Løsninger til eksamensopgaver på fysik A-niveau 2013

27. maj 2013

Opgave 1: **Springvand med solceller**

a) Det er elektronerne, der transporterer energien, og da spændingsfaldet er defineret som $U = \frac{-\Delta E_{pot}}{q}$, dvs. tabet i elektrisk potentiel energi pr. ladning, hvor den tabte elektriske potentielle energi netop svarer til den afgivne energi, har man:

$$U = \frac{E_{afgivet}}{Q_{samlet}} \Leftrightarrow Q_{samlet} = \frac{E_{afgivet}}{U} = \frac{70 \cdot 10^3 J}{6,0V} = 11666,66667C = \underline{\underline{1,17 \cdot 10^4 C}}$$

(Man kunne også have sammensat formlen for 'Energi afsat i en komponent' $\Delta E = U \cdot I \cdot \Delta t$ og definitionen på strøm $I = \frac{Q}{\Delta t}$, men det ville have været en lille omvej)

b) Der regnes med, at de 300L vand vejer 300kg, da man ikke kender vandets temperatur og derfor ikke kan fastsætte massefylden mere præcist end til 1,0g/cm^3.
Når der på én time skydes 300kg vand 0,80m op i luften, er der blevet dannet følgende mængde mekanisk energi (i form af potentiel energi når vandet er højst oppe):

$$\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 300kg \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot 0,80m = 2356,8J$$

Da nyttevirkningen er 15%, vil den omdannede elektriske energi være:

$$\Delta E_{pot} = \eta \cdot E_{el,omdannet} \Leftrightarrow E_{el,omdannet} = \frac{\Delta E_{pot}}{\eta} = \frac{2356,8J}{0,15} = 15712J$$

Og da batteriet indeholder 70kJ, kan springvandet altså fungere i:

$$\Delta t = \frac{70 \cdot 10^3 J}{15712\frac{J}{time}} = 4,455timer = \underline{\underline{4,5timer}}$$

Opgave 2: **Marie Curies notesbøger**

a) Under 'Radioaktive nuklider' i databogen findes henfaldstyperne. Her ses det, at Radium-226 er alfa-radioaktiv, dvs. den henfalder ved reaktionsskemaet:

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He \quad \text{(halveringstid 1,6 tusinde år)}$$

Datterkernen radon-222 henfalder med alfa-henfald:

$$^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{218}_{84}Po + {}^{4}_{2}He \quad \text{(halveringstid 3,824 dage)}$$

Datterkernen polonium-218 henfalder ved alfa-henfald:

$$^{218}_{84}Po \rightarrow {}^{214}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He \quad \text{(halveringstid 3,05 minutter)}$$

Datterkernen bly-214 henfalder ved betaminus-henfald:

$$^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{214}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} \quad \text{(halveringstid 26,8 minutter)}$$

En lille del af datterkernen Bi-214's henfald er alfa-henfald:

$$^{214}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He \quad \text{(halveringstid 19,7 minutter)}$$

På denne måde kan Tl-210 dannes ud fra Ra-226. Det er væsentligt at bemærke den første af halveringstiderne. Alle de andre henfald har korte halveringstider, så hvis det ikke var for den første halveringstid på over 1000 år, ville der ikke være mere Tl-210 tilbage.

Tl-210 ses i databogen at være beta-minus-radioaktiv, så reaktionsskemaet er:

$$\underline{\underline{^{210}_{81}Tl \rightarrow {}^{210}_{82}Pb + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Der er 107 år mellem 1898 og 2005. Så aktiviteten i 1898 kan beregnes, når man kender halveringstiden på 1,6*kår*. Henfaldsloven opskrives på formen med halveringstiden, da det er nemmere end først at skulle beregne henfaldskonstanten:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \Leftrightarrow A_0 = \frac{A(t)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}} = \frac{2{,}8kBq}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{107\,år}{1{,}6\cdot 10^3\,år}}} = 2932{,}847Bq$$

Antallet af Ra-226-kerner (og dermed også Ra-226-atomer) er så:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N \Leftrightarrow$$

$$N = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln(2)} = \frac{2932{,}847Bq \cdot 1{,}6 \cdot 10^3 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s}{\ln(2)} = 2{,}136 \cdot 10^{14}$$

Under 'Nukliders masse og bindingsenergi' findes massen af et Ra-226-atom til 226,025403*u*.

Så massen er:

$$m_{samlet} = m_{atom} \cdot N =$$

$$226{,}025403u \cdot 2{,}136 \cdot 10^{14} = 226{,}025403 \cdot 1{,}660540 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 2{,}136 \cdot 10^{14} = \underline{\underline{8{,}0 \cdot 10^{-11}\,kg}}$$

Opgave 3: **Blyhagl**

a) Rumfanget 1*L* svarer til 1000cm^3, så massen af de 5,0*L* flydende bly kan beregnes, når man kender densiteten:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow \; m = \rho \cdot V = 10,21\frac{g}{cm^3} \cdot 5,0 \cdot 10^3 cm^3 = 51050g = \underline{\underline{51kg}}$$

b) For at kunne bestemme den gennemsnitlige effekt, skal man kende ændringen i den indre energi (hvilket kan bestemmes ud fra temperaturændringen, varmekapaciteten og smeltevarmen) og faldtiden.
Faldtiden er opgivet, så man skal kun beregne ændringen i den indre energi.
Opgaveteksten er ikke helt klar på dette punkt, men det ser ud til, at ordet "blyhagl" også skal anvendes om den ikke størknede dråbe, og at det flydende bly til at begynde med har temperaturen 327°C.
Så afgiver blyhaglene både varme til omgivelserne i forbindelse med størkningen og i forbindelse med nedkølingen fra smeltepunktet til 100°C.

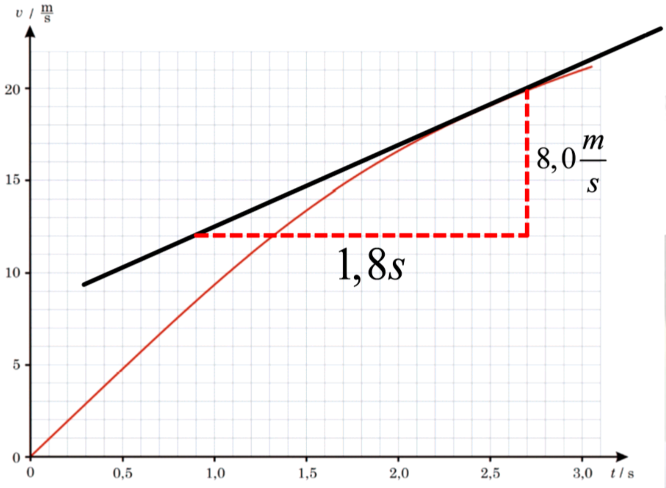
$$-\Delta E_{indre,blyhagl} = E_{størkning} + E_{nedkøling} = m_{blyhagl} \cdot L_{s,bly} + m_{blyhagl} \cdot c_{bly} \cdot \left(-\Delta T_{blyhagl}\right) =$$

$$1,3 \cdot 10^{-4} kg \cdot 24,7 \cdot 10^3 \frac{J}{kg} + 1,3 \cdot 10^{-4} kg \cdot 130 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 227°C = 7,047J$$

