Løsninger til eksamensopgaver på fysik A-niveau 2016

25. maj 2016

Opgave 1: Proptrækker

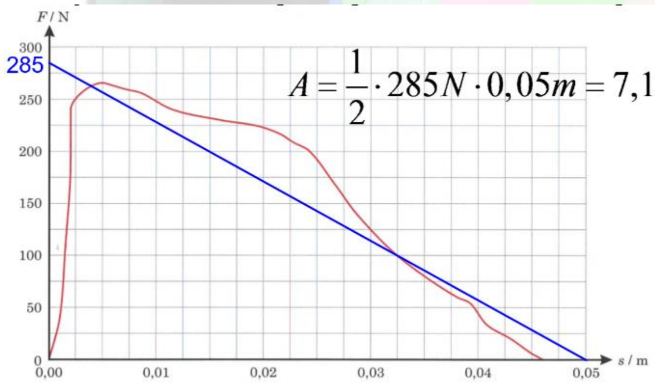
a) Når man kender massen og rumfanget, kan man pr. definition bestemme densiteten:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.73\text{kg}}{0.75\text{ L}} = \frac{0.73\text{kg}}{0.75\text{ dm}^3} = \frac{0.73\text{kg}}{0.75\cdot 10^{-3}\text{ m}^3} = \frac{973.3333333\text{ kg}}{\text{m}^3}$$

Dvs. $\underline{\underline{\rho = 9.7\cdot 10^2\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$

b) Den gennemsnitlige effekt P arbejdet A udføres med er givet ved $P = \frac{A}{\Delta t}$.

Det er oplyst, at $\Delta t = 2.3$ s. Arbejdet er givet ved $A = \int_{s_0}^{s_{slut}} F(s)\,\text{d}s$, dvs. det bestemmes som arealet under grafen for F. Området under grafen tilnærmes med en trekant ved at lægge en ret linje, hvor der er lige meget af området over og under:



$$A = \frac{1}{2}\cdot 285N\cdot 0{,}05m = 7{,}125J$$

Dvs. $P = \frac{7.125\text{J}}{2.3\text{s}} = \frac{3.097826087\text{ J}}{\text{s}}$ Dvs. $\underline{\underline{P = 3.1\text{W}}}$

*Opgave 2: **PET-skanning med** ^{13}N*

a) Kernereaktionen ved beskydning af ^{16}O med protoner er:

$${}^{16}_{8}\text{O} + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{13}_{7}N + {}^{?}_{?}?$$

Da ladningstallet skal være bevaret, skal den dannede kerne have ladningstallet 2, så det samlede ladningstal på hver side er 9. Dvs. det er en heliumkerne.

Nukleontallet er 17 på venstresiden, så den dannede kerne skal have nukleontallet 4, dvs. det er ${}^{4}_{2}He$

$$\mathbf{{}^{16}_{8}O + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{13}_{7}N + {}^{4}_{2}He}$$

b) I databogen under Radioaktive Nuklider findes halveringstiden for $N - 13$. Den skulle gerne være tæt på 9,965 min (wikipedias værdi).

Da man kender halveringstiden er det nemmest at anvende henfaldsloven på formen:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{0.5}}}$$

De oplyste værdier indsættes:

$$575\mathrm{MBq} = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{15\mathrm{min}}{9.965\mathrm{min}}} \xrightarrow{\text{solve for A\_\_0}} [[A_0 = 1632.295550\ \mathrm{MBq}]]$$

Dvs. $\underline{\underline{A_0 = 1.63\ \mathrm{GBq}}}$

c) Først bestemmes antallet af henfald. Det kan f.eks. gøres ved at integrere over aktiviteten, hvor man blot skal sikre sig, at enhederne passer, dvs. tiden skal være i sekunder.

$$N_{henfald} = \int_{t_1}^{t_2} A(t)\ \mathrm{d}t = \int_0^{30\cdot 60\mathrm{s}} 575\cdot 10^6 \frac{1}{\mathrm{s}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{9.965\cdot 60\mathrm{s}}} \mathrm{d}t = 4.344404310\ 10^{11}$$

En anden mulighed er at bestemme antallet af kerner fra start og antallet efter 30 minutter og finde forskellen mellem disse:

$$N_{start} = \frac{A_0}{k} = \frac{A_0 \cdot T_{0.5}}{\ln(2)} = \frac{575\cdot 10^6 \mathrm{s}^{-1} \cdot 9.965\cdot 60\mathrm{s}}{\ln(2.)} = 4.959877349\ 10^{11}\ \frac{1}{\mathrm{s}}\ \mathrm{s} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}}$$

$4.959877349\ 10^{11}$

$$N_{30\mathrm{min}} = N_{start} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{0.5}}} = 4.959877349\ 10^{11} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30\mathrm{min}}{9.965\mathrm{min}}} = 6.154730392\ 10^{10}$$

Hermed bliver:

$$N_{henfald} = N_{start} - N_{30\mathrm{min}} = 4.959877349\ 10^{11} - 6.154730392\ 10^{10} = 4.344404310\ 10^{11}$$

Da det er oplyst, at hvert henfald afsætter 189 fJ i patienten, bliver den samlede afsatte energi:

$$E_{afsat} = N_{henfald} \cdot E_{pr.henfald} = 4.344404310\ 10^{11} \cdot 189 \cdot 10^{-15}\mathrm{J} = 0.08210924146\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{afsat} = 82\mathrm{mJ}}}$

Opgave 3: **Skærmfilter**

a) Gitterformlen $\sin(\theta) = \frac{n\cdot\lambda}{d}$ skal benyttes. Bølgelængden λ er oplyst til 532 nm.

Afbøjningsvinklen skal bestemmes, og for at mindske de relative aflæsningsusikkerheder vælges prikkerne ved 3. orden, og man tager det halve af afstanden mellem disse i stedet for afstanden ind til 0. orden. Afstanden vurderes til:

$$x_{3.orden} = 13.0\mathrm{cm} - 7.15\ \mathrm{cm} = 5.85\ \mathrm{cm}$$

Da afstanden mellem filter og væg er 1,20 m, bliver afbøjningsvinklen:

$$\tan(\theta) = \frac{mod}{hos}$$

$$Tan(\theta) = \frac{0.5\cdot 0.0585\mathrm{m}}{1.20\mathrm{m}} \xrightarrow{\text{solve for theta}} [[\theta = 1.396308135]]$$

Hermed kan gitterkonstanten (afstanden mellem spalterne) bestemmes:

$$Sin(1.396308135) = \frac{3\cdot 532\mathrm{nm}}{d} \xrightarrow{\text{solve for d}} [[d = 65496.37143\ \mathrm{nm}]]$$

Dvs. afstanden mellem spalterne er $\underline{\underline{65\mu\mathrm{m}}}$

Opgave 4: **NTC resistor**

a) Ud fra $U = R \cdot I$ og $P = U \cdot I$ får man $P = R \cdot I^2$, der kan bruges til at finde effekten, når man kender resistansen og strømstyrken:

$$P = 25 \cdot 10^3 \Omega \cdot \left(1.9 \cdot 10^{-3} \mathrm{A}\right)^2 = 0.09025000000\ \Omega\ \mathrm{A}^2 \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.09025000000\ \mathrm{W}$$

Dvs. der omsættes elektrisk energi med effekten 90 mW

b) Man kan ud fra grafen bestemme NTC resistorens temperatur, når man kender dens resistans, så man skal finde resistansen.

Spændingsfaldet på 12,0 V over kredsløbet fordeles ifølge Kirchhoffs 2. lov over de to resistorer:

$$U_{kredsløb} = U_R + U_{NTC}$$

$$12.0\mathrm{V} = U_R + 3.5\mathrm{V} \Leftrightarrow U_R = 12.0\mathrm{V} - 3.5\ V = 8.5\mathrm{V}$$

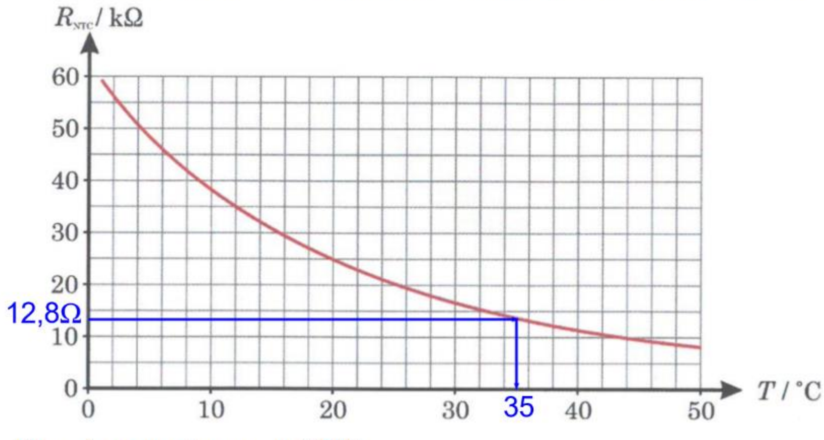
Da man kender R's resistans, kan man beregne strømmen gennem den:

$$U_R = R \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{U_R}{R} = \frac{8.5\mathrm{V}}{31 \cdot 10^3 \Omega} = \frac{0.0002741935484\ \mathrm{V}}{\Omega} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.0002741935484\ \mathrm{A}$$

Der er ingen forgreninger i kredsløbet, så strømmen gennem de to resistorer er ens (der ses bort fra den lille strøm, der må gå gennem voltmeteret, der måler U_{NTC}). Dermed kan resistansen af NTC resistoren bestemmes:

$$R_{NTC} = \frac{U_{NTC}}{I} = \frac{3.5\mathrm{V}}{0.0002741935484\ \mathrm{A}} = \frac{12764.70588\ \mathrm{V}}{\mathrm{A}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 12764.70588\ \Omega$$

Da man nu kender NTC resistorens resistans, kan temperaturen aflæses på grafen:



Dvs. temperaturen er 35°C

Opgave 5: **E-cigaret**

a) Da man kender spændingsfaldet og effekten, kan man beregne strømstyrken, når der suges:

$$P = U \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{5.5\text{W}}{3.7\text{V}} = \frac{1.486486486\ \text{W}}{\text{V}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 1.486486486\ \text{A}$$

Da man nu kender strømstyrken, kan man regne ud, hvor lang tid der går, inden ladningen 5,04 kC er leveret:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{5.04 \cdot 10^3 \text{C}}{1.486486486\ \text{A}} = \frac{3390.545456\ \text{C}}{\text{A}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 3390.545456\ \text{s}$$

Dette kan passende omregnes til minutter:

$$3390.545456\ \text{s} = \frac{3390.545456}{60}\text{min} = 56.50909093\ \text{min}$$

Dvs., der kan suges i 57min

b) For at fordampe 1,2-propandiol skal det først varmes op til kogepunktet og derefter fordampes. Det antages, at starttemperaturen er 20°C, og da batteriet på 1 sekund kan levere 5,5 J, har man:

$$E = E_{opvarmning} + E_{fordampning}$$

$$E = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L_f$$

$$5.5\text{J} = m \cdot 2.51 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}} \cdot (187 - 20)\text{K} + m \cdot 711 \frac{\text{J}}{\text{g}} \xrightarrow{\text{solve for m}} [[m = 0.004866524505\ \text{g}]]$$

Dvs. der kan fordampes 4.9mg pr. sekund.

Opgave 6: **Alcator C-Mod**

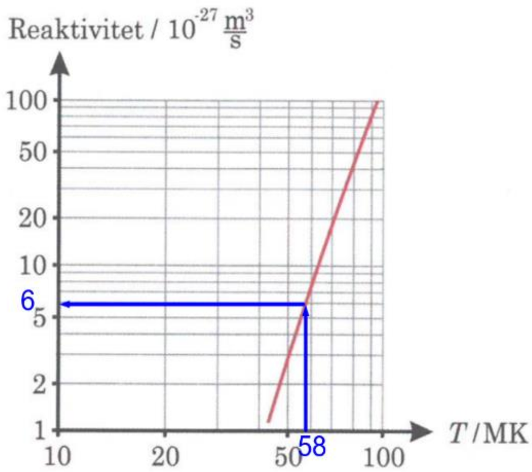
a) Det maksimale magnetfelt midt i torussen kan bestemmes ud fra formlen for en torus:

$$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{N \cdot I}{R} = \frac{4\,\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{120 \cdot 250 \cdot 10^3 \text{A}}{0.67\text{m}} = \frac{8.955223881\ \text{N}}{\text{A m}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}}$$

$8.955223881\ \text{T}$

Dvs. $B = 9.0\text{T}$

b) På grafen aflæses reaktiviteten ved 58 MK til $6 \cdot 10^{-27} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$



Lad R være reaktionsraten, r reaktiviteten og σ tæthederne. Så gælder:

$$R = r \cdot \sigma_{deuterium} \cdot \sigma_{helium}$$

Da de to tætheder er ens, har man:

$$\sigma_{deuterium} = \sqrt{\frac{R}{r}} = \sqrt{\frac{6.4 \cdot 10^{12} \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{s}^{-1}}{6 \cdot 10^{-27} \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}}} = \frac{3.265986324\ 10^{19}}{\mathrm{m}^3}$$

Dvs. at tætheden af deuterium i plasmaet er $\underline{\underline{3.3 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3}}}$

Opgave 7: **Curiosity**

a) Da det er konstant fart, har man:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{20\mathrm{m}}{0.60 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{33.33333333\ \mathrm{m}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 33.33333333\ \mathrm{s}$$

Dvs. den sidste fase tog $\underline{\underline{33\mathrm{s}}}$

b) Mars har radius 3390 km, så man kan regne med, at tyngdeaccelerationen er nogenlunde den samme hele vejen fra 125 km til 1,5 km over overfladen. Tabet i mekanisk energi bliver dermed:

$$E_{tab} = E_{mek,\ 125km} - E_{mek,\ 1.5km} = E_{kin,\ 125km} + E_{pot,\ 125km} - E_{kin,\ 1.5km} - E_{pot,\ 1.5km}$$

$$E_{tab} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{125\ km}^2 + m \cdot g_{Mars} \cdot h_{125km} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{1.5\ km}^2 - m \cdot g_{Mars} \cdot h_{1.5km}$$

$$E_{tab} = 3.3 \cdot 10^3 \mathrm{kg} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(5.9 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right)^2 + 3.72 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 125 \cdot 10^3 \mathrm{m} - \frac{1}{2} \cdot \left(79 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right)^2 - 3.72 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1.5 \cdot 10^3 \mathrm{m} \right) = \frac{5.894228835\ 10^{10}\ \mathrm{kg\ m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$$\xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 5.894228835\ 10^{10}\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{tab} = 5.9 \cdot 10^{10} \mathrm{J}}}$

(klart størstedelen af tabet er kinetisk energi, hvilket igen viser, at det ikke er relevant for udregningen, at tyngdeaccelerationen ændrer sig en smule).

c) Rumsonden er påvirket af tyngdekraften og luftmodstanden, og de er modsatrettede.
Først bestemmes luftmodstandens størrelsen (det antages, at faldskærmen er cirkelformet):

$$F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.66 \cdot \pi \cdot \left(\frac{21.35\mathrm{m}}{2} \right)^2 \cdot 0.020 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot \left(79 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \right)^2 = \frac{14746.32355\ \mathrm{m\ kg}}{\mathrm{s}^2} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 14746.32355\ \mathrm{N}$$

Da man er igang med en opbremsning, må luftmodstanden være større end tyngdekraften, og man har derfor:

$$F_{res} = F_{luft} - F_t \Leftrightarrow m \cdot a = F_{luft} - m \cdot g_{Mars}$$

$$3.3 \cdot 10^3 \mathrm{kg} \cdot a = 14746.32355\ \mathrm{N} - 3.3 \cdot 10^3 \mathrm{kg} \cdot 3.72 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Leftrightarrow$$

$$a = \frac{14746.32355\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 3.3 \cdot 10^3 \mathrm{kg} \cdot 3.72 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{3.3 \cdot 10^3 \mathrm{kg}} = \frac{0.0003030303030 \left(14746.32355 \frac{\mathrm{m\ kg}}{\mathrm{s}^2} - \frac{12276.000\ \mathrm{m\ kg}}{\mathrm{s}^2} \right)}{\mathrm{kg}}$$

$$\xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.748582893 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Dvs. accelerationen er $\underline{\underline{0.75 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}$

1. juni 2016

Opgave 1: Hot Stone massage

restart
with(Gym) :

a) Varmelegemet kan regnes som en ohmsk modstand, dvs. $U = R \cdot I$, og da $P = U \cdot I$, har man $P = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$.

Resistansen isoleres i formlen, så man får:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\text{V})^2}{1.20 \cdot 10^3 \text{W}} = \frac{44.08333333 \text{ V}^2}{\text{W}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 44.08333333\ \Omega$$

Dvs. $\underline{\underline{R = 44.1\Omega}}$

b) Koldt vand er omkring 10°C, og hvis man regner med, at stenene er stuetemperatur, er de omkring 20°C. Selvom disse temperaturer ændrer sig, når stenene puttes i vandet, fordi der strømmer varme fra stenene til vandet, kan man regne med disse starttemperaturer, da det er en varmeudveksling inden for systemet.

Da starttemperaturerne er anslåede værdier, kan man regne med, at 1 L vand vejer 1 kg. Dermed bliver den energi, der skal tilføres for at opvarme til 50°C:

$$\Delta E = E_{vand} + E_{sten} = m_v \cdot c_v \cdot \Delta T_v + m_s \cdot c_s \cdot \Delta T_s = 9.0\text{kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 40\text{K} + 3.2\text{kg} \cdot 920 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 30\text{K} =$$

$1.5931200\ 10^6$ J

Den tid, det tager at tilføre denne mængde energi, er:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{1.5931200\ 10^6 \text{ J}}{1.2 \cdot 10^3 \text{W}} = \frac{1327.600000 \text{ J}}{\text{W}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 1327.600000 \text{ s}$$

Dette svarer til $\frac{1327.6}{60}$ min $= 22.12666667$ min

Dvs. det tager omkring **22 minutter** at opvarme stenene og vandet.

Opgave 2: Antennegalaksen

a) Bølgeligningen for lys er $c = \lambda \cdot f$, og da sammenhængen mellem fotoners energi og deres frekvens er givet ved $E_{foton} = h \cdot f$, bliver sammenhængen mellem fotonens energi og dens bølgelængde:

$$E_{foton} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Dette viser, at jo mindre energi, jo større bølgelængde, så den største bølgelængde svarer til den mindste energi:

$$\lambda_{maks} = \frac{h \cdot c}{E_{foton,\ min}} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s} \cdot 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1.6 \cdot 10^{-17} \text{J}} = 1.241515517\ 10^{-8} \text{ m}$$

Dvs. den største bølgelængde er $\underline{\underline{12\text{nm}}}$

b) Da rødforskydningen er lille (et godt stykke under 0,1), gælder der med god tilnærmelse, at den svarer til forholdet mellem galaksens hastighed væk fra os og lysets hastighed. Dvs.:

$$v_{gal} = z \cdot c = 0.005688 \cdot 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{1.705219501\ 10^6 \text{ m}}{\text{s}}$$

Dvs. Antennegalaksen bevæger sig væk fra os med farten $\underline{\underline{1.705 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

Hubbles Lov kan så bruges til at estimere afstanden til galaksen. I Databog 12 angives Hubblekonstanten på side 262 til 70 $\frac{\frac{\text{km}}{\text{s}}}{\text{Mpc}}$ (man vil kunne finde lidt andre værdier i andre bøger). Så bliver afstanden:

$$v = H\cdot r \Leftrightarrow r = \frac{v}{H} = \frac{1.705219501\ 10^{6}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{70\cdot 10^{3}\,\frac{\frac{\text{m}}{s}}{10^{6}\cdot \text{pc}}} = \frac{2.436027859\ 10^{7}\ s\ \text{pc}}{\text{s}}$$

Dvs. afstanden er $\underline{\underline{24\ Mpc}}$

c) Den mekaniske energi er bevaret, dvs. der gælder:

$$E_{kin,\ tæt} + E_{pot,\ tæt} = E_{kin,\ fjern} + E_{pot,\ fjern}$$

Massen af Chandra-teleskopet betegnes m:

$$G := 6.6742\cdot 10^{-11}\text{N}\cdot\frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} : M_{Jord} := 5.976\cdot 10^{24}\text{kg} :$$

$$r_{tæt} := 2.26\cdot 10^{7}\text{m} : v_{tæt} := 5.5\cdot 10^{3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} : r_{fjern} := 1.39\cdot 10^{8}\text{m} :$$

Udtrykkene for kinetisk og potentiel energi indsættes i energibevarelsesudtrykket:

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{tæt}^{\ 2} - G\cdot\frac{m\cdot M_{Jord}}{r_{tæt}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{fjern}^{\ 2} - G\cdot\frac{m\cdot M_{Jord}}{r_{fjern}}$$

Det ses, at teleskopets masse kan forkortes væk:

$$\frac{1}{2}\cdot v_{tæt}^{\ 2} - G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{tæt}} = \frac{1}{2}\cdot v_{fjern}^{\ 2} - G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{fjern}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot v_{fjern}^{\ 2} = \frac{1}{2}\cdot v_{tæt}^{\ 2} - G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{tæt}} + G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{fjern}} \Leftrightarrow$$

$$v_{fjern} = \sqrt{2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot v_{tæt}^{\ 2} - G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{tæt}} + G\cdot\frac{M_{Jord}}{r_{fjern}}\right)} =$$

$$\sqrt{\frac{3.025000000\ 10^{7}\ \text{m}^2}{\text{s}^2} - \frac{2.955762548\ 10^{7}\ \text{N m}}{\text{kg}}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 832.0904518\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dvs. at farten længst fra Jorden er $\underline{\underline{0.83\,\frac{\text{km}}{\text{s}}}}$

Opgave 3: Meget lille pacemaker

a) Det samlede spændingsfald over resistoren og hjertet skal svare til spændingskildens spændingsfald, så man har:

$$U = U_{resistor} + U_{hjerte} = R_{resistor}\cdot I + U_{hjerte}$$

$$U_{hjerte} = U - R_{resistor}\cdot I = 6.5\text{V} - 450\Omega\cdot 8.9\cdot 10^{-3}\text{A} = 6.5\ \text{V} - 4.005000000\ \Omega\ \text{A} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 2.495000000\ \text{V}$$

Dvs. at spændingsfaldet over hjertet er $\underline{2.5\text{V}}$

b) Den afsatte energi i et enkelt hjerteslag kan beregnes ved $E_{hjerteslag} = P\cdot\Delta t = U\cdot I\cdot\Delta t$

Det er oplyst, at strømstyrken er konstant, og på grafen kan man se, at man kan regne med et gennemsnitligt spændingsfald på 2,2 V (kurven buer, så man skal lidt under 2,25V). Energien for 74 hjerteslag bestemmes så:

$$74\cdot E_{hjerteslag} = 74\cdot 2.2\text{V}\cdot 8.9\cdot 10^{-3}\text{A}\cdot 0.5\cdot 10^{-3}\text{s} = 0.0007244600000\ \text{V A s} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.0007244600000\ \text{J}$$

Da der kan leveres 3,5 kJ til hjertet, er levetiden:

$$t_{levetid} = \frac{E_{samlet}}{74\cdot E_{hjerteslag}} = \frac{3.5\cdot 10^{3}\text{J}}{0.0007244600000\ \frac{\text{J}}{\text{min}}} = \frac{4.831184606\ 10^{6}\ \text{J}}{\frac{\text{J}}{\text{min}}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 2.898710764\ 10^{8}\ \text{s}$$

Dette svarer til: $t_{levetid} = \frac{2.898710764\ 10^{8}}{60\cdot 60\cdot 24\cdot 365.2422}\text{year} = 9.185656286\ \text{yr}$

Dvs. levetiden er $\underline{\underline{9.2\ \text{år}}}$

Opgave 4: Produktion af ^{32}P

a) I det periodiske system findes grundstofnumrene for svovl og fosfor, så man kan opskrive reaktionsskemaet:

$${}^{32}_{16}S + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{32}_{15}P + ?$$

Da det samlede ladningstal skal være ens på begge sider (16 på venstresiden), må den manglende partikel have ladningen 1.
Da det samlede nukleontal skal være bevaret (33 på venstresiden), må den manglende partikle have nukleontallet 1.
Dvs. det er en proton.
Hermed bliver reaktionsskemaet:

$$\boldsymbol{{}^{32}_{16}S + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{32}_{15}P + {}^{1}_{1}p}$$

b) Når aktiviteten er konstant, betyder det, at der dannes lige så mange kerner pr. tid, som der henfalder, dvs. der har indstillet sig en ligevægt.
Når man kender aktiviteten af P-32, kan man bestemme antallet af kerner, hvis man også kender henfaldskonstanten (eller halveringstiden). I Databog 12 under *Radioaktive nuklider* side 200 findes halveringstiden for P-32 til 14,28 døgn. Massen af et P-32 atom kan som tommelfingerregel sættes til 32 u (eller slås op under *Nukliders masse og bindingsenergi* til 31,9739 unit).
Man har hermed:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2) \cdot N}{T_{\frac{1}{2}}} \Leftrightarrow N = \frac{A \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)}$$

$$m_{prøve} = m_{P-32-atom} \cdot N = \frac{m_{P-32-atom} \cdot A \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} =$$

$$\frac{31.9739 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot 23 \cdot 10^{3} \text{s}^{-1} \cdot 14.28 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{\ln(2.)} = 2.172941455\ 10^{-15} \text{ kg}$$

Dvs. massen af P-32 i prøven er $\underline{\underline{2.2 \cdot 10^{-15} \text{kg}}}$

Opgave 5: Plasmaopvarmning

a) Ud fra formlen for en torus kan strømstyrken bestemmes:

$$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{N \cdot I}{R} \Leftrightarrow I = \frac{2 \cdot \pi \cdot B \cdot R}{\mu_0 \cdot N} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2.147 \text{T} \cdot 2.863 \text{m}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2} \cdot 768} = \frac{40018.62633 \text{ T m A}^2}{\text{N}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}}$$

40018.62633 A

Dvs. at strømstyrken er $\underline{\underline{40.0 \text{kA}}}$

b) Da man kender temperaturen, kan man bestemme den gennemsnitlige kinetiske energi for partiklerne (i dette tilfælde deuteriumkernerne):

$$E_{kin,\ gen} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 37.3 \cdot 10^{6} \text{K} = 7.724736750\ 10^{-16} \text{ J}$$

Dvs. deuteriumkernernes gennemsnitlige kinetiske energi er $\underline{\underline{7.72 \cdot 10^{-16} \text{J}}}$


Den omtrentlige masse af en deuteriumkerne findes ved at trække en elektronmasse for massen af et deuteriumatom (findes side 221 i Databog 12, nukliders masse og bindingsenergi):

$m_{\mathrm{D}} := 2.014101778 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg} - 9.1094 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg} = 3.343505062\ 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

Så kan farten for deuteriumkerner med den gennemsnitlige kinetiske energi beregnes:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 7.724736750\ 10^{-16}\ \mathrm{J}}{m_{\mathrm{D}}}} = 6.797603821\ 10^5 \sqrt{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}}$$

$$6.797603821\ 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

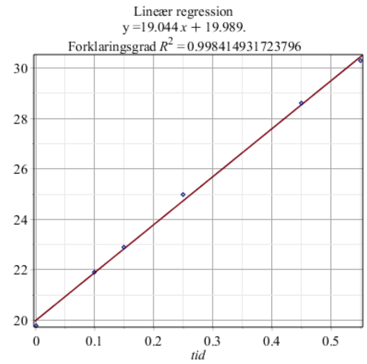
Dvs. de bevæger sig med farten $\underline{\underline{6.80 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$

c) Først undersøges det, om der er en lineær sammenhæng mellem tid og elektrontæthed:

$Tid := [0, 0.1, 0.15, 0.25, 0.45, 0.55]$:

$Tæthed := [19.8, 21.9, 22.9, 25, 28.6, 30.3]$:

$LinReg(Tid, Tæthed)$



Punkterne danner med god tilnærmelse en ret linje, så der er en lineær sammenhæng, og hældningen for grafen fortæller os, at hvert sekund øges tætheden med $19.044 \cdot 10^{18}\mathrm{m}^{-3}$

Da rumfanget er på $110\ \mathrm{m}^3$, giver det os en forøgelse af elektroner pr. sekund med:

$N_e = 110\mathrm{m}^3 \cdot 19.044 \cdot 10^{18}\mathrm{m}^{-3} = 2.094840000\ 10^{21}$

Der kommer én elektron fra hvert ioniseret deuterium, så ovenstående antal svarer også til antallet af deuteriumkerner, der tilføres pr. sekund.

Da vi kender massen af et enkelt deuteriumatom, kan vi bestemme den samlede tilførte masse pr. s:

$m_{tilført} = m_{\mathrm{D}-atom} \cdot N_e = 2.014101778 \cdot 1.6605 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg} \cdot 2.094840000\ 10^{21} = 0.000007006016418\ \mathrm{kg}$

Dvs. der tilføres $\underline{\underline{7.01\mathrm{mg\ pr.\ s}}}$

Opgave 6: **Skihop**

a) Da man kender den gennemsnitlige fart vandret og længden vandret, og da en bevægelse kan opdeles efter komposanter, kan skihoppets varighed beregnes:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{208\mathrm{m}}{96 \cdot \frac{1000}{3600} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{39}{5}\ \mathrm{s} \xrightarrow{\text{at 10 digits}} 7.800000000\ \mathrm{s}$$

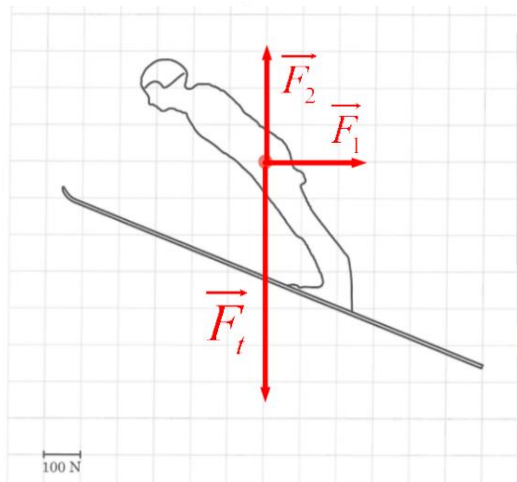
Dvs. hoppet varer $\underline{\underline{7.8\ \mathrm{s}}}$

b) Udover de to oplyste kræfter F_1 og F_2 påvirkes skihopperen også af tyngdekraften. Da han vejer 65 kg, er størrelsen af tyngdekraften:

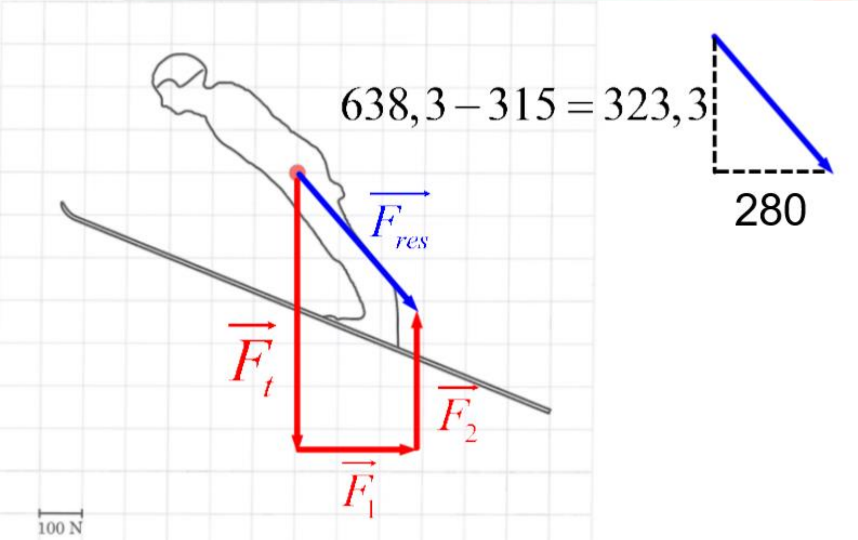
$$F_t = m \cdot g = 65\text{kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{638.30\ \text{kg m}}{\text{s}^2} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 638.30\ \text{N}$$

På grafen aflæses det ved at gå lodret op fra $x = 60\ m$, at $F_1 = 280\ N$ og $F_2 = 315\ N$.

Tyngdekraften peger lodret nedad, og hermed kan de tre kræfter indtegnes:



De tre vektorer adderes, hvorved man får den resulterende kraft:



Dvs. retningen er skråt nedad som angivet på figuren. Vinklen med lodret kan bestemmes, da man kan konstruere en retvinklet trekant med kateterne 280 og 323,3 (målt i N) som vist på figuren:

$$Tan(v_{lodret}) = \frac{280}{323.3} \xrightarrow{\text{solve for v\_\_lodret}} [[v_{lodret} = 40.89481107]]$$

Dvs. kraften danner vinklen 41° med lodret.

Størrelsen kan bestemmes med Pythagoras, da det er en retvinklet trekant:

$$F_{res} = \sqrt{(280\text{N})^2 + (323.3\text{N})^2} = 427.6948562\ \text{N}$$

Dvs. størrelsen af den resulterende kraft er $\underline{\underline{428\text{N}}}$

Opgave 7: **Ishockey**

a) Der ses bort fra luftmodstand, da pucken er ret kompakt og næppe skal have en særlig stor begyndelsesfart for at kunne komme fra den ene ende til den anden. Hvis man ved noget om ishockey, ved man, at banen er ca. 60 meter lang, og ellers må man vurdere en længde.
Pucken må være lavet, så den glider godt, dvs. den dynamiske gnidningskoefficient må være meget lille, så 0,05 er et realistisk bud.
Puckens vægt anslås til 150 g (man kan godt klare sig uden massen ved at sætte to formler sammen).
Det arbejde, der udføres af gnidningskraften over 60 m er:

$$A = -F_{gnid} \cdot \Delta s = -\mu_g \cdot F_n \cdot \Delta s = -\mu_g \cdot m \cdot g \cdot \Delta s = -0.05 \cdot 0.150\text{kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 60\text{m} = -\frac{4.4190000 \text{ kg m}^2}{\text{s}^2}$$

$$\xrightarrow{\text{simplify symbolic}} -4.4190000 \text{ J}$$

Dvs. dette er tabet i kinetisk energi. Farten fra start har altså været:

$$E_{kin,\,start} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin,\,start}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.419\text{J}}{0.150\text{kg}}} = 7.675936425 \sqrt{\frac{\text{J}}{\text{kg}}}$$

$$\xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 7.675936425 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dvs. pucken begyndelsesfart var $\underline{\underline{8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

16. august 2016

Opgave 1: **Laserbehandling af øjet**

a) Da man kender den effekt, hvormed energien afsættes, kan aktiveringstiden *t* bestemmes ved:

$$P = \frac{\Delta E}{t} \Leftrightarrow t = \frac{\Delta E}{P}$$

$$t = \frac{1.5\ \text{J}}{18 \cdot 10^{-3}\text{W}} = \frac{83.33333333\ \text{J}}{\text{W}} \overset{\text{simplify}}{=} 83.33333333\ \text{s}$$

Dvs. **øjet skal bestråles i 83 sekunder for at stoffet aktiveres.**

b) Først bestemmes energien af den enkelte foton med bølgelængden 689 nm:

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6.6260693 \cdot 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s} \cdot 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{689 \cdot 10^{-9}\text{m}} = 2.883085054\ 10^{-19}\ \text{J}$$

Da effekten er 18 mW, afsættes der pr. sekund energien 18 mJ i øjet.
Antallet *N* af fotoner er derfor:

$$N = \frac{E_{afsat\,pr.\,sekund}}{E_{foton}} = \frac{18 \cdot 10^{-3}\text{J}}{2.883085054\ 10^{-19}\ \text{J}} = 6.243312168\ 10^{16}$$

Dvs. $\underline{\underline{N = 6.2 \cdot 10^{16}}}$

Opgave 2: **Vestforbrænding**

a) Den producerede energi fås ved at multiplicere den frigivne energi med nyttevirkningen.
Så antallet *n* af tons afbrændt affald på et år bestemmes ved:

$$n = \frac{E_{årlig\,produktion}}{E_{frigivet\,pr.\,ton} \cdot \eta} = \frac{5.24 \cdot 10^{15}\text{J}}{10.5 \cdot 10^{9}\text{J} \cdot 0.91} = 5.484039770\ 10^{5}$$

Dvs. der afbrændes $\underline{\underline{5.5 \cdot 10^{5}}}$ tons affald om året på Vestforbrænding.

b) Der frigives energi ved tre processer (det antages, at trykket er 1 atm, så vandet fortættes ved 100 °C):
1) Nedkøling af vanddampen fra 116 °C til 100 °C
2) Omdannelse af vanddamp til vand (fortætning)
3) Nedkøling af vand fra 100 °C til 46 °C.
I databogen (version 2012) findes vands fordampningsvarme (svarende til energien frigivet ved fortætning) på side 152 til at være 2257 $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ ved 100 °C, og på side 151 findes vands specifikke varmekapacitet. Her vælges gennemsnittet mellem værdierne for 50 °C og 100 °C, dvs. 4,198 $\frac{kJ}{kg \cdot K}$. Dette er præcist nok, når der kun regnes med 2 betydende cifre:

$$E_{årligt\ udbytte} = E_{vanddamp} + E_{fortætning} + E_{vand} = -m \cdot c_{vanddamp} \cdot \Delta T_{vanddamp} + m \cdot L_{fortætning} - m \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} =$$
$$m \cdot \left(-c_{vanddamp} \cdot \Delta T_{vanddamp} + L_{fortætning} - c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} \right) =$$

$$1.46 \cdot 10^{8}\text{kg} \cdot \left(-1.89 \cdot 10^{3} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (100 - 116)\,\text{K} + 2257 \cdot 10^{3} \frac{\text{J}}{\text{kg}} - 4.198 \cdot 10^{3} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (46 - 100)\,\text{K} \right) = 3.670340720\ 10^{14}\ \text{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{årligt\ udbytte} = 3.7 \cdot 10^{14}\text{J}}}$

Opgave 3: Natrium i blodet

a) I databogen (version 2012) findes Na-24 under "Radioaktive nuklider" på side 200, hvor det ses, at Na-24 henfalder ved et β^--henfald (efterfulgt af et gammahenfald, men det er ikke et henfald af Na-24):

Ved et β^--henfald udsendes en elektron og en antineutrino, fordi en neutron i kernen omdannes til en proton.
Dvs. nukleontallet ændres ikke ved reaktionen, mens protontallet vokser med 1. Natrium er grundstof nr. 11, så datterkernen er grundstof nr. 12, dvs. magnesium (Mg):

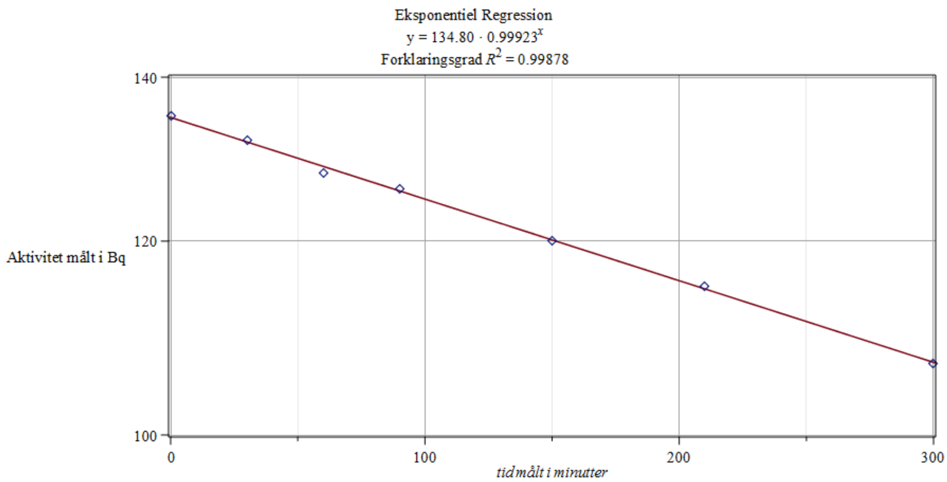
$$^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

b) Da Mg-24 er stabilt, får man ikke en henfaldskæde, og det må derfor forventes, at den målte aktivitet følger henfaldsloven, dvs. at det rent matematisk er en eksponentiel udvikling. Dette undersøges ved at indsætte punkterne i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem og tjekke, at punkterne tilnærmelsesvis danner en ret linje. Samtidig bestemmes en forskrift, der kan bruges til at bestemme halveringstiden:

$tid := [0, 30, 60, 90, 150, 210, 300]:$

$Aktivitet := [135, 132, 128, 126, 120, 115, 107]:$

$ExpReg(tid, Aktivitet)$



Punkterne ses med god tilnærmelse at danne en ret linje (ordinataksen er gjort logaritmisk).

For at kunne arbejde videre med forskriften med flere cifre defineres den:

$A(t) := ExpReg(tid, Aktivitet, t):$

$A(t) = 134.800943461811\ 0.999232493725398^t$

Halveringstiden kan bestemmes ud fra fremskrivningsfaktoren $a = 0.9992324937$:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(a)} = \frac{\ln(0.5)}{\ln(0.999232493725398)} = 902.7693311$$

Dvs. **halveringstiden er 903 minutter.**

Da blodprøven er taget 4,0 timer efter neutronbestrålingen, kan man finde aktiviteten af prøven umiddelbart efter neutronbestrålingen (hvis man havde taget sådan en prøve) ved at finde aktiviteten for tiden −240 minutter:

$A(-240) = 162.076983221399$ Bq

For at kunne bestemme antallet af kerner ud fra aktiviteten, skal man kende henfaldskonstanten, og den kan beregnes ud fra halveringstiden $\left(T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{k}\right)$:

$$k := \frac{\ln(2.)}{902.7693311 \cdot 60\, s} = \frac{0.0001279668306}{s}$$

Dvs. man har:

$$A = k \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{A}{k} = \frac{162.076983221399 \text{Bq}}{0.0001279668306 \text{Bq}} = 1.266554641\ 10^7$$

Dvs. der var $\underline{\underline{1.3 \cdot 10^7}}$ kerner i blodprøven umiddelbart efter neutronbestrålingen.

Opgave 4: **New Horizons**

a) Da man kender den samlede strækning og det samlede tidsforbrug, kan gennemsnitsfarten beregnes:

$$v_{gennemsnit} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5.25 \cdot 10^{12}\text{m}}{3462 \cdot 24 \cdot 3600\text{s}} = \frac{17551.67212\ \text{m}}{\text{s}} \approx 17.6 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

b) Plutos masse kan regnes som værende placeres i planetens centrum, og det er tyngdekraften, der udgør hele kraften mellem de to objekter, så man har:

$$F = G \cdot \frac{M_{planet} \cdot m_{rumsonde}}{r^2} = 6.6742 \cdot 10^{-11}\text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1.31 \cdot 10^{22}\text{kg} \cdot 470\text{kg}}{\left(1.25 \cdot 10^7 + \frac{2.37 \cdot 10^6}{2}\right)^2 \text{m}^2} = 2.194212914\ \text{N} \approx 2.19\ N$$

c) New Horizons mekaniske energi kan bestemmes, da man både kender afstanden til Solen og farten:

$$E_{mek} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot m_{rumsonde} \cdot v^2 - G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumsonde}}{r} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 470\text{kg} \cdot \left(14.5 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 6.6742 \cdot 10^{-11}\text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{1.989 \cdot 10^{30}\text{kg} \cdot 470\text{kg}}{4.92 \cdot 10^{12}\text{m}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 3.672736303\ 10^{10}\ \text{J}$$

Da den mekaniske energi er positiv (dvs. den kinetiske energi er numerisk større end den potentielle), vil New Horizons fortsætte med at bevæge sig væk fra Solen.

Når New Horizons ikke længere er påvirket af Solen, er den potentielle energi 0, dvs. den mekaniske energi svarer til den kinetiske energi. Dette kan bruges til at bestemme farten:

$$E_{kin,\ slut} = E_{mek} = 3.6727 \cdot 10^{10}\text{J dvs. } \frac{1}{2} \cdot m_{rumsonde} \cdot v^2 = 3.6727 \cdot 10^{10}\text{J}$$

$$3.672736303 \cdot 10^{10}\ \text{J} = \frac{1}{2} \cdot 470\ \text{kg} \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.672736303 \cdot 10^{10}\ \text{J}}{470\text{kg}}} \overset{\text{simplify}}{=} 12501.46596\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{slut} = 12.5\ \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Opgave 5: **Svingende magnet**

a) På grafen aflæses placeringen af første og sidste bølgetop, da perioden er tiden mellem maksimale udsving til én side:
$T = t_{top3} - t_{top1} = 1.725\text{s} - 0.375\text{s} = \underline{\underline{1.35\text{s}}}$

b) Da bevægelsen kan betragtes som en jævn cirkelbevægelse, når den passerer spolens centrum, og da kraftmåleren skal levere den til cirkelbevægelsen påkrævede centripetalkraft, kan man beregne farten ved at udnytte, at radius i den jævne cirkelbevægelse svarer til snorlængden, og centripetalkraften aflæses som maksimum - eller i dette tilfælde minimum, da kraftmåleren tydeligvis viser negative værdier, når der trækkes i den - for kraften (da kraftmåleren er nulstillet, mens magneten hang stille, hvorfor man kan se bort fra tyngdekraften):

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{r \cdot F_c}{m}} = \sqrt{\frac{0.46\text{m} \cdot 0.075\text{N}}{0.085\text{kg}}} \xrightarrow{\text{simplify symbolic}} 0.6370889678 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dvs. $\underline{\underline{v = 0.64 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

c) Det inducerede spændingsfald $U(t)$ afhænger af ændringen af den magnetiske flux Φ_B i spolen med N vindinger:

$$U(t) = -N \cdot \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Dette ses på figuren, ved at der induceres et negativt spændingsfald, når magneten kommer ind over magneten og bevæger sig hen mod punktet over spolens centrum, da den magnetiske flux øges på dette stykke. Den magnetiske flux når sit maksimum, hvor magneten er direkte over spolen ($t = 0.7\text{s}$), og derfra begynder magneten at bevæge sig ud af spolens område, hvorfor den magnetiske flux i spolen bliver mindre, hvilket forårsager et positivt induceret spændingsfald. Ovenstående formel er en differentialligning, der kan omskrives ved:

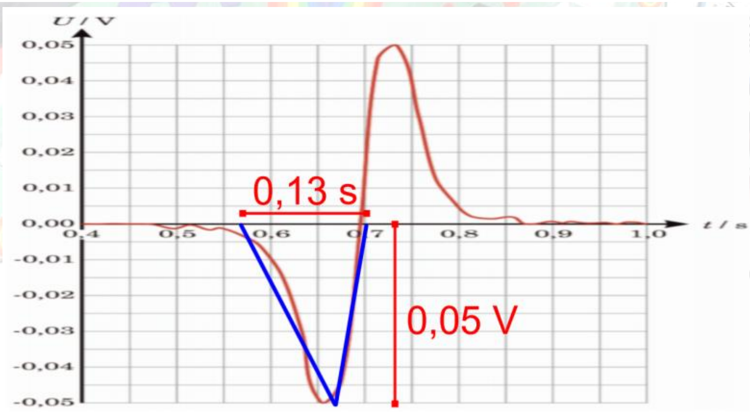
$$-\frac{1}{N} \cdot \int_{0.4\,s}^{0.7\,s} U(t)\, \mathrm{d}t = \int_{0.4\,s}^{0.7\,s} 1 \cdot \mathrm{d}\Phi_B(t)$$

Da den magnetiske flux i spolen til $t = 0.40$ s er 0, dvs. $\Phi_B(0.40\text{s}) = 0$, har man:

$$\Phi_B(0.7\text{ s}) - \Phi_B(0.4\text{ s}) = -\frac{1}{N} \cdot \int_{0.4\,s}^{0.7\,s} U(t)\, \mathrm{d}t$$

$$\Phi_B(0.7\text{ s}) = -\frac{1}{40} \cdot \int_{0.4\,s}^{0.7\,s} U(t)\, \mathrm{d}t$$

Værdien af det bestemte integral kan vurderes ved at kigge på grafen, hvor det svarer til arealet mellem førsteaksen og grafen regnet med negativt fortegn (da grafen ligger under førsteaksen):



Området tilnærmes med den blå trekant, og da en trekants areal er halvdelen af produktet af højden og grundlinjen, har man:

$$\Phi_B(0.7\text{ s}) = -\frac{1}{40} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 0.13\text{s} \cdot 0.05\text{V} \right) = 0.00008125000000\text{ s V} \approx \underline{\underline{8.1 \cdot 10^{-5}\text{V} \cdot \text{s}}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave 6: **JET Plasma**

a) Ud fra det samlede rumfang V og den samlede tæthed c kan man beregne det samlede antal kerner N, hvor D og T hver især leverer halvdelen af det samlede antal.

$N = V \cdot c = 110\text{m}^3 \cdot 1.5 \cdot 10^{20}\text{m}^{-3} = 1.650000000\ 10^{22}$

I databogen (version 2012) findes masserne af atomerne på side 221 under "Nukliders masse og bindingsenergi", hvorefter elektronmasserne trækkes fra (én pr. kerne) for at få et tilpas præcist estimat for kernemasserne. På denne måde findes massen af plasmaet:

$$m_{plasma} = m_{\text{D}} + m_T = \frac{1}{2} \cdot N \cdot m_{\text{D}-kerne} + \frac{1}{2} \cdot N \cdot m_{T-kerne} = \frac{1}{2} \cdot N \cdot m_{\text{D}-atom} + \frac{1}{2} \cdot N \cdot m_{T-atom} - N \cdot m_{elektron} =$$

$$1.65 \cdot 10^{22} \cdot \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 2.014101778\text{u} + \frac{1}{2} \cdot 3.016049278\text{u} \right) \cdot 1.66053878 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} - 9.1093826 \cdot 10^{-31}\text{kg} \right) \overset{\text{simplify}}{=} 0.00006889524693\ \text{kg}$$

$$\underline{\underline{m_{plasma} = 6.9 \cdot 10^{-5}\text{kg}}}$$

b) En fusion af deuterium og tritium giver pr. reaktion 17,6 MeV (Oplyst i plasmafysikbogen). Da der produceres energi med effekten 16 MW, er antallet $N_{reaktioner}$ af reaktioner pr. sekund altså:

$$N_{reaktioner} = \frac{E_{samlet}}{E_{reaktion}} = \frac{16 \cdot 10^6\text{J}}{17.6 \cdot 10^6\text{eV}} \overset{\text{simplify}}{=} 5.674099768\ 10^{18}$$

Da rumfanget er 110 m^3 , er antallet af reaktioner pr. sekund pr. m^3 derfor:

$$\frac{N_{reaktioner}}{V} = \frac{5.674099768\ 10^{18}\text{s}}{110\text{m}^3} = \frac{5.158272516\ 10^{16}\ \text{s}}{\text{m}^3}$$

Da vi kender antallet af kerner i m^3 (tætheden), kan vi beregne reaktiviteten σ_v :

$$\sigma_v = \frac{\left(\frac{N_{reaktioner}}{V} \right)}{\frac{c}{2} \cdot \frac{c}{2}} = \frac{\frac{5.158272516\ 10^{16}\ \text{s}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}}}{\frac{1}{4} \cdot \left(1.5 \cdot 10^{20}\text{m}^{-3}\right)^2} = 9.170262251\ 10^{-24}\ \text{m}^3$$

Dvs. $\underline{\underline{\sigma_v = 9.2 \cdot 10^{-24}\ \text{m}^3 \text{ pr. s}}}$

<u>Opgave 7:</u> **Reklamefly**

a) Da flyet flyver med konstant hastighed, har banneret også konstant hastighed (der ses bort fra vindstød), dvs. den resulterende kraft på banneret er 0. Der er tre kræfter, der påvirker banneret: Tyngdekraften, luftmodstanden og snorkraften.
Da vi kender bannerets masse, kan tyngdekraften beregnes:

$$F_t = m \cdot g = 19.2\text{kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \overset{\text{simplify}}{=} 188.544\ \text{N}$$

De tre kræfter danner en retvinklet trekant (se nedenfor), hvor snorkraften er hypotenusen. Da man kender vinklen, kan de to andre kræfter beregnes ud fra kendskabet til tyngdekraften:

$$\sin(v) = \frac{F_t}{F_{snor}} \Leftrightarrow F_{snor} = \frac{F_t}{\sin(v)}$$

$$F_{snor} := \frac{188.544\text{N}}{Sin(11)} = 988.1295147\ \text{N}$$

$$\tan(v) = \frac{F_t}{F_{vind}} \Leftrightarrow F_{vind} = \frac{F_t}{\tan(v)}$$

$$F_{vind} := \frac{188.544\text{N}}{Tan(11.)} = 969.9747926\ \text{N}$$

Disse kræfter indtegnes på bilaget: