{K} = 4.763237325\ 10^{-16}\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{\langle E_{kin} \rangle = 4.8 \cdot 10^{-16} \mathrm{J}}}$

b) Hvert deuteriumatom frigiver én elektron, så antallet af tilførte elektroner bestemmes som antallet af tilførte deuteriumatomer. Dette kan beregnes, da man kender massen af en deuteriumpille (og deuteriums atommasse kan findes under 'Nukliders masse og bindingsenergi' i databogen - nedenstående værdi er pga. mangel på databog fundet på wikipedia):

$$m_{pille} := 8.0 \cdot 10^{-6} \mathrm{kg} :$$

$$m_{deuterium} := 2.01410178 \cdot 1.660539040 \cdot 10^{-27} \mathrm{kg} :$$

$$N_e := \frac{m_{pille}}{m_{deuterium}} = 2.391990680\ 10^{21}$$

Da rumfanget af torussen er 110 m^3, giver ovenstående et bidrag til tætheden:

$$n_{pille} := \frac{N_e}{110 \mathrm{m}^3} = \frac{2.174536982\ 10^{19}}{\mathrm{m}^3}$$

Da tætheden i forvejen er $6.0 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3}$, kommer man op på:

$$n_e := n_{pille} + 6.0 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3} = \frac{8.174536982\ 10^{19}}{\mathrm{m}^3}$$

Dvs. $\underline{\underline{n_e = 8.2 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3}}}$

Da man vedligeholder tætheden i plasmaet ved beskydningen, forsvinder der lige så mange deuteriumkerner, som der tilføres, og da der tilføres 10 piller pr. sekund, har man:

$$N_{forsvinder} := N_e \cdot 10 = 2.391990680\ 10^{22}$$

Dvs. der forsvinder $\underline{\underline{2.4 \cdot 10^{22}\ \text{deuteriumkerner pr. sekund}}}$

Opgave 7: Spring fra klippe

a) Afstanden fra klippens top til vandoverfladen er ca. 6 gange personens højde, og denne vurderes til at være 1.8 m, så man har $h := 6 \cdot 1.8\mathrm{m} = 10.8\ \mathrm{m}$

Der ses bort fra luftmodstand, da personens tværsnitsareal i den lodrette bevægelse ikke er så stort, og personen vil derfor følge en parabelbane, hvor hastigheden, når personen rammer vandet, derfor består af en vandret og en lodret komposant. Men da den lodrette komposant er langt større end den vandrette, ses der bort fra denne (betydningen er væsentlig mindre end usikkerheden i højdebestemmelsen). Der kan altså regnes på et lodret fald med konstant acceleration, dvs. man kan bruge formlen:

$$\Delta s = \frac{v_{slut}^2 - v_{start}^2}{2 \cdot a}$$

Accelerationen er tyngdeacceleration, startfarten er 0 da det er den lodrette bevægelse der kigges på og $\Delta s = h$:

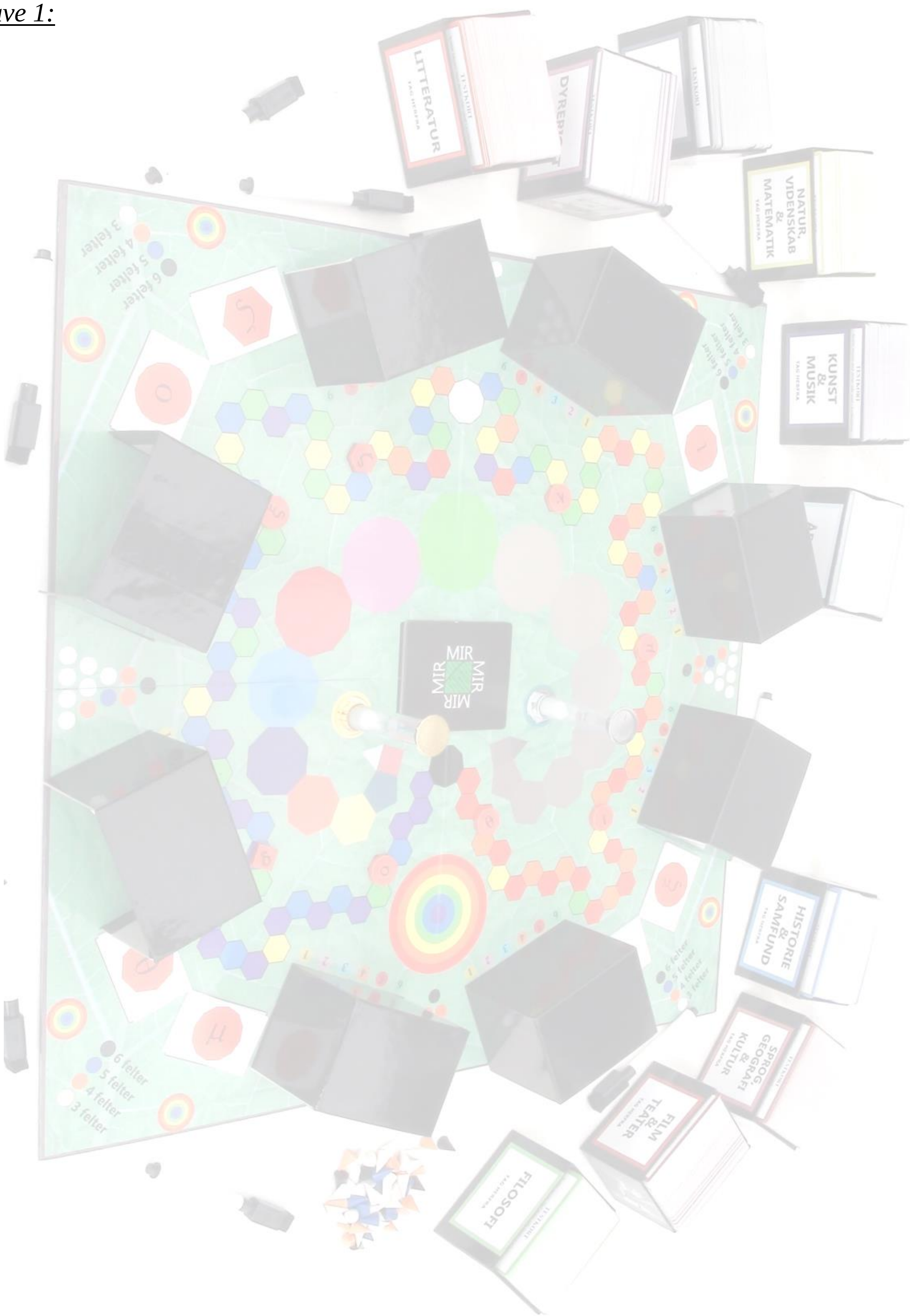
$$v_{slut} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9.82 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot h} = \frac{14.56406537}{\mathrm{s}}\ \mathrm{m}$$

Dvs. personen rammer vandet med farten $\underline{\underline{15 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

*****. august 2017***

Opgave 1:



Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD