Løsninger til eksamensopgaver på fysik A-niveau 2015

26. maj 2015

Opgave 1: **Sous vide**

a) Når man regner med, at varmelegemet er en simpel modstand, gælder Ohms 1. lov $U = R \cdot I$ også, når det er vekselstrøm, så man har:

$$U = R \cdot I \Leftrightarrow R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{230V}{5,22\,A} = 44,06130268\Omega = \underline{\underline{44,1\Omega}}$$

b) Når vandet opvarmes, uden at der sker faseovergang, gælder formlen

$$\Delta E_{tilført} = m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand}$$

Indføres effekten $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta E = P \cdot \Delta t$, har man formlen:

$$P_{tilført} \cdot \Delta t = m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} \Leftrightarrow$$

$$\Delta T_{vand} = \frac{P_{tilført}}{m_{vand} \cdot c_{vand}} \cdot \Delta t$$

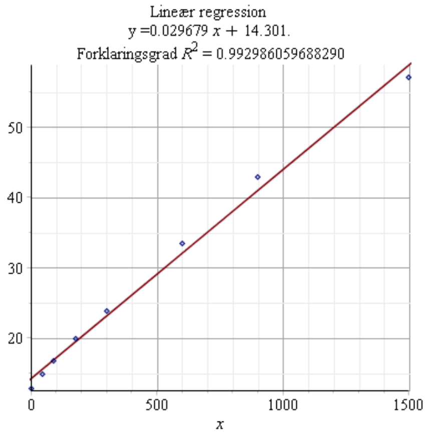
Og da $\Delta T_{vand} = T_{vand} - T_0$ er:

$$T_{vand} = \frac{P_{tilført}}{m_{vand} \cdot c_{vand}} \cdot \Delta t + T_0$$

Dvs. hvis vandets temperatur afsættes som funktion af tiden, må man forvente en ret linje, hvor hældningen kan bruges til at bestemme den tilførte effekt:

```
restart
with(Gym) :
Tid := [0, 45, 90, 180, 300, 600, 900, 1500] :
Temperatur := [12.9, 14.9, 16.7, 19.9, 23.9, 33.5, 42.9, 57.0] :
```

LinReg(Tid, Temperatur) =



Det bemærkes, at der er en buet tendens, hvor temperaturen vokser langsommere, jo længere den kommer over stuetemperatur.
Hvis man skal se bort fra varmeudveksling med omgivelserne, er det altså punkterne omkring stuetemperatur, der skal bruges til at finde den bedste hældning. Så der laves en ny regression:

$Tidny := [90, 180, 300]:$

$Temperaturny := [16.7, 19.9, 23.9]:$

$T(t) := LinReg(Tidny, Temperaturny, t):$

$T(t) = 0.0342342342342342\ t + 13.6621621621622$

Hældningen er altså 0,034234234 $\frac{°C}{s}$.

$c_{vand} := \frac{4180\ J}{kg \cdot K}:$

$m_{vand} := 8.2\ kg:$

Man har altså:

$$\frac{P}{c_{vand} \cdot m_{vand}} = \frac{0.0342342342342342\ K}{s} \xrightarrow{\text{solve for P}} \left[\left[P = \frac{1173.412613\ J}{s}\right]\right]$$

Dvs. sous vide'en tilfører energi til vandet med effekten $\underline{\underline{1.2\ kW}}$

(Hvilket passer udmærket med den effekt, der kan beregnes med $P = U \cdot I$)

Opgave 2: **Holmium**

a) Under Radioaktive Nuklider i databogen fra 1998 (side 205) ses Ho-166 at være betaminus-radioaktiv (med efterfølgende gammahenfald).
Ved et betaminushenfald udsendes sammen med elektronen en antineutrino (leptontalsbevarelse). Desuden skal nukleontallet og ladningstallet være bevaret.

$$\underline{\underline{{}^{166}_{67}Ho \rightarrow {}^{166}_{68}Er + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}}}$$

Nukleontalsbevarelsen: 166 = 166 + 0
Ladningsbevarelsen: 67 = 68 – 1
I det periodiske system ses det, at grundstof 68 er erbium.

b) For at kunne svare på, hvor meget energi der afsættes i leveren det første døgn, skal man finde ud af, hvor mange henfald, der forekommer, samt hvor meget energi, der afsættes pr. henfald.
I databogen (igen side 205) ses det, at halveringstiden for Ho-166 er 26,8 timer, og der afsættes 1,85 MeV pr. henfald (heraf 67% i leveren ifølge opgaveteksten).

Det er vigtigt at bemærke, at halveringstiden ikke er meget stor i forhold til det døgn, der kigges på, og derfor kan man ikke regne med, at aktiviteten er konstant de 24 timer (den bliver næsten halveret). Antallet af henfald kan altså ikke findes ved at gange tiden med aktiviteten, men kan i stedet findes ved at se på forskellen mellem antallet af kerner fra start og antallet af kerner efter 24 timer. Denne forskel svarer netop til antallet af henfald det første døgn.

$$A_0 = k \cdot N_0 \Leftrightarrow N_0 = \frac{A_0}{k} = \frac{T_{½}}{\ln(2)} \cdot A_0$$

$$N_0 = \frac{26,8 \cdot 3600s}{\ln(2)} \cdot 5,60 \cdot 10^9\,Bq = 7,794708183 \cdot 10^{14}$$

Henfaldsloven kan bruges til at finde antal tilbageværende kerner efter 1 døgn:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$N(1døgn) = 7,794708183 \cdot 10^{14} \cdot 0,5^{\frac{24timer}{26,8timer}} = 4,190065000 \cdot 10^{14}$$

Så antal henfald er:

$$N_{henfald} = N(1døgn) - N_0 = 7,794708183 \cdot 10^{14} - 4,190065000 \cdot 10^{14} = 3,604643183 \cdot 10^{14}$$

Den afsatte energi er altså:

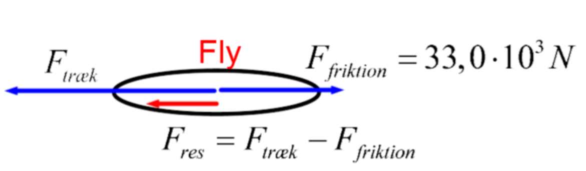
$$E_{afsat} = N_{henfald} \cdot E_{henfald} \cdot 0,67 = 3,604643183 \cdot 10^{14} \cdot 1,85 \cdot 10^6\,eV \cdot 0,67 = 4,467955226 \cdot 10^{20}\,eV = \underline{\underline{72J}}$$

Opgave 3: **Pushback**

a) Man kan beregne den kinetiske energi, da man kender farten og massen af flyet:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 132 \cdot 10^3 kg \cdot \left(\frac{2.63\ m}{s} \right)^2 = \frac{4.565154000\ 10^5\ kg\ m^2}{s^2} = \underline{\underline{4.57 \cdot 10^5\ J}}$$

b) De lodrette kræfter (normalkraft og tyngdekraft) ophæver hinanden, og vi ser derfor kun på de vandrette kræfter:



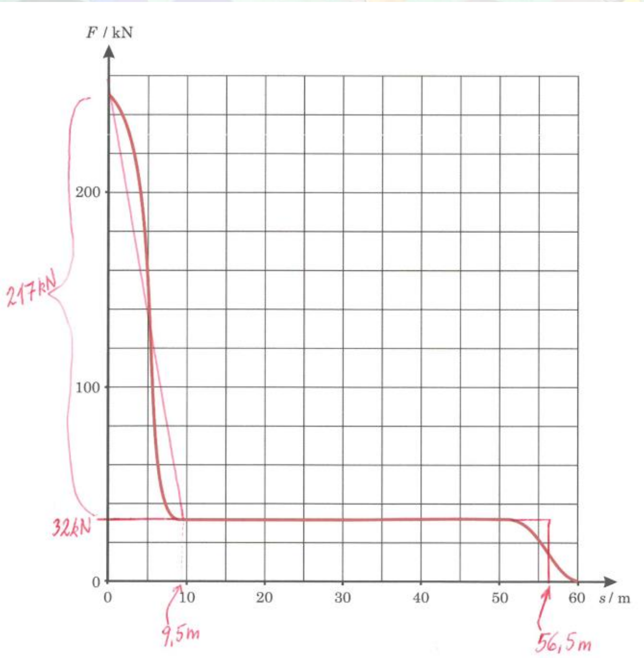
Da vi kender massen af flyet og dets acceleration, kan vi bestemme den resulterende kraft og dermed trækkraften fra pushback-traktoren:

$$F_{træk} = F_{res} + F_{friktion} = m \cdot a + F_{friktion} = 132 \cdot 10^3 \cdot 1.62\ N + 33.0 \cdot 10^3 N = 2.4684000\ 10^5\ N = \underline{\underline{2.47 \cdot 10^5\ N}}$$

c) For at finde den gennemsnitlige effekt, skal man kende det (samlede) udførte arbejde samt den tid, arbejdet er udført på. Tiden er oplyst til at være 23s, så vi har brug for at finde arbejdet. Det findes ved at lægge alle de enkelte infinitesimale arbejdsbidrag sammen (dvs. ved integration).