Så har den gennemsnitlige effekt været: $P = \frac{-\Delta E_{indre,blyhagl}}{\Delta t} = \frac{7,047J}{3,05s} = 2,311W = \underline{\underline{2,3W}}$

c) Størrelsen af den samlede kraft (dvs. størrelsen af den resulterende kraft) kan bestemmes ud fra Newtons 2. lov $F_{res} = m \cdot a$, når man kender massen og acceleration. Massen er stadigvæk 0,13g, og accelerationen kan bestemmes ved hjælp af (*t*,*v*)-grafen, da man ved, at accelerationen er defineret som $a(t) = v'(t)$, dvs. accelerationen til et givet tidspunkt svarer til hældningen af tangenten til grafen for hastighedsfunktionen det pågældende sted.
Man indtegner derfor efter bedste evne tangenten til grafen i *t* = 2,5s:

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD



Så er accelerationen: $a(2,5s) = \dfrac{8,0\frac{m}{s}}{1,8s} = 4,444\frac{m}{s^2}$

Dermed er størrelsen af den samlede kraft:

$$F_{res} = m \cdot a = 1,3 \cdot 10^{-4} kg \cdot 4,444\frac{m}{s^2} = 5,778 \cdot 10^{-4} N = \underline{\underline{5,8 \cdot 10^{-4} N}}$$

Den resulterende kraft er sammensat af tyngdekraften, der peger nedad og luftmodstanden, der peger opad:

$$F_{res} = F_t - F_g$$

$$F_g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

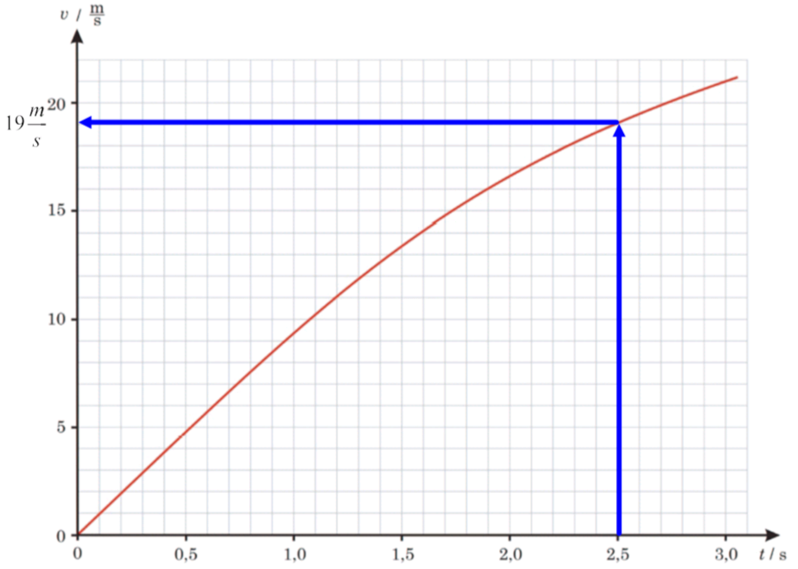
$$F_t = m \cdot g$$

Her er c_w formfaktoren, ρ er densiteten af luften, A er tværsnitsarealet vinkelret på bevægelsesretningen og v er farten.

Da blyhaglene er kugleformede med radius 1,4mm, er tværsnitsarealet arealet af en cirkel med samme radius:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(1,4 \cdot 10^{-3} m\right)^2 = 6,157521601036 \cdot 10^{-6} m^2$$

Farten aflæses på bilaget:



Dvs. $v = 19\dfrac{m}{s}$

Og hermed har man (luftens densitet er fundet i databogen under densitet for gasser):

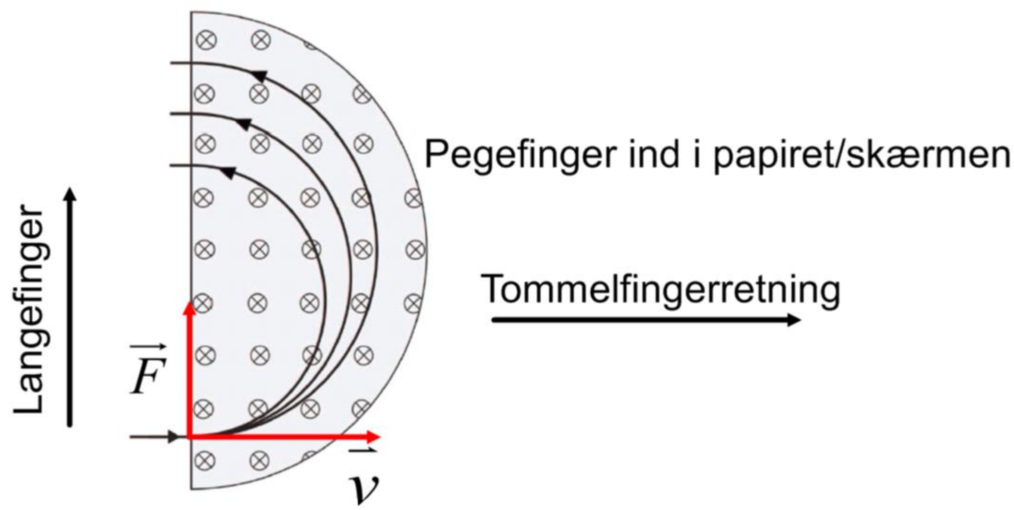
$$F_{res} = F_t - F_g \Leftrightarrow F_g = F_t - F_{res} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot c_w \cdot \rho_{luft} \cdot A \cdot v^2 = m\cdot g - m\cdot a \Leftrightarrow$$

$$c_w = \frac{2\cdot m\cdot(g-a)}{\rho_{luft}\cdot A\cdot v^2} = \frac{2\cdot 1,3\cdot 10^{-4}\,kg\cdot(9,82-4,444)\dfrac{m}{s^2}}{1,293\dfrac{kg}{m^3}\cdot 6,1575216\cdot 10^{-6}\,m^2\cdot\left(19\dfrac{m}{s}\right)^2} = 0,48632 = \underline{\underline{0,49}}$$

Opgave 4: **Henfald**

Opgave 5: **Massespektrograf**

a) Lorentzkraften angiver kraften på en ladet partikel, der bevæger sig gennem et magnetfelt: $\vec{F} = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$.



HØJRE hånd placeres med tommelfingeren pegende i hastighedens retning mod højre og pegefingeren pegende i magnetfeltets retning ind i skærmen.
Langefingeren vil så pege i samme retning som krydsproduktet i formlen. Da dette er den samme retning, som kraften peger i, må ladningen være positiv.

b) Partiklerne bevæger sig i (halv-)cirkler, så der må være en centripetalkraft, der i denne situation må udgøres af lorentzkraften. Dvs. man har:

$$\vec{F}_c = \vec{F}_l \;\Rightarrow \left|\vec{F}_c\right| = \left|\vec{F}_l\right| \Leftrightarrow \; m\cdot\frac{v^2}{r} = q\cdot\left|\vec{v}\times\vec{B}\right|$$

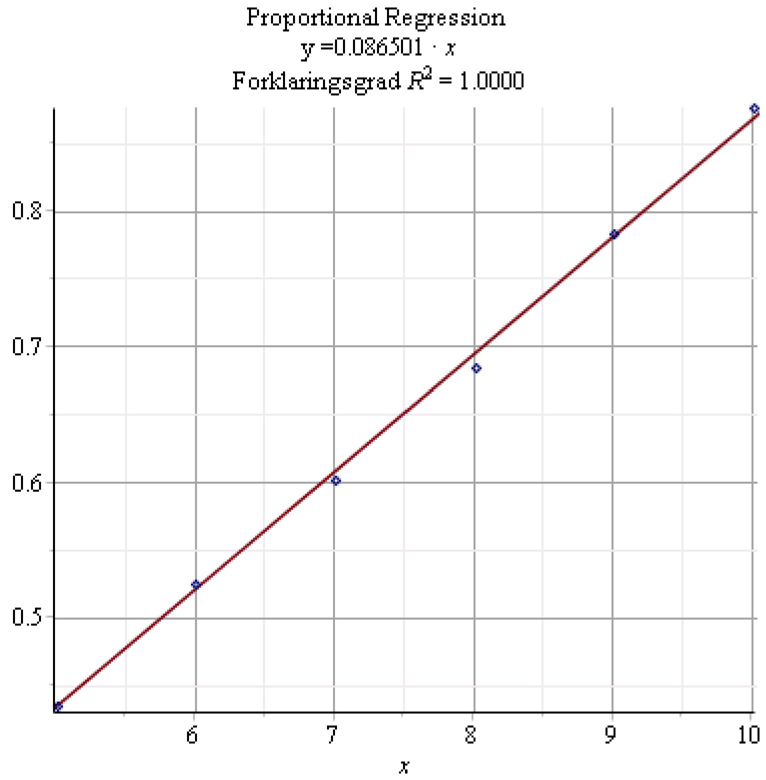
$$m\cdot\frac{v^2}{r} = q\cdot v\cdot B \Leftrightarrow \; r = \frac{v}{q\cdot B}\cdot m$$

Da vektorerne står vinkelret på hinanden, bestemmes længden af krydsproduktet ved blot at gange de to størrelser sammen.

Man må altså forvente, at radius indtegnet som funktion af massen i et koordinatsystem giver en ret linje gennem (0,0) med hældningen $\frac{v}{q\cdot B}$.

Derfor indtastes tabellens værdier i Maple, og der laves proportionel regression:

```
restart
with(Gym) :
masse := [5.012, 6.015, 7.016, 8.022, 9.027, 10.035] :
radius := [0.435, 0.524, 0.601, 0.683, 0.783, 0.876] :
PropReg(masse, radius)
```



Det bemærkes, at punkterne med meget fin tilnærmelse danner en ret linje, så man kan forvente at få en pålidelig værdi for den magnetiske fluxtæthed.

$r(m) := PropReg(masse, radius, m):$

$r(m) = 0.08650110638\, m$

Da massen er angivet i unit, har hældningen enheden $\frac{m}{u}$ (hvor m står for meter). Man har dermed:

$$\frac{v}{q \cdot B} = 0,08650110638\ \frac{m}{u} \quad \Rightarrow B = \frac{v}{q \cdot 0,08650110638\ \frac{m}{u}}$$

Da lithiumionerne er enkeltladede, svarer ladningen til én elementarladning, og man har derfor:

$v := 2.87 \cdot 10^6 \frac{[[m]]}{[[s]]}:$

$q := 1.602176565 \cdot 10^{-19} [[C]]:$

$a := 0.08650110638 \cdot \frac{[[m]]}{1.660538921 \cdot 10^{-27} [[kg]]}:$

$B = \frac{v}{q \cdot a} = B = \frac{0.3438736662\ [[kg]]}{[[s]]\ [[C]]}$

SI-enheden for den magnetiske fluxtæthed er tesla, så man har:

$\underline{\underline{B = 0,344T}}$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave 6: **Roning**

a) Mahés tid skal først omregnes til sekunder:

$$\Delta t = 6 \cdot 60s + 57{,}82s = 417{,}82s$$

Så kan gennemsnitsfarten for de 2000m beregnes:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2000m}{417{,}82s} = 4{,}7867502752381\frac{m}{s} = \underline{\underline{4{,}787\frac{m}{s}}}$$

b) Ved den gennemsnitlige acceleration forstås den konstante acceleration, der ville have bragt roeren den pågældende strækning med den pågældende sluthastighed. Man kan altså benytte formlerne for konstant acceleration, og da begyndelsesstedet og begyndelseshastigheden begge er 0, får man:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad 90m = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t_{90m}^2$$

$$v(t) = a_g \cdot t + v_0 = a_g \cdot t \;\; \Rightarrow \; t_{90m} = \frac{v_{slut}}{a_g}$$

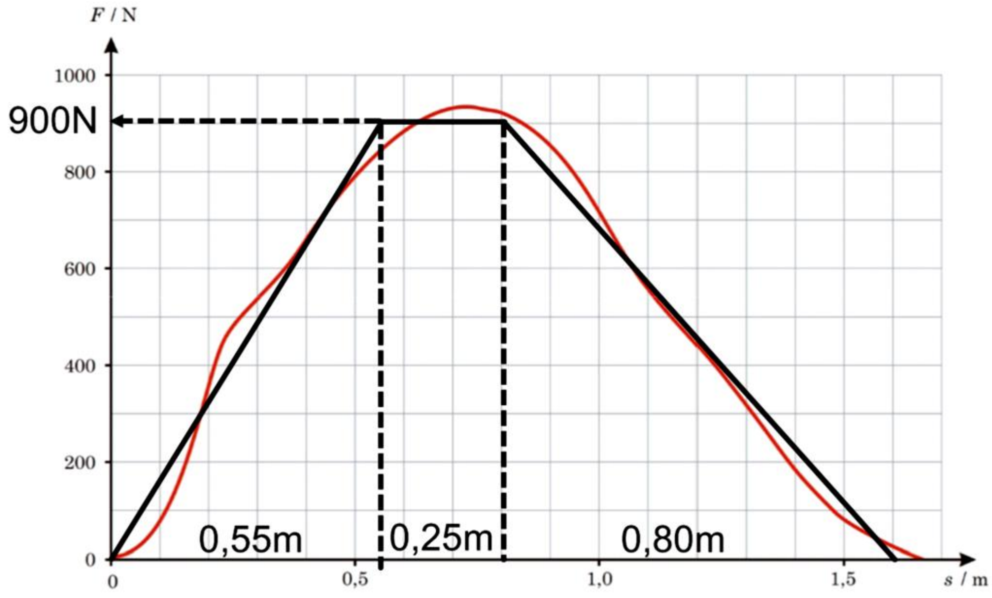
Udtrykket for tiden i den nederste ligning indsættes i den øverste, så man får:

$$90m = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot \left(\frac{v_{slut}}{a_g}\right)^2 = \frac{v_{slut}^2}{2 \cdot a_g} \quad \Rightarrow$$

$$a_g = \frac{v_{slut}^2}{2 \cdot 90m} = \frac{\left(\frac{19{,}9}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2}{180m} = 0{,}16975737311386\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{0{,}170\frac{m}{s^2}}}$$

c) Bevægelsen og kraften er ensrettede, så man har: $dA = F \cdot ds$ og dermed $A = \int F \cdot ds$.

Dvs. at arbejdet, der udføres af roeren under ét træk, svarer til arealet under grafen for kraften. For at bestemme dette areal, tilnærmes grafen med nogle rette linjer, der danner to trekanter og et rektangel:



Man har så:

$$A_{\acute{E}t\,tag} = \frac{1}{2}\cdot 0{,}55m\cdot 900N + 0{,}25m\cdot 900N + \frac{1}{2}\cdot 0{,}80m\cdot 900N =$$

$$900N\cdot\left(0{,}275m + 0{,}25m + 0{,}40m\right) = 900N\cdot 0{,}925m = 832{,}5J$$

Da roeren tager 32 tag i minuttet bliver effekten:

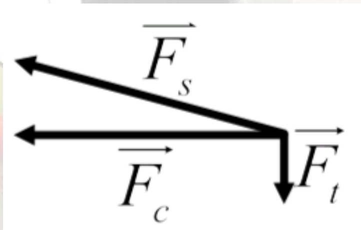
$$P = \frac{A_{32\,tag}}{\Delta t} = \frac{32\cdot A_{\acute{E}t\,tag}}{60s} = \frac{32\cdot 832{,}5J}{60s} = 444W = \underline{\underline{0{,}44kW}}$$

Opgave 7: **Stangtennis**

a) Enhver, der har prøvet stangtennis, ved, at man med fordel kan lade være med at slå vandret til bolden, men slå med en hældning, så bolden bliver sværere at ramme for modstanderen. Men nu antages det, at boldes bliver sendt af sted vandret, da det ellers ikke er muligt at vurdere farten.

Bolden bevæger sig i en cirkelbevægelse rundt om stangen, og den er påvirket af snorkraften (pegende i snorens retning), tyngdekraften (pegende nedad) og luftmodstanden (pegende modsat bevægelsesretningen).

Der ses bort fra luftmodstanden, og den resulterende kraft er altså vektorsummen af tyngdekraften og snorkraften. Den resulterende kraft må udgøre den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen.



Pigen vurderes til at være 155cm høj, og hun anvendes som udgangspunkt til at vurdere de andre længder.

Radius i cirkelbevægelsen bliver så: $r = \frac{5,6}{10} \cdot 1,55m = 0,868m$

Vinklen mellem snorkraften og centripetalkraften kaldes v : $\tan v = \frac{mod}{hos} = \frac{1,1}{5,6}$

Formlen for centripetalkraften er $F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$, og den kan ifølge kraftdiagrammet

bestemmes ved: $\tan v = \frac{F_t}{F_c} \Leftrightarrow F_c = \frac{F_t}{\tan v} = \frac{F_t \cdot 5,6}{1,1} = m \cdot g \cdot 5,091$.

Man har altså:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot 5,091 \Leftrightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot 5,091} = \sqrt{0,868m \cdot 9,82 \frac{m}{s^2} \cdot 5,091} = \underline{\underline{6,6 \frac{m}{s}}}$$

3. juni 2013

Opgave 1: **Is på højspændingsledninger**

a) Man kan regne med, at strømmen og spændingsfaldet er i fase, så man har:

$$P = U \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2 = 1{,}53\Omega \cdot (105A)^2 = 16868{,}25W = \underline{\underline{16{,}9kW}}$$

b) Først skal isen opvarmes fra -10°C til 0°C, og derefter skal den smeltes. Så den tilførte energimængde skal være:

$$E = E_{opvarmning} + E_{smeltning} = m_{is} \cdot c_{is} \cdot \Delta T + m_{is} \cdot L_{s,vand} =$$

$$4{,}2 \cdot 10^4 kg \cdot 2{,}06 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 10°C + 4{,}2 \cdot 10^4 kg \cdot 3{,}34 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 1{,}48932 \cdot 10^{10} J = \underline{\underline{14{,}9GJ}}$$

Værdierne for isens specifikke varmekapacitet og smeltevarme er fundet i databogen side 153 (1998-udgaven), hvor der er valgt en værdi ved -4,9°C for den specifikke varmekapacitet, da det ligger (næsten) midt mellem 0 og -10°C.

Opgave 2: **CINDI**

a) Ladningstallene for Cf og Sn findes i det periodiske system. Man har derfor:

$${}^{252}_{98}Cf \rightarrow {}^{132}_{50}Sn + {}^{A}_{Z}X + 3 \cdot {}^{1}_{0}n$$

Da massetallet skal være bevaret, har man: $252 = 132 + A + 3 \cdot 1 \Leftrightarrow A = 117$

Da ladningstallet skal være bevaret, har man: $98 = 50 + Z + 3 \cdot 0 \Leftrightarrow Z = 48$

Den anden dannede kerne er dermed Cd-117 (fundet i det periodiske system ved Z=48).
Reaktionsskemaet bliver dermed:

$$\underline{\underline{{}^{252}_{98}Cf \rightarrow {}^{132}_{50}Sn + {}^{117}_{48}Cd + 3 \cdot {}^{1}_{0}n}}$$

For at bestemme Q-værdien bestemmes først massetilvæksten:

$$\Delta m = m_{højresiden} - m_{venstresiden} = \left(m_{Sn-132-kerne} + m_{Cd-117-kerne} + 3 \cdot m_{neutron}\right) - m_{Cf-252-kerne} =$$

$$\left(m_{Sn-132-atom} + m_{Cd-117-atom} + 3 \cdot m_{neutron}\right) - m_{Cf-252-atom}$$

Man kan regne på atommasser, da man skal trække 98 elektroner fra på begge sider for at få kernemasserne, hvorfor det går lige op. Masserne findes i databogen under 'Nukliders masse og bindingsenergi':

$$\Delta m = 131{,}91776u + 116{,}90723u + 3 \cdot 1{,}00866490u - 252{,}081621u = -0{,}2306363u$$

Så kan Q-værdien beregnes, når det udnyttes, at 1u svarer til 931,4943MeV:

$$Q = -\Delta m \cdot c^2 = 0{,}2306363u \cdot 931{,}4943 \frac{MeV}{u} = \underline{\underline{214{,}84MeV}}$$

b) Først bestemmes antallet af Cf-252-kerner, der er henfaldet, da man derefter kan beregne, hvor mange af disse kerner, der er henfaldet ved spontan fission, og derfor hvor mange neutroner der er udsendt:

Først bestemmes antallet af Cf-252-kerner fra start, dvs. hvor mange Cf-252-atomer (og dermed kerner) der er i 500µg.
Atommassen kendes fra spørgsmål a), så man får:

$$N_0 = \frac{m_{samlet}}{m_{atom}} = \frac{500 \cdot 10^{-9}\,kg}{252,081621 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}\,kg} = 1,1944816431099 \cdot 10^{18}$$

Antallet af tilbageværende kerner kan bestemmes med henfaldsloven, da man i databogen under radioaktive nuklider kan se, at halveringstiden for Cf-252 er 2,64år:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$N(15år) = 1,1944816431099 \cdot 10^{18} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{15år}{2,64år}} = 2,326921740368 \cdot 10^{16}$$

Dvs. antallet af henfaldne kerner er:

$$N_{henfald} = N_0 - N(15år) = 1,1944816431 \cdot 10^{18} - 2,32692174 \cdot 10^{16} = 1,171212426 \cdot 10^{18}$$

Da 3,09% af disse henfald er spontan fission, har man:

$$N_{spontan\ fission} = 0,0309 \cdot N_{henfald} = 0,0309 \cdot 1,1712124257 \cdot 10^{18} = 3,619046395 \cdot 10^{16}$$

Da der i gennemsnit udsendes 3,79 neutroner pr. henfald med spontan fission er antallet af udsendte neutroner:

$$N_{neutroner} = 3,79 \cdot N_{spontan\ fission} = 3,79 \cdot 3,619046395 \cdot 10^{16} = 1,3716185838688 \cdot 10^{17} = \underline{\underline{1,372 \cdot 10^{17}}}$$

Opgave 3: **Kvasaren 3C-279**

a) Det er rummets udvidelse, der giver rødforskydningen af lyset fra kvasaren, og sammenhængen mellem rødforskydningen z og afstandene til objektet er:

$1 + z = \frac{r_0}{r}$, hvor r_0 er den nuværende afstand og r er/var afstanden, da lyset blev udsendt.

$$r = \frac{r_0}{1+z} = \frac{5,67 \cdot 10^9\,ly}{1+0,538} = 3686605981,79ly$$

Så afstanden er øget med:

$$r_0 - r = 5,67 \cdot 10^9\,ly - 3686605981,79ly = 1983394018,21ly = \underline{\underline{1,98 \cdot 10^9\,ly}}$$

Opgave 4: **Luftskib**

a) Effekten bestemmes ved at beregne, hvor stor effekt de $750m^2$ solceller modtager og gange dette tal med nyttevirkningen:

$$P = I_{sollys} \cdot A_{solceller} \cdot \eta_{solceller} = 800\frac{W}{m^2} \cdot 750m^2 \cdot 0,25 = 150000W = \underline{\underline{150kW}}$$

b) Tyngdekraften påvirker luftskibet nedad, og dens størrelse er givet ved $F_t = m \cdot g$, hvor m er massen af luftskib og helium.

Når Luftskibet kan svæve, skyldes det opdriften fra luften, der virker opad, og som har en størrelse givet ved:

$$F_{op} = \rho_{luft} \cdot V_{luftskib} \cdot g = 1,293\frac{kg}{m^3} \cdot 8,4 \cdot 10^3 m^3 \cdot 9,82\frac{m}{s^2} = 106656,984N$$

Luftens densitet er fundet i databogen, men værdien er ved 1atm og 0°C, og luftens densitet vil derfor være for højt sat. Det udregnede tal vil derfor være for stort.
Hvis luftskibet skal svæve, skal tyngdekraften og opdriften være lige store (da de er modsatrettede), så man har:

$$F_t = F_{op}$$

$$m_{samlet} \cdot g = 106656,984N \Leftrightarrow \quad m_{samlet} = \frac{106656,984N}{9,82\frac{m}{s^2}} = 10861,2kg$$

$$m_{nyttelast} = m_{samlet} - m_{luftskib} = 10861,2kg - 8,0 \cdot 10^3 kg = 2861,2kg$$

Dette tal er som nævnt udregnet med en for høj densitet, så det vurderes, at luftskibet kan bære <u>ca. 2 tons nyttelast</u>

c) Da luftskibet følger nogle hvaler, kan man gå ud fra, at det foregår over et så stort tidsrum, at det har opnået en konstant fart, hvor kraften fra motorerne peger modsat af og har samme størrelse som luftmodstanden (så den resulterende kraft er 0).
Man har altså:

$$F_{motor} = F_{luft} \Leftrightarrow F_{motor} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Her er c_w formfaktoren, A er tværsnitsarealet, v er luftskibets fart og ρ er luftens massefylde.
Man kender ikke motorens kraft, men man kender den effekt, hvormed motorerne påvirker luftskibet, og da sammenhængen mellem effekt og kraft er $P = F \cdot v$, har man:

$$\frac{P_{motor}}{v} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \Leftrightarrow v^3 = \frac{2 \cdot P_{motor}}{c_w \cdot \rho \cdot A}$$

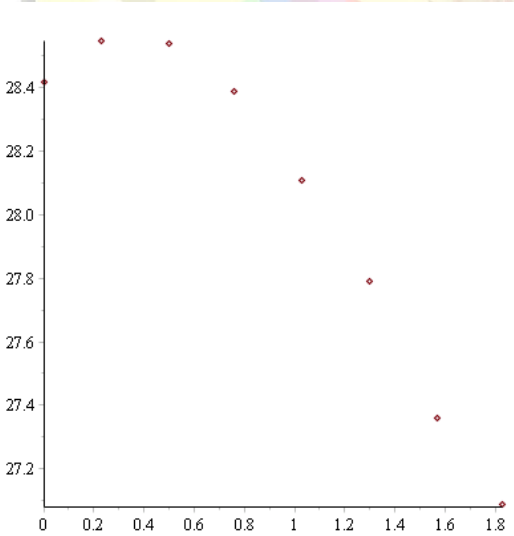
$$v = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot P_{motor}}{c_w \cdot \rho \cdot A}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 18 \cdot 10^3 W}{0,078 \cdot 1,293\frac{kg}{m^3} \cdot 310m^2}} = 10,481317893194\frac{m}{s} = \underline{\underline{10\frac{m}{s}}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave 5: **Rappelling**

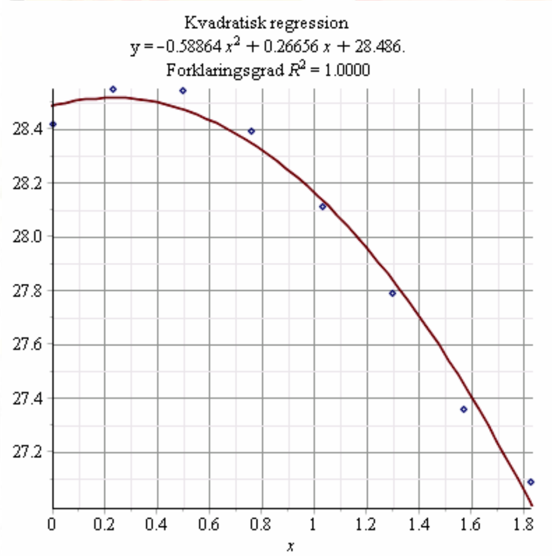
a) I Maple indtastes tabellens værdier, og højden plottes som funktion af tiden:

$with(Gym):$
$tid := [0, 0.23, 0.5, 0.76, 1.03, 1.3, 1.57, 1.83]:$
$højde := [28.42, 28.55, 28.54, 28.39, 28.11, 27.79, 27.36, 27.09]:$
$plot(tid, højde)$



Det ser ud til, at punkterne med god tilnærmelse danner en parabel, hvilket svarer til en bevægelse med konstant acceleration. Der laves derfor et fit med et 2.gradspolynomium.

$PolyReg(tid, højde, 2)$



MEN, dette fit viser, at tilnærmelsen ikke er så god, som den i første omgang blev anset for. Så i stedet for at anvende forskriften for et dårligt fit, er det bedre at kigge på punkterne. Da det er en (t,s)-graf, er den højeste fart den numerisk største hældning mellem to punkter. Den vurderes at kunne finde ud fra 2. og 3. sidste punkter, så man har:

$$v_{maks} = \frac{-\Delta h}{\Delta t} = \frac{-(27{,}36m - 27{,}79m)}{1{,}57s - 1{,}30s} = \frac{0{,}43m}{0{,}27s} = 1{,}59259\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}6\frac{m}{s}}}$$

b) Personen er i hvile, så de tre kræfter lagt sammen som vektorer må give 0, dvs. de danner en retvinklet trekant som vist til højre på figuren nedenfor:

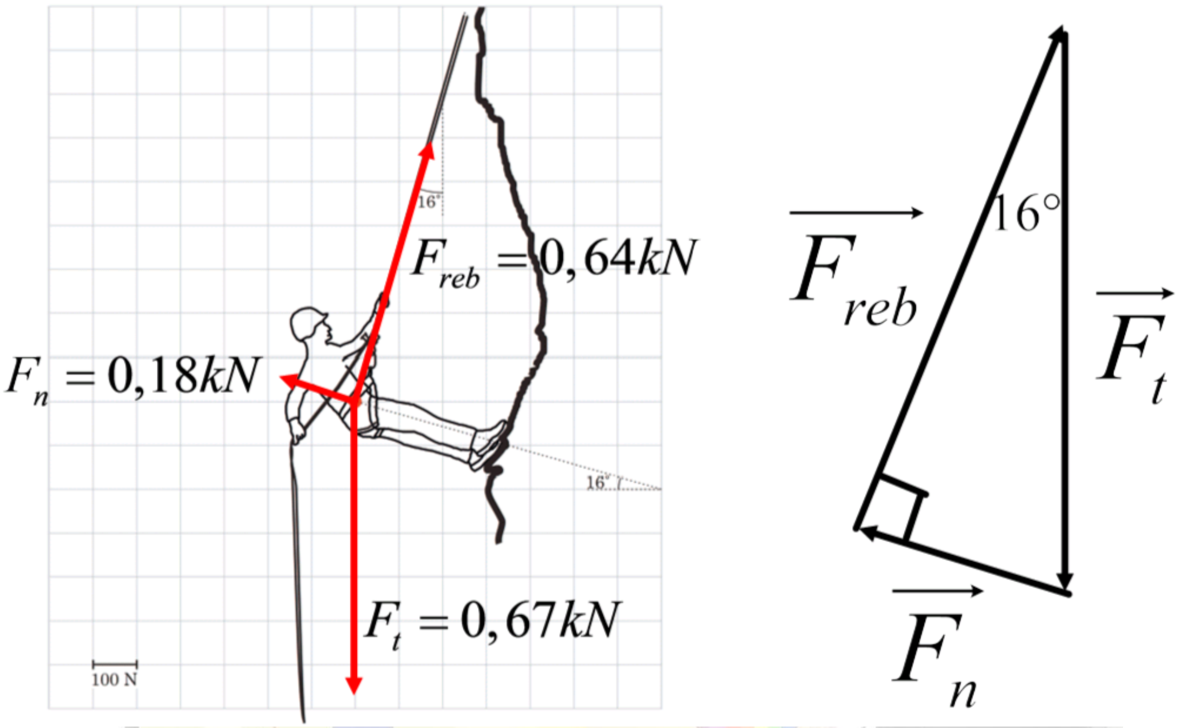
Tyngdekraften virker lodret nedad med størrelsen: $F_t = m \cdot g = 68kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 667{,}760N$

Størrelsen af kraften fra rebet kan så beregnes ud fra den retvinklede trekant:

$$\cos(16°) = \frac{F_{reb}}{F_t} \Leftrightarrow F_{reb} = \cos(16°) \cdot F_t = \cos(16°) \cdot 667{,}760N = 641{,}892N$$

Og størrelsen af normalkraften bliver:

$$\sin(16°) = \frac{F_n}{F_t} \Leftrightarrow F_n = \sin(16°) \cdot F_t = \sin(16°) \cdot 667{,}76N = 184{,}06N$$



Opgave 6: **Papirbehandling**

a) Den elektriske kraft på en ladet partikel i et elektrisk felt afhænger af feltstyrken: $F_e = q \cdot E$.
I det homogene elektriske felt skabt mellem to ladede plader, er $U = E \cdot d$, hvor U er spændingsfaldet og d er afstanden mellem pladerne. De to formler sat sammen giver:

$$F = q \cdot E \quad \Rightarrow \quad F = q \cdot \frac{U}{d} \Leftrightarrow$$

$$q = \frac{F \cdot d}{U} = \frac{4,42 \cdot 10^{-9}\,N \cdot 0,24m}{100 \cdot 10^{3}V} = 1,0608 \cdot 10^{-14}\,C = \underline{\underline{1,06 \cdot 10^{-14}\,C}}$$

b) Man kender allerede fra spørgsmål a) den kraft, som latexpartiklerne påvirkes med, og dermed kan man med Newtons 2. lov bestemme deres acceleration, hvis man kender deres masse.
Så massen beregnes ud fra kendskabet til kuglernes radius og densitet:

$$m = \rho_{latex} \cdot V_{kugle} = 2,7 \cdot 10^{3}\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(16 \cdot 10^{-6}\,m\right)^3 = 4,6324668632773 \cdot 10^{-11}\,kg$$

Så accelerationen er:

$$F_{res} = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{4,42 \cdot 10^{-9}\,N}{4,6324668632773 \cdot 10^{-11}\,kg} = 95,413526538925\,\frac{m}{s}$$

Da feltet er homogent, vil kraften og dermed accelerationen være konstant, så man har:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \quad og \quad v(t) = a \cdot t + v_0 \Leftrightarrow t = \frac{v(t) - v_0}{a}$$

Udtrykket for t indsættes i den første formel:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) + s_0 \Leftrightarrow$$

$$s(t) - s_0 = \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v(t) - v_0}{a} + v_0\right) \Leftrightarrow$$

$$s(t) - s_0 = \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) \cdot \frac{v(t) + v_0}{2} \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot a \cdot \left(s(t) - s_0\right) = \left(v(t)\right)^2 - v_0^2 \Leftrightarrow v(t) = \sqrt{2 \cdot a \cdot \left(s(t) - s_0\right) + v_0^2}$$

$$v_{slut} = \sqrt{2 \cdot 95,4135265\,\frac{m}{s^2} \cdot 0,12m + \left(7,5m\right)^2} = 8,896586219969\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{8,9\,\frac{m}{s}}}$$

Hvis man ville slippe for den lange udregning, kunne man godt i en formelsamling have fundet formlen:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \left(s - s_0\right)$$

<u>Opgave 7:</u> **Produktion af K^--mesoner**

15. august 2013

Opgave 1: **Isbjørn på isflage**

a) Når isflagen med isbjørnen flyder på vandet, er den nedadrettede tyngdekraft og den opadrettede opdrift lige store. Opdriften afhænger af, hvor stor en del af isflagen, der er under vandet, mens tyngdekraften kun afhænger af massen.

Så for at bestemme tyngdekraften på isflagen med isbjørn, skal man beregne den samlede masse af disse.

Isens densitet findes i databogen (side 152 i 1998-udgaven)

til at være $0{,}920\frac{g}{cm^3}$ ved -20°C.

Hermed bliver massen: $m = \rho_{is} \cdot V_{isflage} = 920\frac{kg}{m^3} \cdot 18m^3 = 16560kg$

Og den samlede masse er så:

$m_{samlet} = m_{isflage} + m_{isbjørn} = 16560kg + 450kg = 17010kg$

Hermed er størrelsen af tyngdekraften:

$$F_t = m \cdot g = 17010kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 167038{,}2N$$

Man kan nu beregne, hvor stor et rumfang af isflagen, der skal være under vandet, for at opdriften vil være lige så stor som tyngdekraften:

$$F_t = F_{op} = \rho_{havvand} \cdot V_{\text{isflage under vand}} \cdot \text{g} \Leftrightarrow$$

$$V_{\text{isflage under vand}} = \frac{F_t}{\rho_{havvand} \cdot \text{g}} = \frac{167038{,}2N}{1025\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}} = 16{,}595m^3$$

<u>Da delen af isflagen under vandet er mindre end hele isflagen, kan den godt bære isbjørnen.</u>

Opgave 2: **Stjernestøv**

a) Rumkapslen er så højt over jordoverfladen, at man IKKE kan bruge formlen $F_t = m \cdot g$, men er nødt til at anvende Newtons gravitationslov, hvor Jordens masse kan regnes som værende placeret i Jordens centrum, da rumkapslen befinder sig uden for jordkuglen:

$$F_t = G \cdot \frac{m_{jord} \cdot m_{rumkapsel}}{r^2} =$$

$$6{,}6726 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{5{,}976 \cdot 10^{24}\, kg \cdot 45kg}{\left(6371 \cdot 10^3 m + 125 \cdot 10^3 m\right)^2} = 425{,}2322175526N = \underline{\underline{0{,}43kN}}$$

b) Gnidningskraften er en ydre kraft, og man har $A_{ydre} = \Delta E_{mek}$, dvs. gnidningskraftens arbejde - der er negativt, da kraften er modsatrettet bevægelsen - omdanner mekanisk energi til andre energiformer (primært termisk energi). Derfor beregnes tabet i mekanisk energi:

$$\Delta E_{mek} = E_{mek,slut} - E_{mek,start} = \left(E_{pot,slut} + E_{kin,slut}\right) - \left(E_{pot,start} + E_{pot,start}\right) =$$

$$\left(-G \cdot \frac{m_{jord} \cdot m_{rumkapsel}}{r_{slut}} + \frac{1}{2} \cdot m_{rumkapsel} \cdot v_{slut}^2\right) - \left(-G \cdot \frac{m_{jord} \cdot m_{rumkapsel}}{r_{start}} + \frac{1}{2} \cdot m_{rumkapsel} \cdot v_{start}^2\right)$$

Dette beregnes i Maple ved først at definere de indgående størrelser i SI-enheder:

$G := 6.6726 \cdot 10^{-11}$:

$m_J := 5.976 \cdot 10^{24}$:

$m_{kapsel} := 45$:

$r_{slut} := 6371000$:

$r_{start} := r_{slut} + 125000$:

$v_{slut} := \frac{15}{3.6}$:

$v_{start} := \frac{46.3 \cdot 10^3}{3.6}$:

$\Delta E_{mek} := \left(-\frac{G \cdot m_J \cdot m_{kapsel}}{r_{slut}} + \frac{1}{2} \cdot m_{kapsel} \cdot v_{slut}^2\right) - \left(-\frac{G \cdot m_J \cdot m_{kapsel}}{r_{start}} + \frac{1}{2} \cdot m_{kapsel} \cdot v_{start}^2\right)$:

$\Delta E_{mek} = -3.775880555\ 10^9$

Da det har taget 13 minutter, har den gennemsnitlige effekt været:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} = \frac{-\Delta E_{mek}}{\Delta t} = \frac{3{,}775880555 \cdot 10^9\, J}{13 \cdot 60s} = 4{,}840872507 \cdot 10^6 W = \underline{\underline{4{,}8MW}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk   Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave 3: **Flerovium**

a) Grundstofnummeret for plutonium (Pu) og calcium (Ca) findes i det periodiske system. Numrene er henholdsvis 94 og 20. Man har så ifølge opgaveteksten:

$${}^{242}_{94}Pu + {}^{48}_{20}Ca \rightarrow {}^{285}_{114}Fl + x \cdot {}^{1}_{0}n$$

Som det ses, er ladningstallet bevaret (94+20 = 114), og da massetallet også skal være bevaret, har man: $242+48=285+x\cdot 1 \Leftrightarrow 290-285=x \Leftrightarrow x=5$

Dvs. reaktionsskemaet er:

$\underline{\underline{{}^{242}_{94}Pu + {}^{48}_{20}Ca \rightarrow {}^{285}_{114}Fl + 5\cdot {}^{1}_{0}n}}$, og der udsendes altså 5 neutroner ved reaktionen.

b) Massen 1u svarer til energien 931,4943MeV, så for at kunne beregne massetabet ved reaktionen, skal man først omregne Q-værdien til MeV.

Man ved, at $1J = 1,602176565\cdot 10^{-19}eV = 1,602176565\cdot 10^{-13}MeV$, så man har:

$$Q = \frac{1,762\cdot 10^{-12}J}{1,602176565\cdot 10^{-13}\frac{J}{MeV}} = 10,997539462824MeV$$

Denne energi svarer til:

$$-\Delta m = \frac{10,997539462824MeV}{931,4943\frac{MeV}{u}} = 0,011806341126107u$$

Da henfaldet er ${}^{285}_{114}Fl \rightarrow {}^{281}_{112}Cn + {}^{4}_{2}He$, og da man kan regne på atommasser i stedet for kernemasser, da der indgår lige mange elektroner på de to sider, har man:

$$\Delta m = \left(m_{He-4-atom} + m_{Cn-281-atom}\right) - m_{Fl-285-atom} \Leftrightarrow m_{Fl-285-atom} = \left(m_{He-4-atom} + m_{Cn-281-atom}\right) - \Delta m$$

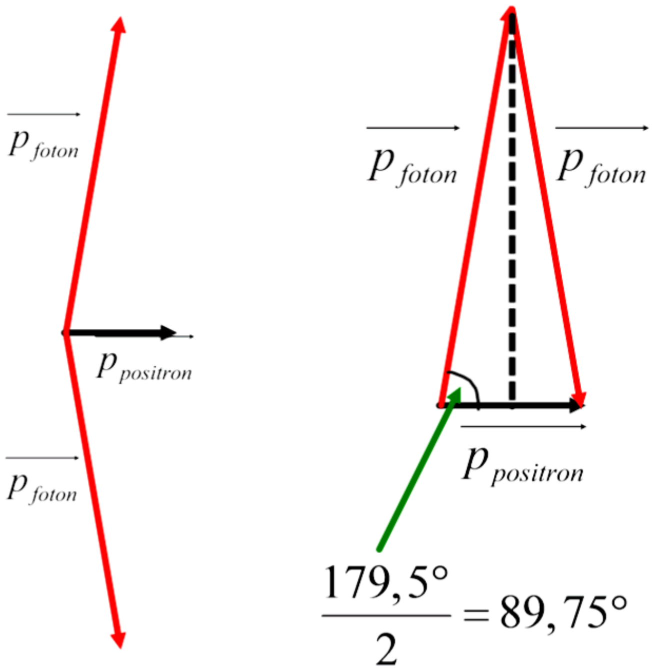
$$m_{Fl-285-atom} = 4,00260324u + 281,16929u + 0,011806341126107u = 285,18369958113u = \underline{\underline{285,18370u}}$$

Opgave 4: **PET-scanning**

a) En fotons energi kan beregnes ved $E = p\cdot c$, når man kender dens bevægelsesmængde. I formlen er c lysets (fotonens) hastighed:

$$E = p\cdot c = 2,73\cdot 10^{-22}kg\cdot\frac{m}{s}\cdot 299792458\frac{m}{s} = 8,1843341034\cdot 10^{-14}J = \underline{\underline{8,18\cdot 10^{-14}J}}$$

b) Bevægelsesmængden skal være bevaret ved sammenstødet, og da elektronen ligger stille, svarer den samlede bevægelsesmængde af de to fotoner (lagt sammen som vektorer) til bevægelsesmængden af positronen før sammenstødet (se figuren til højre nedenfor).



Man kan ved at opdele den trekant, der er dannet af fotonernes og positronens bevægelsesmængder, i to retvinklede trekanter se:

$$p_{positron} = 2 \cdot \cos(89,75°) \cdot p_{foton} =$$

$$2 \cdot \cos(89,75°) \cdot 2,73 \cdot 10^{-22}\, kg \cdot \frac{m}{s} = 2,3823668694716 \cdot 10^{-24} kg \cdot \frac{m}{s} = \underline{\underline{2,38 \cdot 10^{-24} kg \cdot \frac{m}{s}}}$$

c) Positronerne har meget nemt ved at "finde" en elektron at støde ind i, så man kan gå ud fra, at ingen positroner forlader kroppen, og at antallet af annihilationsprocesser altså svarer til antallet af betaplus-henfald.
Det samlede antal henfald kan beregnes som forskellen mellem antallet af F-18-kerner fra start og efter 40 minutter.
I databogen under radioaktive nuklider (side 199 i 1998-udgaven) ses det, at halveringstiden for betaplushenfaldet fra F-18 er 109,7 minutter.
For at kunne benytte $A = k \cdot N$, der forbinder aktiviteten med antallet af kerner, skal man kende henfaldskonstanten, der kan beregnes ud fra halveringstiden:

$$k = \frac{\ln(2)}{T_{½}} = \frac{\ln(2)}{109,7 \cdot 60s} = 1,0530950783347 \cdot 10^{-4} s^{-1}$$

Og så har man: $N_0 = \frac{A_0}{k} = \frac{400 \cdot 10^6\, Bq}{1,0530950783347 \cdot 10^{-4} s^{-1}} = 3,7983275036527 \cdot 10^{12}$

Antallet af kerner efter 40 minuttet kan beregnes ud fra henfaldsloven:

$$N_{slut} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} = 3,7983275036527 \cdot 10^{12} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40\,\text{min}}{109,7\,\text{min}}} = 2,95003790797 \cdot 10^{12}$$

Så man har: $N_{annihilationsprocesser} = N_0 - N_{slut} =$

$$3,7983275036527 \cdot 10^{12} - 2,95003790797 \cdot 10^{12} = 8,48289595683 \cdot 10^{11} = \underline{\underline{8,5 \cdot 10^{11}}}$$

Opgave 5: **Candyfloss**

a) Man kender effekten (1100W) og spændingsfaldet (230V), så strømstyrken kan beregnes ved:

$$P = U \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{1100W}{230V} = 4,7826086956522A = \underline{\underline{4,78A}}$$

b) Sukkeret skal først opvarmes til smeltepunktet, hvorefter det skal smeltes. Den tilførte varmemængde er derfor (tabelværdierne er angivet med enheden gram, så den anvendes også til massen):

$$Q_{samlet} = Q_{opvarmning} + Q_{smeltning} = m \cdot c_{sukker} \cdot \Delta T + m \cdot L_{s,sukker} =$$

$$30g \cdot 1,5\frac{J}{g \cdot K} \cdot (186°C - 26°C) + 30g \cdot 130\frac{J}{g} = 11100J$$

Da effekten er 1100W, vil opvarmningen (og smeltningen) - hvis al varmen går til sukkeret, og det antages at sukkeret ikke afgiver varme til omgivelserne - derfor tage:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{11100J}{1100W} = 10,091s = \underline{\underline{10s}}$$

c) Det roterende hjul må antages at rotere med konstant vinkelhastighed, så der er tale om en jævn cirkelbevægelse. Dråberne holdes fast af hjulet med en kraft, der indtil dråben slynges ud må udgøre den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen. Dvs. man har:

$$F_c = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \Leftrightarrow T = \sqrt{m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{F_c}}$$

Da de 1000 dråber svarer til 30g sukker, kan man indsætte i udtrykket og dermed finde perioden:

$$T = \sqrt{\frac{0,030kg}{1000} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,071m}{0,28N}} = 0,017329684431353s$$

Dvs. antallet af omdrejninger pr. minut (frekvensen) er:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,017329684431353s} = 57,70445526s^{-1} = 3462,267\,\text{min}^{-1} = \underline{\underline{3,5 \cdot 10^3\ pr.\text{min}}}$$

<u>Opgave 6:</u> **Strømningshastighed**

a) Elektronen er påvirket af lorentzkraften, og da magnetfeltet står vinkelret på strømningsretningen, kan størrelsen af kraften beregnes uden at skulle inddrage sinus til en vinkel:

$$F = q \cdot v \cdot B = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot 0{,}25 \frac{m}{s} \cdot 65 \cdot 10^{-3} T = 2{,}60325 \cdot 10^{-21} N = \underline{\underline{2{,}6 \cdot 10^{-21} N}}$$

Elektronen har en negativ elementarladning, men fortegnet er irrelevant i denne sammenhæng, da der kun spørges efter kraftens størrelse.

b) Når hastigheden er konstant og magnetfeltet er homogent, vil det elektriske felt i blodåren også være homogent, så sammenhængen mellem spændingsfaldet *U*, den elektriske feltstyrke *E* og diameteren *d* af blodåren er:

$$U = E \cdot d$$

Sammenhængen mellem kraften og den elektriske feltstyrke er: $E = \frac{F}{q}$, og da det er lorentzkraften, der påvirker ladningerne, har man:

$$U = E \cdot d = \frac{F}{q} \cdot d = \frac{q \cdot v \cdot B}{q} \cdot d = v \cdot B \cdot d \Leftrightarrow v = \frac{U}{B \cdot d}$$

$$v = \frac{105 \cdot 10^{-6} V}{65 \cdot 10^{-3} T \cdot 4{,}75 \cdot 10^{-3} m} = \underline{\underline{0{,}34 \frac{m}{s}}}$$

<u>Opgave 7:</u> Ω^-**–partiklens masse**