Da $A_{samlet} = \int dA = \int_{0m}^{60m} F \cdot ds$

Da man har en (s,F)-graf, svarer højresiden til arealet under grafen. For at bestemme arealet opdeles grafen i en aflang og en trekant:



$$P_{gen} = \frac{A_{samlet}}{t} = \frac{32 \cdot 10^3 \cdot 56.5\ J + \frac{1}{2} \cdot 217 \cdot 10^3 \cdot 9.5\ J}{23\ s} = \frac{1.234239130\ 10^5\ J}{s} = \underline{\underline{1.23 \cdot 10^5\ W}}$$

Opgave 4: **Urancentrifuge**

a) Et rør er cylinderformet, og når man skal finde massen af uranhexafluorid i centrifugen, skal man kende rumfanget af den cylinderformede centrifuge og densiteten af gassen (uranhexaflourid). Dvs:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow m = \rho \cdot V$$

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{0.64\ kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (0.30\ m)^2 \cdot 12\ m = 0.691200\ kg\ \pi \xrightarrow{\text{at 10 digits}} 2.171468842\ kg$$

Dvs. massen er $\underline{\underline{2.2\ kg}}$

b) Den til cirkelbevægelsen nødvendige centripetalkraft må komme fra sammenstød med andre molekyler (men det spørges der ikke om), og for at finde størrelsen af den, anvendes formlen for en jævn cirkelbevægelse:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2} = 4 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot r \cdot f^2$$

Det er her benyttet, frekvensen f er det reciprokke af perioden, og i dette tilfælde er det frekvensen, man kender, da det er oplyst, at der er 477 omdrejninger pr. sekund. Man får så:

$$F_c = 4 \cdot \pi^2 \cdot 349 \cdot 1.66054 \cdot 10^{-27} kg \cdot 0.053\ m \cdot \left(477\ s^{-1}\right)^2 = \frac{2.795422056\ 10^{-20}\ \pi^2\ kg\ m}{s^2} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} \frac{2.7590\ 10^{-19}\ kg\ m}{s^2}$$

Dvs. $\underline{\underline{F_c = 2.8 \cdot 10^{-19}\ N}}$

Opgave 5: **Lyn**

a) Da man kender strømstyrken og tiden, kan den passerede ladningsmængde bestemmes:

$$I = \frac{Q}{\Delta t} \Leftrightarrow Q = I \cdot \Delta t$$

$$Q = 40 \cdot 10^3 A \cdot 2.5 \cdot 10^{-3} s = 100.0000000\ A\ s = \underline{\underline{100\ C}}$$

b) Det inducerede spændingsfald bestemmes ved Faradays induktionslov, hvor det udnyttes, at der kun er én vinding, samt at radius i cirklen er 0,45m:

$$U_{induceret} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \approx \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot A_{vinding}}{\Delta t} = \frac{\Delta B \cdot \pi \cdot r^2}{\Delta t} =$$

$$\frac{2{,}67 \cdot 10^{-9} \frac{T}{A} \cdot 40 \cdot 10^3 A \cdot \pi \cdot (0{,}45m)^2}{60 \cdot 10^{-6} s} = 1{,}1324V = \underline{\underline{1{,}13\,\text{V}}}$$

Opgave 6: **NOνA**

Opgave 7: **Snerydning**

a) Sneen ser ud til at følge en parabel, så der ses bort fra luftmodstand. Affyringsvinklen for den øverste del af sneen er tæt på 45°, og det vurderes, at toppunktet ligger 6 m over affyringsstedet.
Der ses altså på den lodrette bevægelse, der er en bevægelse med konstant acceleration. Her gælder:

$$2 \cdot a \cdot \Delta s = v^2 - v_0^2$$

I toppunktet er den lodrette hastighed 0, og man har hermed:

$$\frac{2 \cdot 9.82\ m}{s^2} \cdot (-6\ m) = 0 - (v \cdot Sin(45))^2 \xrightarrow{\text{solve for v}} \left[\left[v = -\frac{15.35187285\ m}{s}\right], \left[v = \frac{15.35187285\ m}{s}\right]\right]$$

Dvs. udskydningsfarten er ca. $\underline{\underline{15\ \frac{m}{s}}}$

2. juni 2015

Opgave 1: **Laserbehandling**

a) Da man kender bølgelængden, skal man kombinere bølgeligningen med formlen for fotonenergien (som funktion af frekvensen):

$$E_{foton} = h \cdot f \quad \text{og} \quad c = \lambda \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$E_{foton} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 299792458 \frac{m}{s}}{532 \cdot 10^{-9}\, m} = 3,733881254 \cdot 10^{-19}\, J = \underline{\underline{3,73 \cdot 10^{-19}\, J}}$$

b) Hudens temperatur er ca. 25 °C, så vandet skal varmes op fra 25 °C til 100 °C, hvorefter det skal fordampes. Da man regner med 1 sekund, og da effekten er 5,3 W, er den tilførte energi 5,3 J. Dvs. man har:

$$E_{tilført} = E_{opvarmning} + E_{fordampning}$$

$$E_{tilført} = m \cdot c_{vand} \cdot \Delta T + m \cdot L_{f,\, vand}$$

$$5.3\, J = \frac{m \cdot 4180\, J}{kg \cdot K} \cdot (100 - 25)\, K + \frac{m \cdot 2.257 \cdot 10^6 J}{kg} \xrightarrow{\text{solve for m}} [[m = 0.000002061855670\, kg]]$$

Dvs. der fordamper ca. $\underline{\underline{2.1\ mg}}$ pr. sekund.

Opgave 2: **Napoleons død**

a) I Databogen fra 1998 ses under Radioaktive Nuklider side 201, at As-76 er betaminusradioaktiv (med efterfølgende gammahenfald) med en halveringstid på 26,3 timer.
.Ved et betaminushenfald udsendes sammen med elektronen en antineutrino (leptontalsbevarelse). Desuden skal nukleontallet og ladningstallet være bevaret.

$$\underline{\underline{{}^{76}_{33}As \rightarrow {}^{76}_{34}Se + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

Nukleontalsbevarelsen: 76 = 76 + 0
Ladningsbevarelsen: 33 = 34 – 1
I det periodiske system ses det, at grundstof 34 er selen.

b) Da man kender aktiviteten og halveringstiden, kan antallet af kerner beregnes:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{T_{\frac{1}{2}} \cdot A}{\ln(2)}$$

$$N = \frac{26.3 \cdot 3600\, s \cdot 46.5\, s^{-1}}{\ln(2.)} = 6.351638041\ 10^6$$

Tommelfingerreglen fortæller os, at en As-76 kerne vejer ca. 76 u.
Så massen af As-76 lige efter bestrålingen er:

$$m = m_{Se-76} \cdot N = 76 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} kg \cdot 6.351638041\ 10^6 = 8.013226553\ 10^{-19}\ kg = \underline{\underline{8.0 \cdot 10^{-16}\ g}}$$

Dvs. massen er mindre end $2.92 \cdot 10^{-14} g$

Opgave 3: **Kenguru**

a) Newtons 2. lov kan bruges til at finde accelerationen, da man har fået oplyst den resulterende kraft:

$$F_{res} = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F_{res}}{m}$$

$$a = \frac{2{,}1 \cdot 10^3 N}{575 kg} = 3{,}652173913 \frac{m}{s^2} = \underline{\underline{3,7 \frac{m}{s^2}}}$$

b) Effekten, når man kører med farten v, er givet ved:

$P = F \cdot v$.

Farten er oplyst, men man mangler at finde kraften. Her udnyttes det, at kraften udfører et arbejde, der er givet ved: $A = F \cdot \Delta s$, og energien til dette kommer fra batteriet:

$$E_{batteri} = A_{udført}$$

Dvs. man har: $P = \frac{E_{batteri}}{\Delta s} \cdot v = \frac{36 \cdot 10^6 J}{95 \cdot 10^3 m} \cdot 38 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 4000W = \underline{\underline{4,0\,\mathrm{kW}}}$

Opgave 4: **Copenhagen Suborbitals**

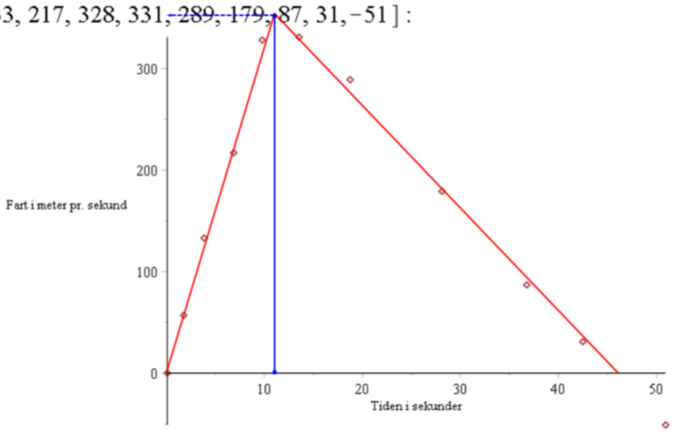
a) Hvis man kan gå ud fra, at raketten bevæger sig lodret efter 13,5 sekunder, kan den oplyste fart aflæst i tabellen under tiden 13,5 s anvendes til at finde den kinetiske energi:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 144.6\, kg \cdot \left(\frac{331\, m}{s}\right)^2 = \frac{7.921260300\ 10^6\, kg\, m^2}{s^2} = \underline{\underline{7.92 \cdot 10^6\, J}}$$

b) Dataene kan anvendes til et (t,v)-plot, og når man skal finde højden, skal man bestemme arealet under den del af grafen, der ligger over førsteaksen:

```
restart
with(Gym) :
Tid := [0, 1.7, 3.8, 6.8, 9.7, 13.5, 18.7, 28.1, 36.8, 42.5, 51] :
Fart := [0, 57, 133, 217, 328, 331, 289, 179, 87, 31, -51] :
```

plot(Tid, Fart) =



Det viser sig at være ret simpelt at tilpasse grafen med en trekant:

$$h_{maks} = T_{trekant} = \frac{1}{2} \cdot højde \cdot grundlinje = \frac{1}{2} \cdot 350 \frac{m}{s} \cdot 46s = 8050m = \underline{\underline{8{,}1\mathrm{km}}}$$

Opgave 5: **Bobslæde**

a) Hvis man kan se bort fra friktionskræfter, vil al den potentielle energi omdannes til kinetisk energi, så man har:

$$E_{kin,slut} = E_{pot,start}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot 114{,}3m} = 47{,}37986914 \frac{m}{s} = \underline{\underline{47{,}4 \frac{m}{s}}}$$

b) Banen er vandret, så der sker ingen ændring i den potentielle energi. Dvs. hele ændringen i den mekaniske energi skyldes ændringen i kinetisk energi. Denne ændring skyldes det arbejde, som gnidningskræfterne udfører på bobslæden (da de udgør den resulterende kraft).

$$E_{mek,tab} = -\Delta E_{kin} = -A_{res} = F_{res} \cdot \Delta s = \left(F_{luft} + F_{gnidning}\right) \cdot \Delta s = \left(F_{luft} + \mu \cdot m \cdot g\right) \cdot \Delta s$$

$$E_{mek,tab} = \left(48N + 0{,}0095 \cdot 630kg \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2}\right) \cdot 50m = 5338{,}635000 \text{ J} = \underline{\underline{5{,}3 \text{kJ}}}$$

Minustegnet forsvinder ved det tredje lighedstegn, da det benyttes, at den resulterende kraft er modsatrettet bevægelsen, hvorfor arbejdet bliver negativt.

c) Når man kan se bort fra friktionskræfterne, er der to kræfter, der påvirker bobslæden. Den ene er tyngdekraften, der peger lodret ned, og den anden er normalkraften, der peger vinkelret ud fra underlaget. Tilsammen udgør disse to kræfter altså den nødvendige centripetalkraft, der peger vandret ind mod cirklens centrum.
Dvs. lodret må de to kræfter ophæve hinanden, og den vandrette komposant af normalkraften svarer til centripetalkraften.
Tyngdekraften kan beregnes:

$$F_t = m \cdot g = 630kg \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} = 6186{,}60 \text{ N}$$

Ifølge trekanten (se figuren på næste side) er:

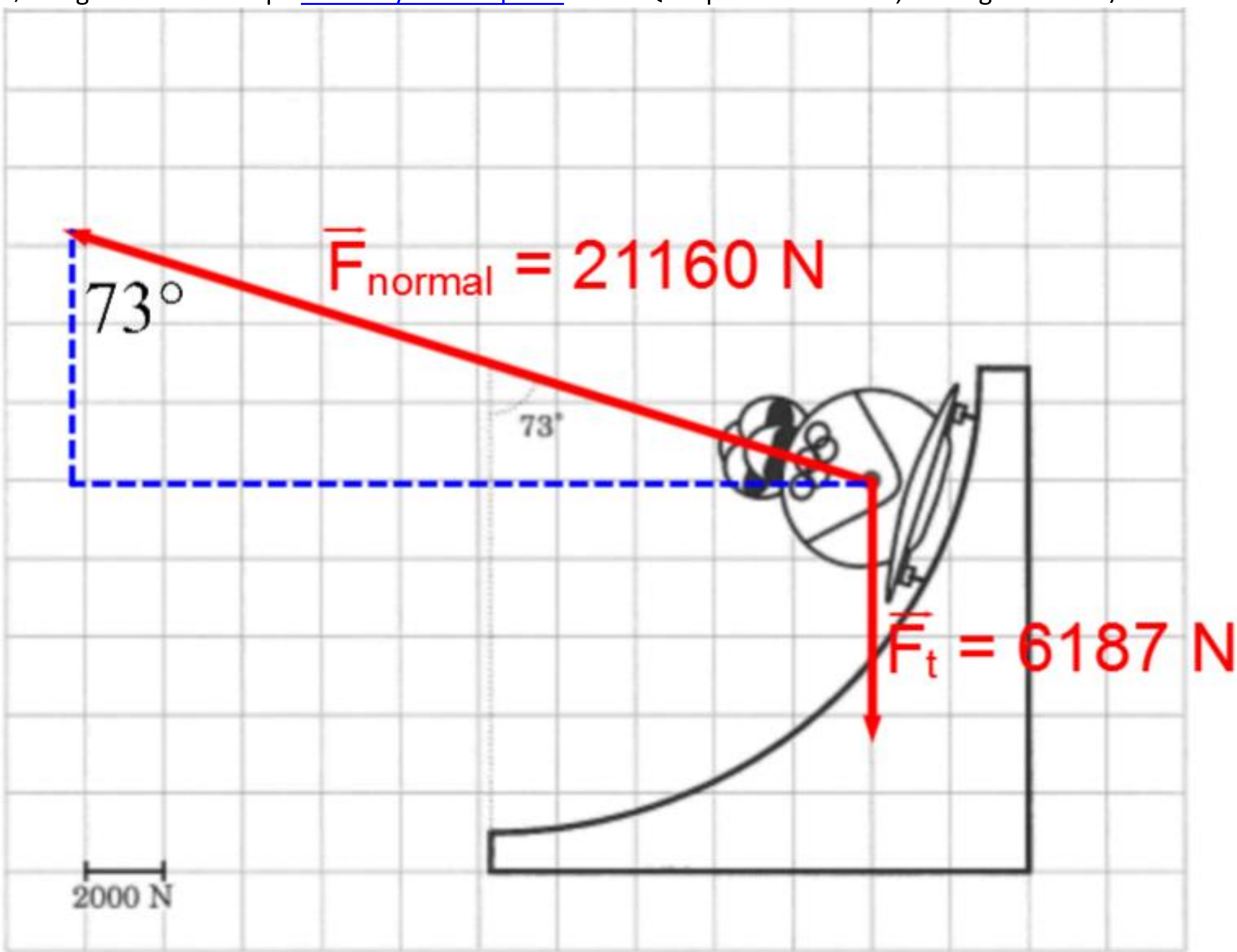
$$\cos(73°) = \frac{F_t}{F_{normal}}$$

$$F_{normal} = \frac{F_t}{\cos(73°)} = \frac{6186{,}6N}{\cos(73°)} = 21160{,}05038\ N$$

Desuden kan centripetalkraften beregnes:

$$\tan(73°) = \frac{F_{cen}}{F_t}$$

$$F_{cen} = F_t \cdot \tan(73°) = 20235{,}45681 \text{N}$$



Da man kender centripetalkraften, kan man finde farten i cirkelbevægelsen:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

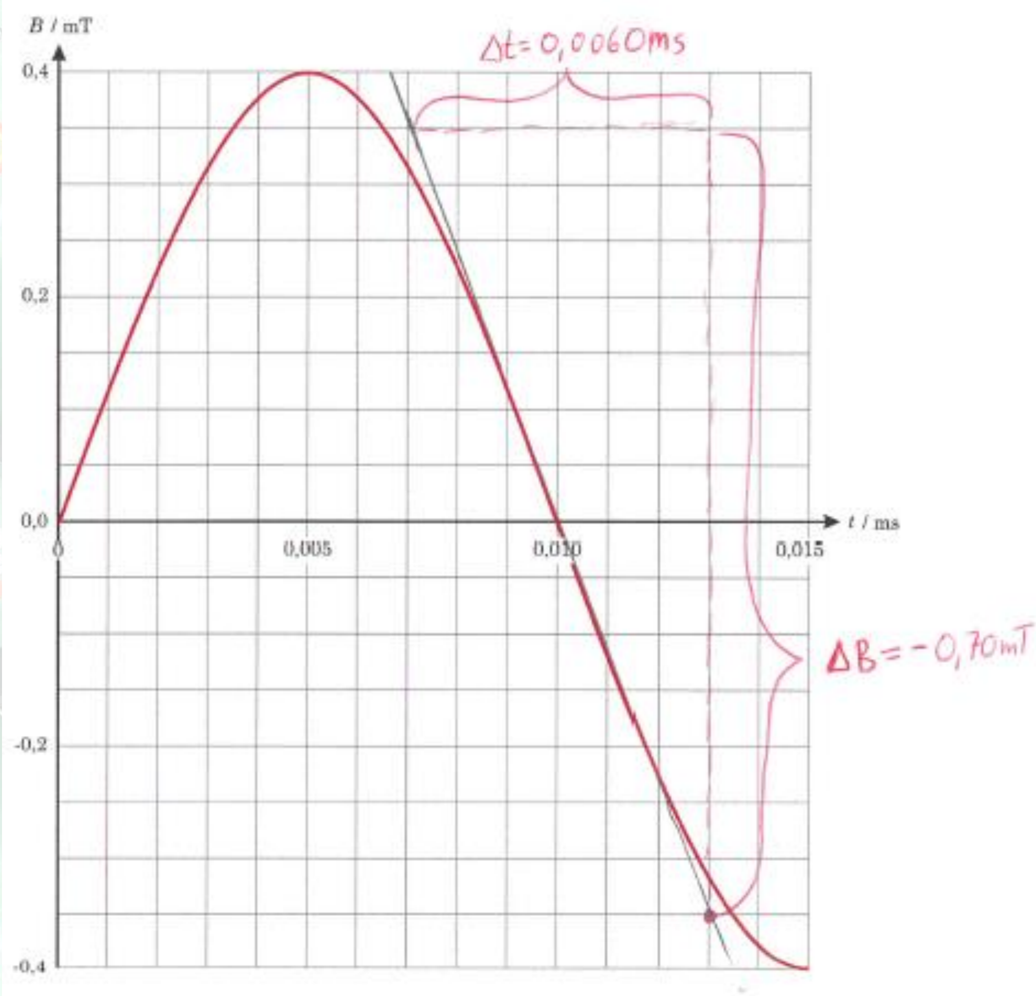
$$v = \sqrt{\frac{F_c \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{20235,45681N \cdot 20m}{630kg}} = 25,34552138\frac{m}{s} = \underline{\underline{25\frac{m}{s}}}$$

Opgave 6: **Eltandbørste**

a) Man kan bestemme effekten, da man kender spændingsfaldet og strømstyrken:

$$P = U \cdot I = 230V \cdot 4,0 \cdot 10^{-3} A = \underline{\underline{0,92W}}$$

b) Det inducerede spændingsfald bestemmes med Faradays induktionslov. Man har brug for at finde den hastighed, hvormed magnetfeltet ændres, og det gøres grafisk ved at bestemme hældningen for tangenten, der kan indtegnes på bilaget:



Så man har:

$$U_{induceret} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot N \cdot A = \frac{0,70mT}{0,0060ms} \cdot 82 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4} m^2 = 1,722V = \underline{\underline{1,7\,\mathrm{V}}}$$

Opgave 7: **MiniBooNE**

14. august 2015

Opgave 1: Chokoladefontæne

restart

a) I gymnasiet skal man altid regne med, at der ikke er faseforskydning mellem strøm og spænding, så der gælder $U = R \cdot I$ og $P = U \cdot I$, hvor P er effekten, U spændingsfaldet, I strømmen og R resistansen.

I Ohms Lov isoleres strømmen: $I = \dfrac{U}{R}$.

Dette indsættes i formlen for effekten afsat i en komponent:

$$P = \frac{U \cdot U}{R} \Leftrightarrow R = \frac{U^2}{P}$$

Dermed er:

$$R = \frac{(230.\mathrm{V})^2}{60\mathrm{W}} = \frac{881.6666667\ \mathrm{V}^2}{\mathrm{W}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 881.6666667\ \Omega$$

Dvs. resistansen er $\underline{0.88\ k\Omega}$

b) Før chokoladen begynder at smelte, skal den varmes op til sit smeltepunkt. Der skal derfor tilføres varme til følgende:

1. Chokoladen skal opvarmes fra 15°C til 35°C (opvarmning uden faseovergang). Her benyttes formlen $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$, hvor Q er den tilførte varme, m er massen, c er den specifikke varmekapacitet og ΔT er temperaturtilvæksten.
2. Chokoladen skal smeltes. Her anvendes formlen $Q = m \cdot L_s$, hvor L_s er chokoladens specifikke smeltevarme.

$$m := 1.2\mathrm{kg} : \Delta T := (35 - 15)\,\mathrm{K} : c := 2.1 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} : L_s := 65 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} :$$

$$Q_{samlet} = Q_{opvarmning} + Q_{smeltning} = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L_s = 1.2840000\ 10^5\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{tilført} = 1.3 \cdot 10^5 J}}$

Opgave 2: UVeBand

a) Sammenhængen mellem en fotons energi E_f og dens bølgelængde λ er givet ved $E_f = \dfrac{h \cdot c}{\lambda}$, hvor h er plancks konstant og c er lysets hastighed. Dvs. at jo mindre bølgelængde (i brøkens nævner), des større energi. Dvs. den største energi, der registreres, er for fotonerne med bølgelængden 280 nm:

$$E_{f,\,\max} = \frac{6.6261 \cdot 10^{-34}\mathrm{J} \cdot \mathrm{s} \cdot 299792458 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{280 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}} = 7.094481450\ 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{f,\,\max} = 7.09 \cdot 10^{-19} J}}$

b) Sammenhængen mellem den modtagne energi $E_{modtaget}$ og den modtagende effekt $P_{modtagende}$ er givet ved formlen $E_{modtaget} = P_{modtagende} \cdot \Delta t$, hvor Δt er det tidsrum, hvor energien modtages.

Da solcelles nyttevirkning η er 15%, har man $P_{modtagende} = 0.15 \cdot P_{solcellerammende}$. Man har altså:

$$\Delta t = \frac{E_{modtaget}}{P_{modtagende}} = \frac{E_{modtaget}}{0.15 \cdot P_{solcellerammende}} = \frac{0.40\mathrm{J}}{0.15 \cdot 3.7 \cdot 10^{-4}\mathrm{W}} = \frac{7207.207207\ \mathrm{J}}{\mathrm{W}}$$

$\xrightarrow{\text{simplify units}} 7207.207207\ \mathrm{s}$. Dette svarer til $\dfrac{7207.207207}{60 \cdot 60} t = 2.002002002\ t$

Dvs. UVeBand'et begynder at vibrere efter $\underline{2\ \text{timer}}$

Opgave 3: **Paranødder**

a) I databogen under *Radioaktive nuklider* ses det, at ^{228}Ra er grundstof nummer 88 (ses også i Det Periodiske System), at det er β^- – radioaktivt, samt at halveringstiden er 5,75 år.

Da henfaldet er et β^- –henfald, udsendes en elektron ${}^{0}_{-1}e$ og en antineutrino $\overline{\nu}$.

Da ladningstallet skal være bevaret, vil datterkernen have ladningstallet 89 ($88 = 89 - 1$), og i Det Periodiske System ses det, at dette er grundstoffet Actinium Ac.

Da massetallet skal være bevaret, er datterkernen ^{228}Ac ($228 = 228 + 0$).

Reaktionsskemaet er dermed:

$$\underline{\underline{{}^{228}_{88}Ra \rightarrow {}^{228}_{89}Ac + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Der skal foretages mange beregninger for at komme igennem dette spørgsmål. I sådanne situationer kan man ofte med fordel angribe problemstillingen "bagfra", dvs. man ser på, hvad man i sidste ende skal finde, og ser på, hvad man skal kende for at kunne beregne dette, og derefter hvordan man finder dette osv. I dette tilfælde er tankerækken:

1. Man skal finde massen af ^{228}Ra i posen efter 12 måneder. Man har altså brug for at kende antallet af ^{228}Ra-kerner 12 måneder efter produktionen.
2. Dette antal kan beregnes, hvis man kender antallet af ^{228}Ra-kerner lige efter produktionen.
3. Dette antal kan bestemmes, hvis man kender aktiviteten.
4. Aktiviteten ved produktionen kan beregnes, da man kender massen i posen og aktivitet pr. masse.

Da massen af paranødder i en pose er 250 g, er aktiviteten af ^{228}Ra i en pose ved produktionen:

$$A_{produktion} := 74\,\frac{Bq}{\text{kg}}\cdot 0.250\text{kg} = 18.500\;Bq$$

Antallet N af ^{228}Ra-kerner kan så bestemmes ud fra $A = k\cdot N$, da man kender halveringstiden T_{halv} og dermed kan beregne henfaldskonstanten k ved $k = \dfrac{\ln(2)}{T_{halv}}$.

$$N_{produktion} = \frac{A_{produktion}}{k} = \frac{A_{produktion}}{\ln(2)}\cdot T_{halv}.$$

$$N_{produktion} := \frac{A_{produktion}}{\ln(2.)}\cdot 5.75\cdot 365.2422\cdot 24\cdot 3600\cdot \frac{1}{Bq} = 4.842936833\;10^{9}$$

Da de 12 måneder er af samme størrelsesorden som halveringstiden, vil antallet af ^{228}Ra-kerner være målbart mindre efter de 12 måneder, og man kan beregne det nye antal ved henfaldsloven $N(t) = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{halv}}}$.

$$N_{slut} := N_{produktion}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1\;år}{5.75\;år}} = 4.292949323\;10^{9}$$

Da man nu kender antallet, kan massen bestemmes, da man som tommelfingerregel kan gå ud fra, at et ^{228}Ra -atom vejer 228 u (og ellers kan man under *nukliders masse* finde atommassen til 228,03 u):

$$m_{slut} := N_{slut}\cdot 228.03\;u\cdot 1.6605\cdot 10^{-27}\frac{\text{kg}}{u} = 1.625498709\;10^{-15}\;\text{kg}$$

Dvs. massen af ^{228}Ra er $\underline{\underline{1.6\cdot 10^{-15}\text{kg}}}$

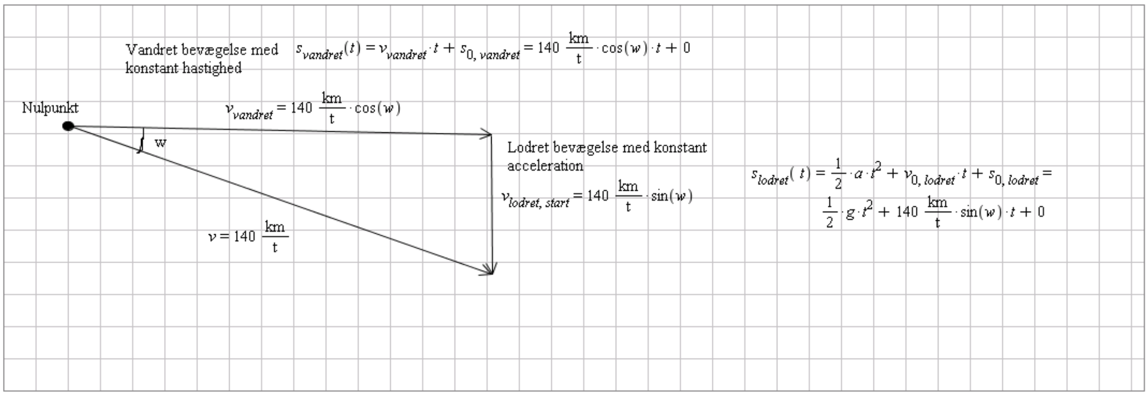
Opgave 4: **Baseballkast**

a) For en bevægelse med konstant fart v er den tilbagelagte strækning Δs givet ved formlen $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$, hvor Δt er det tidsrum, det har taget at tilbagelægge strækningen Δs. Så man har:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18.4\ \mathrm{m}}{166 \cdot \dfrac{1000\mathrm{m}}{3600\ s}} = 0.3990361446\ s$$

Dvs. det tager bolden 0.40 s at flyve de 18.4 m.

b) Der ses bort fra luftmodstand, og bevægelsen kan så deles op i en vandret bevægelse med konstant fart (positiv retning mod højre) og en lodret bevægelse med konstant acceleration - tyngdeaccelerationen - og positiv retning nedad). Nulpunktet for stedet sættes til det sted, hvor bolden slippes.



Da det er oplyst, at bolden 18,4 m henne er 1,26 m under starthøjden, har man altså følgende to ligninger, der skal være opfyldt:

Vandret: $18.4\ \mathrm{m} = 140\ \dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{t}} \cdot \cos(w) \cdot t$

Lodret: $1.26\ \mathrm{m} = \dfrac{1}{2} \cdot 9.82\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot t^2 + 140\ \dfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{t}} \cdot \sin(w) \cdot t$

Disse løses i Maple (ligningerne opstilles uden enheder):

with(*Gym*) :

$$\left[18.4 = 140 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot Cos(w) \cdot t,\ 1.26 = \frac{1}{2} \cdot 9.82 \cdot t^2 + 140 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot Sin(w) \cdot t\right] \xrightarrow{\text{solve}}$$

$\{t = 0.4731609115,\ w = 0.5005252874\},\ \{t = -0.4731609115,\ w = -179.4994747\},\ \{t = 7.938589650,\ w = -86.58312556\},\ \{t = -7.938589650,\ w = 93.41687444\}$

Da positive retninger er valgt mod højre og nedad, er det den positive, lille vinkel (den første løsning), vi skal bruge.

Dvs. vinklen er 0.50°

Opgave 5: **Malingryster**

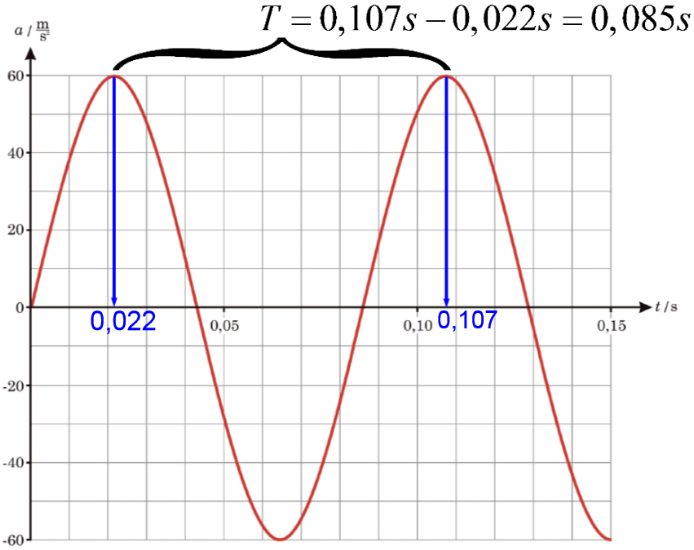
restart

with(*Gym*) :

a) Normalt aflæses svingningstiden på en graf, hvor udsvinget er afbilledet som funktion af tiden, men man kan også anvende både grafer med hastigheder og accelerationer afbilledet som funktion af tiden, da objektet et bestemt sted i sin svingning vil have en bestemt hastighed og en bestemt acceleration, og derfor vil perioderne for disse tre forskellige graftyper være den samme. Dette kan også ses ud fra ligningerne, der beskriver harmoniske svingninger. Svingningstiden aflæses som tidsafstanden mellem to ens tilstande for bølgen, dvs. f.eks. mellem to bølgetoppe. Bilaget anvendes, og aflæsningerne skal angives på grafen:

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

$$T = 0{,}107s - 0{,}022s = 0{,}085s$$

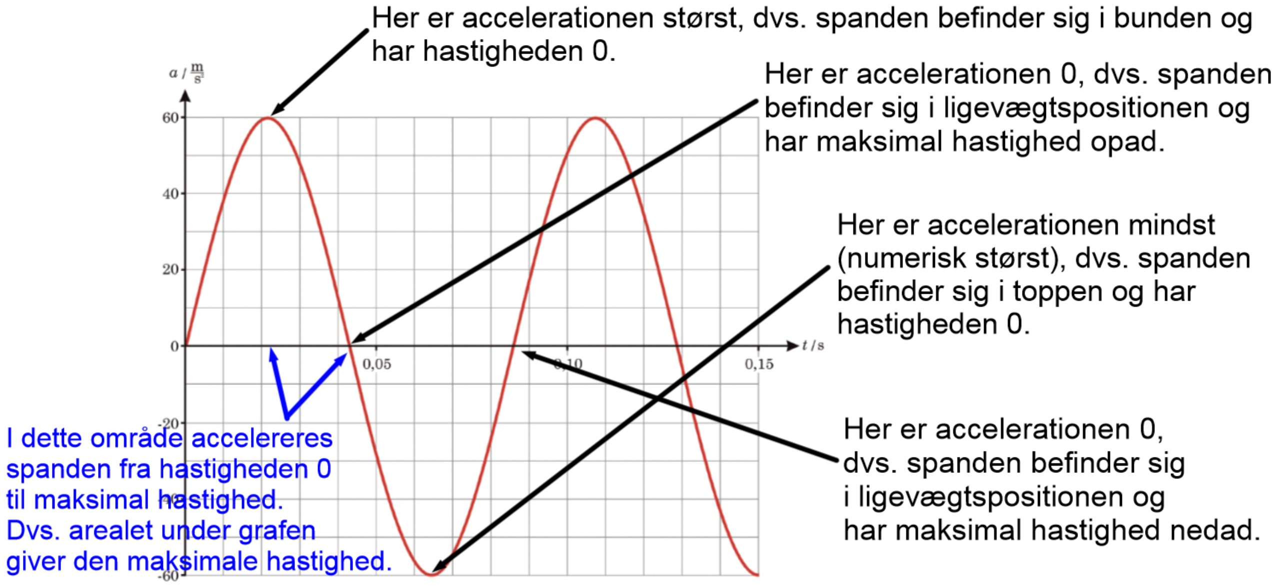


Dvs. $\underline{\underline{T = 0.085\ s}}$

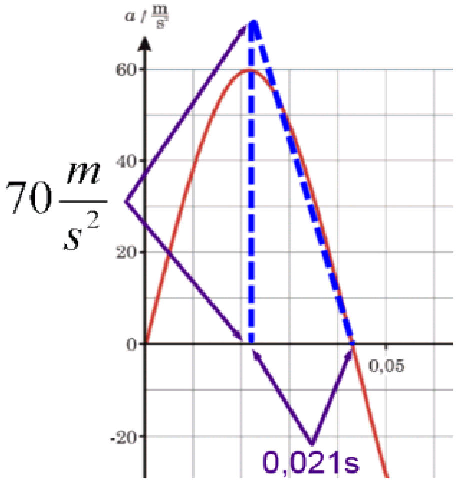
b) Da man skal bestemme farten ud fra en accelerationsgraf, skal man have fat i integralregning og et areal.

Det skal udnyttes, at $\Delta v = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\ \mathrm{d}t$.

Man skal altså finde de to tidspunkter, der skal fungere som grænser i integralet, og det er derfor nødvendigt at analysere bevægelsen:



Der tegnes en trekant for at estimere arealet under grafen i det pågældende område:



Da hastigheden er 0 ved begyndelsestidspunktet, har man altså:

$$v_{maks} = Areal_{under\ graf} \approx Areal_{trekant} = \frac{1}{2} \cdot 0.021\,\mathrm{s} \cdot 70\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{0.7350000000\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Dvs. den maksimale fart i lodret retning er $\underline{\underline{0.74\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$

Man kunne også have fundet det ved at anvende funktionsforskriften for grafen, hvor man skal kende perioden, amplituden og faseforskydningen (der er 0).

Amplituden er $60\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, og man kender perioden fra spørgsmål a), så man har:

$$a(t) := 60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{0.085\,\mathrm{s}} \cdot t\right)$$

Grænserne aflæses på grafen til 0,022 s og 0,043 s:

$$v_{maks} = \int_{0.022\,\mathrm{s}}^{0.043\,\mathrm{s}} a(t)\ \mathrm{d}t = 0.7661589226\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) Ifølge Newtons 2. lov, $F_{res} = m \cdot a$ findes den største kraft, hvor der er størst acceleration.

Da den maksimale acceleration aflæses til $60\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, har man altså:

$$F_{maks,\ spand} = m \cdot a_{maks} = 11.5\mathrm{kg} \cdot 60\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{690.0\ \mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}^2} \xrightarrow{\text{simplify units}} 690.0\ \mathrm{N}$$

Dette er den største kraft, som malingspanden påvirkes af. Da malingspanden også er påvirket af den nedadrettede tyngdekraft, skal malingrysteren i bunden af bevægelsen påvirke spanden med en større kraft, så den ophæver virkningen af tyngdekraften:

Dvs. $F_{maks,\,fra\,malingryster} = F_{maks,\ spand} + F_t = 690\ N + 11.5\ kg \cdot 9.82\ \frac{m}{s^2} = 802.93\ N = \underline{\underline{803\ \mathrm{N}}}$

Opgave 6: **Højttaler**

restart

with(*Gym*) :

a) Sammenhængen mellem resistans, spændingsfald og strømstyrke i en spole er givet ved

Ohms 1. lov: $U = R \cdot I \Leftrightarrow I = \dfrac{U}{R}$. Så man har:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{0.45\text{V}}{8.0\Omega} = \frac{0.05625000000 \text{ V}}{\Omega} \xrightarrow{\text{simplify units}} 0.05625000000 \text{ A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 0.056 \text{ A}}}$

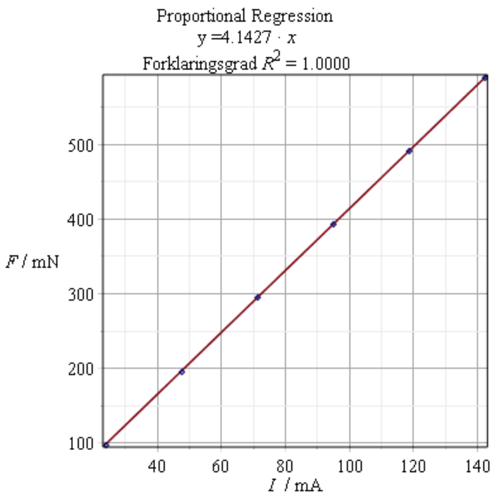
b) Da spolens vindinger er placeret vinkelret på magnetfeltet, kan man anvende BIL-kraften uden at tage hensyn til en vinkel, dvs. der gælder $F = B \cdot I \cdot L$, hvor F er kraften på spolen, B er magnetfeltets størrelse, I er strømmen gennem spolen og L er spolens længde.
I dette tilfælde er kraften og strømstyrken de to variable, og kraften er proportional med strømstyrken med proportionalitetskonstanten $B \cdot L$.
Der laves proportionel regression:

local I :

$I := [23.7, 47.4, 71.2, 94.9, 118.6, 142.3]$:

$F := [98, 196, 295, 393, 491, 590]$:

$PropReg(I, F)$



Punkterne stemmer meget fint med teorien om, at sammenhængen er en proportionalitet.

Da proportionalitetskonstanten er $4{,}1427 \dfrac{\text{N}}{\text{A}}$, og da spolen har længden 3,45 m, gælder:

$$B \cdot L = 4.1427 \frac{\text{N}}{\text{A}} \Leftrightarrow B = \frac{4.1427 \frac{\text{N}}{\text{A}}}{L} = \frac{4.1427 \frac{\text{N}}{\text{A}}}{3.45\text{m}} = \frac{1.200782609 \text{ N}}{\text{A m}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 1.200782609 \text{ T}$$

Dvs. magnetfeltets størrelse er $\underline{\underline{1.20 \text{ T}}}$

Opgave 7: **Henfald af Λ_b^0 baryonen**

3. december 2015

Opgave 1: **Røde feer**

restart
with(Gym) :

a) Definitionen på strømstyrken I er $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$, hvor ΔQ er den mængde ladning, der passerer igennem et tværsnit af lynet inden for tidsrummet Δt. Man har derfor:

$$I = \frac{18 \cdot 10^3\ \mathrm{C}}{250 \cdot 10^{-3}\mathrm{s}} = \frac{72000\ \mathrm{C}}{\mathrm{s}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 72000\ \mathrm{A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 72\ \mathrm{kA}}}$

b) Energien af en foton med bølgelængden 680 nm kan bestemmes ved $E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$, hvor h er Plancks konstant og c er lysets hastighed. Så man har:

$$E_{foton} = \frac{6.6261 \cdot 10^{-34}\mathrm{J \cdot s} \cdot 299792458 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{680 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}} = 2.921257068\ 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Da energimængden skal op på $1.12 \cdot 10^{-18}\mathrm{J}$, skal antallet N af fotoner være:

$$N = \frac{1.12 \cdot 10^{-18}\mathrm{J}}{2.921257068\ 10^{-19}\ \mathrm{J}} = 3.833965906$$

Dvs. detektoren skal rammes af $\underline{\underline{\text{4 fotoner}}}$

Opgave 2: **Volkswagen XL1**

restart
with(Gym) :

a) Da man kender effekten og spændingsfaldet, kan strømstyrken beregnes med $P = U \cdot I$.

$$I = \frac{P}{U} = \frac{19.9 \cdot 10^3\mathrm{W}}{230\mathrm{V}} = \frac{86.52173913\ \mathrm{W}}{\mathrm{V}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 86.52173913\ \mathrm{A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 86.5\ A}}$

b) Det er væsentligt at bemærke, at der står "Vurdér", for opgaven kan ikke løses uden at gøre en antagelse. Den nemmeste og mest rimelige antagelse er at regne med, at accelerationen er konstant. Med en begyndelseshastighed på 0 har man så:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a_{gen} \cdot t^2$$

$$v_{slut} = a_{gen} \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v_{slut}}{a_{gen}}$$

Udtrykket for tiden t fra den nederste ligning indsættes på t's plads i den øverste ligning:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a_{gen} \cdot \left(\frac{v_{slut}}{a_{gen}}\right)^2 \Leftrightarrow a_{gen} = \frac{v_{slut}^{\ 2}}{2 \cdot \Delta s}$$

Man har altså:

$$a_{gen} = \frac{\left(100 \cdot \frac{10^3\mathrm{m}}{3600\mathrm{s}}\right)^2}{2 \cdot 178.\mathrm{m}} = \frac{2.167429602\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Dvs. den gennemsnitlige acceleration er omkring $\underline{\underline{2.2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$

c) Man skal bruge formlen for luftmodstand, men luftmodstanden er en kraft, og man får oplyst en effekt (hvor man skal være opmærksom på, at kun 60% går til fremdrift). Man skal omregne effekten til en kraft. Dette gøres med sammenhængen $P = F \cdot v$, hvor P er effekten, hvormed der omsættes energi, når objektet påvirkes af kraften F og bevæger sig med farten v.
Man har altså:

$$P_{fremdrift} = F_{fremdrift} \cdot v_{bil} \Leftrightarrow F_{fremdrift} = \frac{P_{fremdrift}}{v_{bil}} = \frac{P_{oplyst} \cdot 0.60}{v_{bil}} = \frac{6.3 \cdot 10^3 \mathrm{W} \cdot 0.60}{100 \cdot \frac{1000\mathrm{m}}{3600\mathrm{s}}} = \frac{136.0800000 \ \mathrm{W\ s}}{\mathrm{m}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 136.0800000 \ \mathrm{N}$$

Da bilen kører med konstant fart (og altså ikke accelererer), må luftmodstanden og den fundne kraft være lige store og modsatrettede, dvs. $F_{luft} = 136.08\ N$.

Man kan derfor nu finde formfaktoren c_w ud fra formlen: $F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A_{tværsnit} \cdot \rho_{luft} \cdot v^2$

$$c_w = \frac{2 \cdot F_{luft}}{A_{tværsnit} \cdot \rho_{luft} \cdot v^2} = \frac{2 \cdot 136.08\mathrm{N}}{1.5\mathrm{m}^2 \cdot 1.205 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(100 \cdot \frac{1000\mathrm{m}}{3600\mathrm{s}}\right)^2} = \frac{0.1951421079 \ \mathrm{N\ s}^2}{\mathrm{m\ kg}} \xrightarrow{\text{simplify units}} 0.1951421079$$

Dvs. at formfaktoren er $\underline{\underline{c_w = 0.20}}$

Opgave 3: **Kortbane**

restart
with(*Gym*) :

a) Man regner med, at skubbet varer så kort tid, at der kan ses bort fra de ydre kræfters påvirkning under skubbet (dvs. kraftens impuls fra de ydre kræfter sættes til 0). Dermed vil den samlede bevægelsesmængde af løber A og løber B være bevaret, og man har altså:

$$p_{A,\,før} + p_{B,\,før} = p_{A,\,efter} + p_{B,\,efter}$$

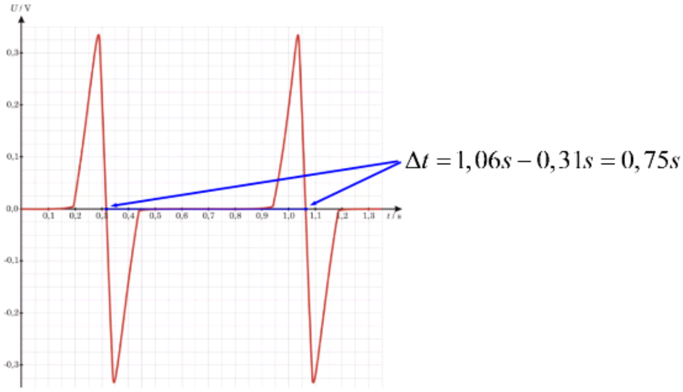
$$m_A \cdot v_{A,\,før} + m_B \cdot v_{B,\,før} = m_A \cdot v_{A,\,efter} + m_B \cdot v_{B,\,efter}$$

$$73\mathrm{kg} \cdot 11.0 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 69\mathrm{kg} \cdot 14.5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 73\mathrm{kg} \cdot v_{A,\,efter} + 69\mathrm{kg} \cdot 8.5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \xrightarrow{\text{solve for v\_\_A,efter}} \left[\left[v_{A,efter} = \frac{16.67123288 \ \mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]\right]$$

Dvs. at løber A lige efter skubbet har farten $\underline{\underline{v = 16.7 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$

Opgave 4: **Hastighedsmåling**

a) For at bestemme togets gennemsnitlige fart skal man kende den strækning, det kører inden for et givet tidsrum. På grafen for spændingsfaldet kan man aflæse, hvor lang tid der er mellem passagerne af de to magneter ved at se på tidsafstanden mellem to ens steder på de to udsving:

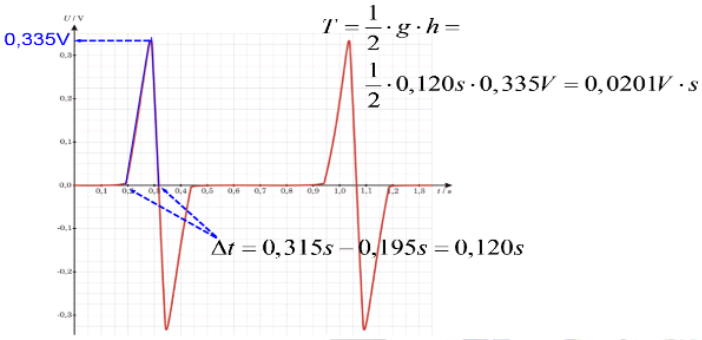


På billedet er indsat en lineal, så man kan aflæse afstanden mellem de to magneter:
Der måles fra højre kant på begge magneter: $\Delta s = 22.6\ cm - 3.4\ cm = 19.2\ cm$.
Så kan den gennemsnitlige fart bestemmes:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0.192\text{m}}{0.75\text{s}} = \frac{0.2560000000\ \text{m}}{\text{s}}$$

Dvs. $\underline{\underline{v_{gen} = 0.26\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

b) Faradays induktionslov angiver sammenhængen mellem væksthastigheden af den magnetiske flux $\frac{d\Phi_B}{dt}$ og det inducerede spændingsfald U: $U = -\frac{d\Phi_B}{dt}$.
Man skal kun kigge på størrelsen af den magnetiske flux og kan altså se bort fra fortegnet. Man ser derfor, at så længe grafen ligger over 1. aksen, vil størrelsen af den magnetiske flux øges (svarende til, at magneten er på vej ind i området foran spolen). Arealet under denne positive del af grafen svarer altså til størrelsen af den magnetiske flux gennem alle 3000 vindinger, og dette areal findes ved at betragte den som delen over 1. aksen som en trekant:



Man har altså:

$$\Phi_{B,\ 1\ vinding} = \frac{\Phi_{B,\ spole}}{3000} = \frac{0.0201\text{V}\cdot\text{s}}{3000} = 0.000006700000000\ \text{V s} \xrightarrow{\text{simplify units}} 0.000006700000000\ \text{Wb}$$

Dvs. størrelsen af den maksimale magnetiske flux gennem én vinding er $\underline{\underline{6.7\cdot 10^{-6}\text{Wb}}}$

Opgave 5: **Drikkevandskøler**

a) Da man kender både effekten og tidsrummet, kan man beregne den omsatte energi:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \Leftrightarrow E_{omsat} = P \cdot \Delta t = 115\text{W} \cdot 55 \cdot 60\text{s} = 379500 \text{ W s} \xrightarrow{\text{simplify units}} 379500 \text{ J}$$

Dvs. drikkevandskøleren omsætter $\underline{\underline{E = 0.38 \text{ MJ}}}$

b) Man arbejder med nedkøling af vand uden faseovergang, så sammenhængen mellem den tilførte energi ΔE og temperaturtilvæksten ΔT for vandet med massen m er givet ved: $\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T$, hvor c er den specifikke varmekapacitet for vand.

På grafen aflæses $\Delta T = T_{slut} - T_{start} = 5.0°C - 22.4°C = -17.4°C$

I dette temperaturområde kan man regne med $c = 4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, og man har så:

$$m = \frac{\Delta E}{c \cdot \Delta T} = \frac{-139 \cdot 10^3 \text{J}}{4.19 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (-17.4\text{K})} = 1.906564617 \text{ kg}$$

Dvs. at massen af vandet i beholderen er $\underline{\underline{m = 1.9\text{kg}}}$

Opgave 6: **Henfald**

Opgave 7: **Radioaktivt drikkevand**

a) Ved et β^- −henfald udsendes en elektron og en antineutrino, og da det er oplyst, at datterkernen ved henfaldet er U-234, har man højresiden i reaktionsskemaet (når man i Det Periodiske System har set, at U er grundstof nr. 92):

$$\rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}$$

Da der skal være ladningsbevarelse, må moderkernen har ladningstallet 91 $(92 + (-1) = 91)$.
I det periodiske system ses, at det er grundstoffet protactinium, *Pa*.
Da massetallet skal være bevaret, skal det være *Pa*-234 $(234 + 0 = 234)$.
Leptontalsbevarelsen er allerede opfyldt, da antineutrinoen blev sat på fra start.
Hermed er reaktionsskemaet:

$$\underline{\underline{{}^{234}_{91}Pa \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Man kan bestemme massen m et nuklid, hvis man kender antallet N af kerner.
Man kan finde antallet af kerner ud fra den opgivne aktivitet A, hvis man kender henfaldskonstanten k.
Den kan beregnes ud fra halveringstiden $T_{\frac{1}{2}}$, der kan findes i databogen under "radioaktive nuklider".
Jeg kan finde en halveringstid på 246 kår for $U-234$ (databogen giver forhåbentlig det samme).
Da man har $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{k} \Leftrightarrow k = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}}$ og $A = k \cdot N$, får man:

$$N = \frac{A}{k} = \frac{A \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} = \frac{0.0088\mathrm{s}^{-1} \cdot 246 \cdot 1000 \cdot 365.2422 \cdot 24 \cdot 3600\ \mathrm{s}}{\ln(2.)} = 9.855689454\ 10^{10}$$

Man kan bruge den tommelfingerregel, at massen af et U-234-atom er 234 u, da man ikke har brug for alle decimalerne endnu, men da de alligevel skal anvendes i næste spørgsmål, findes massen af atomet. Dette kan gøres i databogen under "Nukliders masse og bindingsenergi". Jeg kan finde en værdi på $m_{U-234-atom} := 234.040952306\ u$: (måske afviger den fra databogens på de sidste decimaler).

Atommasseenheden unit svarer til: $u := 1.660539040 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$:

Hermed er: $m_{U-234-samlet} = N \cdot m_{U-234-atom} = 9.855689454\ 10^{10} \cdot m_{U-234-atom} = 3.830257378\ 10^{-14}\ \mathrm{kg}$

Dvs. massen af $U-234$ i vandprøven er $\underline{\underline{3.8 \cdot 10^{-14}\mathrm{kg}}}$

c) I databogen under radioaktive nuklider ses det, at U-234 er alfaradioaktiv, dvs. det henfalder ved reaktionen:

$$^{234}_{92}U \rightarrow {}^{230}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$$

Man skal regne på kernemasser, når man skal finde Q-værdien, da det er en kernereaktion, men det er atommasser, der findes i tabellerne. Det er dog samme antal elektronmasser, der skal trækkes fra på begge sider, så man kan bruge atommasserne, der slås op i databogen.
I databogen findes atommassen for $Th-230$ og $He-4$ (igen kan værdierne afvige fra dem, jeg har fundet):

$m_{Th-230-atom} := 230.0331338\ u$:

$m_{He-4-atom} := 4.00260325415\ u$:

Man har så:

$\Delta m := m_{Th-230-atom} + m_{He-4-atom} - m_{U-234-atom} = -8.660135\ 10^{-30}\ \mathrm{kg}$

Det bemærkes, at massetilvæksten er negativ, hvilket stemmer med, at henfaldet finder sted.

$$Q = -\Delta m \cdot c^2 = -\Delta m \cdot \left(299792458 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = \frac{7.783341179\ 10^{-13}\ \mathrm{kg\ m}^2}{\mathrm{s}^2} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 7.783341179\ 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{Q = 7.783 \cdot 10^{-13}\mathrm{J}}}$

(Hvis man holder sig til enheden u og omregner til energien eV med $931{,}49 \frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u}}$, får man $Q = 4.858\ MeV$)

Man har nu fundet ud af, hvor meget energi et enkelt henfald giver, og man skal altså kende det samlede antal henfald på et døgn for at kunne bestemme den samlede energi.
Tidligere er oplyst, hvad aktiviteten for 1,0 L vand er, og dette kan så omregnes til 2100 m^3 svarende til $2100 \cdot 10^3$L vand.

$$A_{Samlet} := 0.0088 \frac{\mathrm{s}^{-1}}{L} \cdot 2100 \cdot 10^3 L = \frac{18480.0000}{\mathrm{s}}$$

Da halveringstiden er meget længere end et døgn, kan man regne med, at denne aktivitet er konstant, og dermed bliver det samlede antal henfald på et døgn:

$N_{Henfald} := A_{Samlet} \cdot 24 \cdot 3600\mathrm{s} = 1.596672000\ 10^9$

Vi kender den omsatte energi fra ét henfald (Q-værdien), og dermed bliver den samlede omsatte energi:

$E_{Samlet} = N_{Henfald} \cdot Q = N_{Henfald} \cdot 7.783341179\ 10^{-13}\ \mathrm{J} = 0.001242744293\ \mathrm{J}$

Dvs. i løbet af et døgn omsættes $\underline{\underline{E_{Samlet} = 1.2 \cdot 10^{-3}\mathrm{J}}}$