Løsninger til eksamensopgaver på fysik A-niveau 2018

28. maj 2018

Opgave 1: Elektrisk skotørrer

a) Man kender effekten P og spændingsfaldet U, så strømstyrken kan bestemmes ved:

$$P = U \cdot I \Leftrightarrow I = \frac{P}{U}$$

$$I = \frac{4.0\,\mathrm{W}}{230\,\mathrm{V}} = \frac{0.01739130435}{\mathrm{V}}\,\mathrm{W} \overset{\text{simplify}}{=} 0.01739130435\ \mathrm{A}$$

Dvs. $\underline{\underline{I = 0.0174\ \mathrm{A}}}$

b) Hvis de 22 g vand var samlet i en skål, kunne man med god tilnærmelse regne med, at det først skulle opvarmes til kogepunktet og derefter fordampes, men når det sidder i læderet, må der var tale om en fordampning ved lavere temperatur. Vand ved 40°C har en fordampningsvarme på $2.4 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$. Dette tal er muligvis lidt anderledes (nok mindre), når vandet sidder i læderet, men der går også noget energi tabt til omgivelserne og opvarmning af læderet, så til en vurdering bruges dette tal.

Den energi, der skal tilføres til fordampning, er så:

$$E = m \cdot L_f = 0.022\,\mathrm{kg} \cdot 2.4 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} = 52800.0000\ \mathrm{J}$$

Med en effekt på 4,0 W giver det en opvarmningstid på:

$$P = \frac{E}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{E}{P}$$

$$\Delta t = \frac{52800\,\mathrm{J}}{4.0\,\mathrm{W}} = \frac{13200.00000}{\mathrm{W}}\,\mathrm{J} \overset{\text{simplify}}{=} 13200.00000\ \mathrm{s}$$

Omregning til timer:

$$\frac{13200.\mathrm{s}}{3600 \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{h}}} = 3.666666667\ \mathrm{h}$$

Dvs. omkring **4 timer**

Opgave 2: Be-10 i atmosfæren

a) I databogen under radioaktive nuklider må man kunne finde Be-10 og se, at den er β^--radioaktiv.
Dvs. der udsendes en elektron og en antineutrino (leptontalsbevarelse).
Elektronen har ladningen -1, så ladningsbevarelsen giver, at datterkernen skal have en proton mere moderkerner, og da beryllium er grundstof nummer 4, er datterkernen grundstof nummer 5, nemlig bor.
Nukleontallet for både elektronen og antineutrinoen er 0, så nukleontalsbevarelsen giver, at datterkernen er B-10.

$$ {}^{10}_{4}Be \rightarrow {}^{10}_{5}B + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} $$

b) Når indholdet af Be-10 i Jordens atmosfære er konstant, betyder det, at der hvert sekund dannes lige så mange kerner, som der henfalder, dvs. man skal finde aktiviteten af $1.2 \cdot 10^5$ kg Be-10.
I databogen under Radioaktive Nuklider må kunne findes en værdi for halveringstiden. Jeg har fundet

$$ T_{\frac{1}{2}} = 1.387 \cdot 10^6 \mathrm{yr} = 1.387000000\ 10^6\ \mathrm{yr} \xrightarrow{\text{units to SI system}} 4.376945528\ 10^{13}\ \mathrm{s} $$

Man kan finde en præcis værdi for massen af et Be-10-atom, men til en vurdering er det fint nok med tommelfingerreglen, der giver os en masse på 10 u. Dette bruges til at bestemme antallet af Be-10-kerner:

$$ N = \frac{m_{Be-10-samlet}}{m_{Be-10-atom}} = \frac{1.2 \cdot 10^5 \mathrm{kg}}{10\mathrm{amu}} = \frac{12000.00000}{\mathrm{amu}}\ \mathrm{kg} \overset{\text{simplify}}{=} 7.226563982\ 10^{30} $$

Hermed er aktiviteten:

$$ A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N = \frac{\ln(2.)}{4.376945528\ 10^{13}\ \mathrm{s}} \cdot 7.226563982\ 10^{30} = \frac{1.144421930\ 10^{17}}{\mathrm{s}} $$

Dvs. **hvert sekund dannes $1.1 \cdot 10^{17}$ Be-10-kerner.**

Opgave 3: Exoplanet

a) Intensiteten I er defineret som $I = \frac{P}{A}$, hvor P er effekten og A er arealet. Da man også kender tiden, kan den modtagne energi beregnes:

$$E_{modtaget} = P \cdot \Delta t = I \cdot A \cdot \Delta t = 3.0 \cdot 10^{-13} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \cdot 0.708\mathrm{m}^2 \cdot 10 \cdot 3600\mathrm{s} = 7.646400000\ 10^{-9}\ \mathrm{W\ s} \xrightarrow{\text{units to SI system}} 7.646400000\ 10^{-9}\ \mathrm{J}$$

Dvs. åbningen modtager på 10 timer $\underline{\underline{E_{modtaget} = 7.6 \cdot 10^{-9}\mathrm{J}}}$

b) Da banen er cirkulær, er den resulterende kraft på planeten en centripalkraft givet ved $F_c = \frac{m_{planet} \cdot v^2}{r}$,

og denne centripetalkraft udgøres af gravitationskraften fra stjernen givet ved $F_t = \frac{G \cdot m_{stjerne} \cdot m_{planet}}{r^2}$.

Da $F_c = F_t$ (fordi centripetalkraften som nævnt udgøres af tyngdekraften), gælder:

$$v^2 = \frac{G \cdot m_{stjerne}}{r}$$

Desuden ved man fra cirkelbevægelse med konstant fart, at sammenhængen mellem radius r, fart v og omløbstid T er:

$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ dvs.

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot m_{stjerne}}{r} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot m_{stjerne} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}}$$

Omløbstiden kan bestemmes ud fra grafen. Det aflæses, at mellem 2,6 døgn og 41,1 døgn er der 12 omløb, dvs.

$$T := \frac{(41.1 - 2.6) \cdot 24 \cdot 3600\mathrm{s}}{12} = 2.772000000\ 10^5\ \mathrm{s}$$

Hermed kan afstanden r bestemmes:

$$r = \sqrt[3]{\frac{6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{N \cdot m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot 2.0 \cdot 10^{30}\mathrm{kg} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}} = 6.380885784\ 10^9 \left(\frac{\mathrm{N\ m^2\ s^2}}{\mathrm{kg}}\right)^{1/3} \overset{\text{simplify}}{=} 6.380885784\ 10^9\ \mathrm{m}$$

Dvs. $\underline{\underline{r = 6.4 \cdot 10^9\mathrm{m}}}$

Opgave 4: Træningselastik

a) Man må forvente, at elastikken følger Hookes Lov, dvs. at elastikkraften F er proportional med udstrækningen x.
Det bemærkes, at længden l af elastikken under øvelsen ikke er det samme som udstrækningen, men at de er knyttet sammen med elastikkens hvilelængde h ved:

$l = h + x$

Man forventer altså:

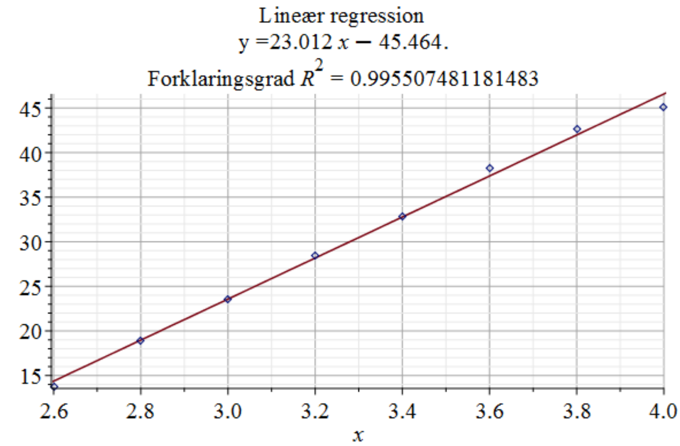
$F = k_{elastik} \cdot x = k_{elastik} \cdot (l - h) = k_{elastik} \cdot l - k_{elastik} \cdot h$

Sidste led er en konstant, dvs. der er tale om en lineær sammenhæng, hvor fjederkonstanten er hældningen.
Der laves altså lineær regression på data for at bestemme fjederkonstanten:

$længde := [2.6, 2.8, 3, 3.2, 3.4, 3.6, 3.8, 4]$:

$Kraft := [13.8, 18.9, 23.6, 28.5, 32.9, 38.3, 42.7, 45.1]$:

$LinReg(længde, Kraft)$



Det bemærkes, at punkterne med god tilnærmelse danner en ret linje i overensstemmelse med Hookes Lov.
Fjederkonstanten aflæses som hældningen:

$$\underline{\underline{k_{elastik} = 23 \frac{\mathrm{N}}{m}}}$$

b) Først beregnes udstrækningen fra hvile fra start, dvs. hvilken udstrækning 20 N svarer til:

$F_{start} = k \cdot x_{start}$

$$x_{start} = \frac{F_{start}}{k} = \frac{20.\mathrm{N}}{66 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0.3030303030 \text{ m}$$

Da elastikken opfører sig som en fjeder, kan man benytte $E_{fjeder} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$ og dermed finde energitilvæksten:

$$\Delta E = E_{slut} - E_{start} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{slut}{}^2 - \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_{start}{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 66 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot ((0.3030 + 0.19)\,\mathrm{m})^2 - \frac{1}{2} \cdot 66 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot (0.3030\mathrm{m})^2 = 4.99092000 \text{ N m}$$

Da øvelsen varer 1,5 s, er den gennemsnitlige effekt:

$$P_{gen} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{4.9909\mathrm{J}}{1.5\mathrm{s}} = \frac{3.327266667}{\mathrm{s}} \mathrm{J} \overset{\text{simplify}}{=} 3.327266667 \text{ W}$$

Dvs. $\underline{\underline{P_{gen} = 3.3\mathrm{W}}}$

Man kan også finde energitilvæksten ved at integrere kraftens arbejde (det er sådan udtrykket for E_{fjeder} er udledt):

$$P_{gen} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{A_{udført}}{\Delta t} = \frac{\int_{x_{start}}^{x_{slut}} F \, dx}{\Delta t} = \frac{\int_{x_{start}}^{x_{slut}} k \cdot x \, dx}{\Delta t} = \frac{\int_{0.303030303}^{0.303030303 + 0.19} 66 \cdot x \, dx}{1.5} = 3.327533333$$

Opgave 5: Kraftsensor

a) Man regner med, at kraften fordeles over hele skiven:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{10.0\text{N}}{2.62\cdot 10^{-4}\text{m}^2} = \frac{38167.93893}{\text{m}^2}\ \text{N} \overset{\text{simplify}}{=} 38167.93893\ \text{Pa}$$

Dvs. resistoren kan tåle et tryk på $\underline{\underline{p = 3.8\cdot 10^4\text{Pa}}}$

b) De to resistorer sidder i serieforbindelse, så spændingsfaldet $U = 5.0\text{V}$ fordeles over dem, og det er den samme strøm, der går gennem dem.

På grafen aflæses det, at når kraften er 0,40 N, så er $R_{FSR} := 11\cdot 10^3\Omega$:

Hvis $U_{ud} := 2.7\text{V}$: (dvs. spændingsfaldet over den kraftfølsomme resistor), så er strømmen i kredsløbet givet ved:

$$I_{system} := \frac{U_{ud}}{R_{FSR}} = \frac{0.0002454545455\ \text{V}}{\Omega} \overset{\text{simplify}}{=} 0.0002454545455\ \text{A}$$

Og da spændingsfaldet over den anden resistor så er 2,3 V, har man:

$$R = \frac{U}{I_{system}} = \frac{2.3\text{V}}{I_{system}} = 9370.370368\ \Omega$$

Dvs. $\underline{R = 9.4\ k\Omega}$

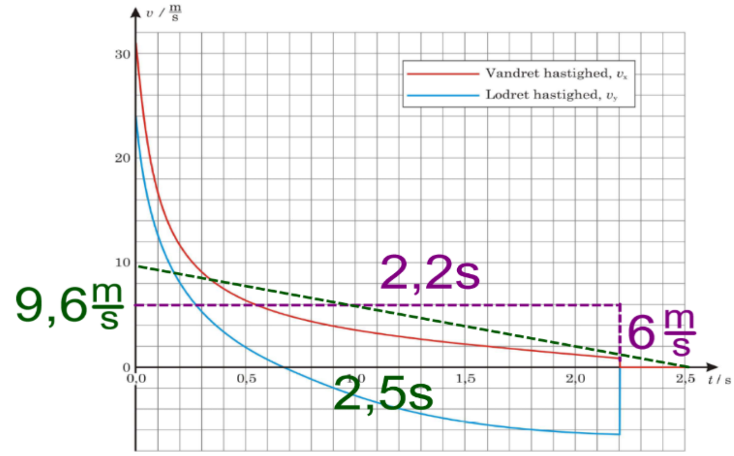
Hvis kraften på den kraftfølsomme resistor bliver større end 0,40 N, bliver dens modstand mindre, og da den anden resistor har en konstant modstand, vil en større del af spændingsfaldet foregå over denne resistor, dvs. spændingsfaldet U_{ud} bliver mindre end de 2,7 V, der er regnet på.

Opgave 6: Badminton

a) $F_t = m\cdot g = 5.0\cdot 10^{-3}\text{kg}\cdot 9.82\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{0.04910000000}{\text{s}^2}\ \text{kg m} \overset{\text{simplify}}{=} 0.04910000000\ \text{N}$

Dvs. tyngdekraften er $\underline{\underline{F_t = 49\ m\text{N}}}$

b) Det er en (t,v)-graf, så arealet under den røde graf giver den strækning, som fjerbolden har bevæget sig i vandret retning. Dette areal er forsøgt estimeret med både et kvadrat (violet) og en trekant (grøn):

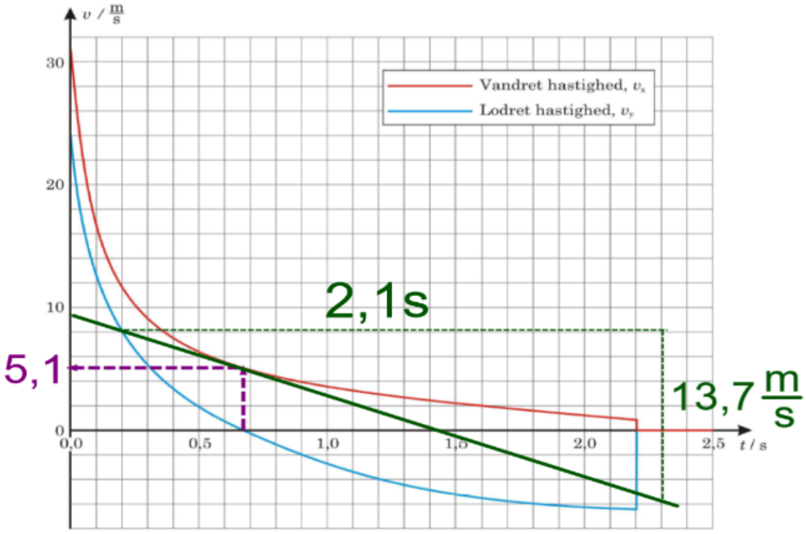


$$\Delta x_{kvadrat} = 2.2\text{s}\cdot 6\frac{\text{m}}{\text{s}} = 13.2\ \text{m}$$

$$\Delta x_{trekant} = \frac{1}{2}\cdot 9.6\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 2.5\text{s} = 12.00000000\ \text{m}$$

Gennemsnittet af de to værdier anvendes som estimat, dvs. det vurderes, at fjerbolden har bevæget sig **12,6 m i vandret retning.**

c) Fjerbolden er øverst i sin bane, når den lodrette hastighed er 0, så her aflæses værdien for den røde graf (se de stiplede violette linjer nedenfor):



Dvs. $\underline{\underline{v_{øverst} = 5.1 \frac{m}{s}}}$

På dette sted flyver fjerbolden vandret, og den accelerationen i vandret retning bestemmes som hældningen for tangenten til den røde graf dette sted (se den grønne linje ovenfor).
Accelerationens størrelse er:

$$a = \frac{13.7 \frac{m}{s}}{2.1 s} = \frac{6.523809524}{s^2} \text{ m}$$

Da man kender massen af fjerbolden, kan man finde den vandrette komposant af den resulterende kraft, der udgøres af luftmodstanden:

$$F_{luft} = F_{res,\, vandret} = m \cdot a = 5.0 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \frac{6.523809524}{s^2} \text{ m} = \frac{0.03261904762}{s^2} \text{ kg m} \overset{\text{simplify}}{=} 0.03261904762 \text{ N}$$

Nu kendes luftmodstanden, og da det helt klart er turbulent strømning (farten er alt for stor til laminar strømning), er:

$$F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$$

Tværsnitsarealet er oplyst til $A := 28 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$:

Luftens densitet findes i databogen eller andet opslagsværk: $\rho := 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$:

Farten kendes fra aflæsningen tidligere: $v := 5.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$:

Og luftmodstanden blev bestemt ud fra accelerationen: $F_{luft} := 0.03261904762$ N :

Hermed kan formfaktoren c bestemmes:

$$F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 \xrightarrow{\text{solve}} \{c = 0.6944055425\}$$

Dvs. $\underline{\underline{c = 0.69}}$

Opgave 7: JET energirekord

a) Da både et deuterium-atom og et tritium-atom indeholder én proton, kommer der én elektron fra hvert atom i plasmaet. Dvs. antallet af atomer (der er delt ligeligt mellem de to typer) svarer til antallet af elektroner i plasmaet. Dette kan beregnes, da man kender tæthed og rumfang:

$$N_{elektron} := 7.30 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3} \cdot 82.3 \mathrm{m}^3 = 6.007900000\ 10^{21}$$

I databogen eller et andet opslagsværk findes masserne af deuterium- og tritium-atomer:

$$m_{\mathrm{D}} := 2.01410178 \mathrm{amu} :$$

$$m_T := 3.0160492 \mathrm{amu} :$$

Hermed bliver massen af plasmaet:

$$m_{plasma} := \frac{m_{\mathrm{D}} \cdot N_{elektron}}{2} + \frac{m_T \cdot N_{elektron}}{2} = 1.511032204\ 10^{22}\ \mathrm{amu} \xrightarrow{\text{units to SI system}} 0.00002509129718\ \mathrm{kg}$$

Dvs. **plasmaet vejer $2.51 \cdot 10^{-5}$kg**

b) Den gennemsnitlige effekt under eksperimentet (1 s til 5 s) vurderes ud fra grafen til at have været 4,3 MW. I lærebogen og databogen og andre steder kan den frigivne energi ved hver fusionsproces mellem deuterium og tritium slås op til at være 17,6 MeV (og ellers skal man til at regne på kerneprocessen ved at se på masser eller bindingsenergier).

Dvs. antallet n af fusionsprocesser på ét sekund er:

$$n = \frac{P_{gen} \cdot \Delta t}{E_{én\,proces}} = \frac{4.3 \cdot 10^6 \mathrm{W} \cdot 1\mathrm{s}}{17.6 \cdot 10^6 \mathrm{eV}} = \frac{0.2443181818}{\mathrm{eV}}\ \mathrm{W\ s} \overset{\text{simplify}}{=} 1.524914161\ 10^{18}$$

Antallet pr. kubikmeter er så:

$$n_V := \frac{1.524914161\ 10^{18}}{82.3 \mathrm{m}^3} = \frac{1.852872614\ 10^{16}}{\mathrm{m}^3}$$

Antallet af D- og T-kerner pr. kubikmeter er:

$$n_{\mathrm{D}} := \frac{N_{elektron}}{2 \cdot 82.3 \mathrm{m}^3} = \frac{3.650000000\ 10^{19}}{\mathrm{m}^3}$$

$$n_T := n_{\mathrm{D}} = \frac{3.650000000\ 10^{19}}{\mathrm{m}^3}$$

Hermed kan reaktiviteten r beregnes:

$$\frac{n_V}{1\mathrm{s}} = n_{\mathrm{D}} \cdot n_T \cdot r \xrightarrow{\text{solve}} \left\{ r = 1.390784473\ 10^{-23}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} \right\}$$

Dvs. $\underline{\underline{r = 1.39 \cdot 10^{-23} \frac{\mathrm{m}^3}{s}}}$

4. juni 2018

Opgave 1: Gallium

a) Da man både kender massen og densiteten, kan rumfanget beregnes ud fra selve definitionen på densitet: $\rho = \dfrac{m}{V}$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{25.5\text{g}}{5.90\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 4.322033898\ \text{cm}^3$$

Dvs. $\underline{\underline{V = 4.32\text{cm}^3}}$

b) Når gallium opvarmes, skal man benytte formlen for opvarmning uden faseovergang, og beregningen på smeltningen foregår med en faseovergangsformel:

$$E_{gallium} = E_{opvarmning} + E_{smeltning} = m_{gallium} \cdot c_{gallium\,fast\,form} \cdot \Delta T_{gallium} + m_{gallium} \cdot L_{gallium\,smeltning} =$$

$$0.0255\text{kg} \cdot 373 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (29.8 - 20.5)\text{K} + 0.0255\text{kg} \cdot 80.2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 2133.55695\ \text{J}$$

Dvs. vandet skal tilføre $\underline{\underline{E_{gallium} = 2.1\text{kJ}}}$

Der ses bort fra varmeudveksling med omgivelserne, så den energi, som gallium modtager, svarer til den energi, som vandet afgiver.

Vandet ændrer ikke fase, og vandets specifikke varmekapacitet er $4.18 \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$.

Det er allerede beregnet, hvor meget energi gallium tilføres til og med smeltningen, og derfra sker en opvarmning af gallium på flydende form:

$$\Delta E_{gallium} + \Delta E_{vand} = 0$$

$$2133.55695\text{J} + m_{gallium} \cdot c_{gallium\,flydende\,form} \cdot \Delta T_{gallium} + m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} = 0$$

$$2133.55695\text{J} + 0.0255\text{kg} \cdot 414 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} \cdot \left(T_{fælles} - 29.8\text{C}\right) + 0.0967\text{kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{C}} \cdot \left(T_{fælles} - 51.2\text{C}\right) = 0\text{J} \xrightarrow{\text{solve}}$$

$$\{T_{fælles} = 45.51126511\ \text{C}\}$$

Dvs. $\underline{\underline{T_{fælles} = 45.5°\text{C}}}$

Opgave 2: Udvidelse af blodåre

a) I databogen (2012-udgaven) ses det under Radioaktive nuklider (side 200), at P-32 er β^--radioaktiv med en halveringstid på 14,28 døgn.
Der udsendes altså en elektron og en antineutrino (leptontalsbevarelse). Da elektronens nukleontal er 0, vil datterkernen også have nukleontallet 32 (nukleontalsbevarelse). Elektronen har ladningstallet -1, mens P er grundstof nummer 15 (som også er ladningstallet). Ladningstalsbevarelsen giver derfor, at datterkernen har ladningstallet 16, dvs. datterkernen er grundstof nr. 16, som er svovl (S):

$$ {}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu} $$

b) Da man kender den gennemsnitlige afsatte energi pr. henfald, skal man kende antallet af henfald på 30 døgn for at finde den samlede energi. Antallet af henfald svarer til differensen mellem antallet af kerner fra start og efter 30 døgn.
Da man kender aktiviteten fra start og halveringstiden, kan man bestemme antallet af kerner fra start:

$$ A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{A \cdot T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} $$

$$ N_{start} = \frac{370 \cdot 10^3 \mathrm{Bq} \cdot 14.28 \cdot 24 \cdot 3600 \mathrm{s}}{\ln(2.)} = 6.585946720\ 10^{11}\ \mathrm{Bq\ s} \overset{\text{simplify}}{=} 6.585946720\ 10^{11} $$

Antallet af kerner efter 30 døgn bestemmes med henfaldsloven:

$$ N_{30} = N_{start} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}} = 6.585946720\ 10^{11} \cdot 0.5^{\frac{30\,\mathrm{days}}{14.28\,\mathrm{days}}} = 1.535331837\ 10^{11} $$

Dvs. det samlede antal henfald er:

$$ N_{henfald} = N_{start} - N_{30} = 6.585946720\ 10^{11} - 1.535331837\ 10^{11} = 5.050614883\ 10^{11} $$

Den afsatte energi er så:

$$ E_{samlet} = E_{ét\ henfald} \cdot N_{samlet} = 8.2 \cdot 10^{-14} \mathrm{J} \cdot 5.050614883\ 10^{11} = 0.04141504204\ \mathrm{J} $$

Dvs. $\underline{\underline{E_{samlet} = 41\,\mathrm{mJ}}}$

Opgave 3: Den elektriske racerbil TC-X

a) Da man kender strækning og tid, kan man bestemme den gennemsnitlige fart ud fra definitionen:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{201.17\text{m}}{4.897\text{s}} = \frac{41.08025322}{\text{s}}\ \text{m}$$

$$\underline{\underline{v_{gen} = 41.08\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

b) Man kender ikke tiden, så man skal bruge sammenhængen mellem fart, acceleration og strækning:

$$\Delta s = \frac{(\Delta v)^2}{2\cdot a_{gen}}$$

Da bilen accelererer fra hvile, har man:

$$\Delta s = \frac{{v_{slut}}^2}{2\cdot a_{gen}} = \frac{\left(100\cdot 10^3\frac{\text{m}}{3600\text{s}}\right)^2}{2\cdot 24.1\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 16.00840121\ \text{m}$$

Dvs. bilen har kørt **16 m**, når den opnår farten 100 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$

c) Man kan finde en værdi for accelerationen 0,80 s efter start ved at tilpasse tabellens data med et polynomium af en slags og så bestemme tangenthældningen dette sted, men man kan også finde en god tilnærmelse ved at tage gennemsnitsaccelerationen i intervallet [0,70s ; 0,90s]:

$$a_{0.8s} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(24.3-20.3)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.90\text{s}-0.70\text{s}} = \frac{20.00000000}{\text{s}^2}\ \text{m}$$

Dvs. $\underline{\underline{a_{0.80s} = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

Den effekt, hvormed en kraft udfører et arbejde, er givet ved $P = F\cdot v$, og kraften er knyttet sammen med den samlede kraft (dvs. den resulterende kraft) ved Newtons 2. lov, dvs. $F = m\cdot a$, hvor m er massen af bilen. Da det er oplyst, at effekten er konstant, har man:

$$P_{0.80s} = P_{afslutning}$$

$$m_{bil}\cdot a_{0.80s}\cdot v_{0.80s} = m_{bil}\cdot a_{afslutning}\cdot v_{afslutning} \Leftrightarrow a_{0.80s}\cdot v_{0.80s} = a_{afslutning}\cdot v_{afslutning}$$

$$20\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 22.3\frac{\text{m}}{\text{s}} = a_{afslutning}\cdot 64.7\frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\text{solve}} \left\{a_{afslutning} = 6.893353941\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right\}$$

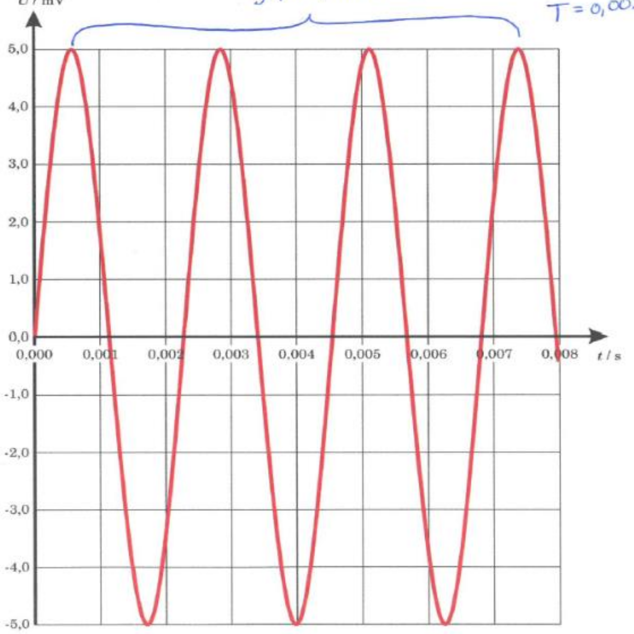
Dvs. $\underline{\underline{a_{afslutning} = 6.9\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

Opgave 4: Pladespiller

a) Det aflæses på grafen, at der er 3 svingninger på 0,0069 sekunder, dvs. perioden er 0,0023s

$3 \cdot T = 0{,}0074s - 0{,}0005s = 0{,}0069s \Leftrightarrow$

$T = 0{,}0023s$



Dermed er frekvensen: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{0.0023\,\mathrm{s}} = \dfrac{434.7826087}{\mathrm{s}}$

Dvs. $\underline{\underline{f = 435\ \mathrm{Hz}}}$

b) For en spole med én vinding gælder $U_{induceret} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$, og da spolen har 8000 vindinger, der hver bidrager til det samlede spændingsfald, har man:

$$\frac{U_{graf}}{8000} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Man skal finde den magnetiske flux efter 0,0011s, dvs. ovenstående omskrives til integralform:

$$\Delta\Phi_B = \int_0^{0.0011\,s} -\frac{U_{graf}}{8000}\,\mathrm{d}t$$

Da den magnetiske flux til tiden 0 s er 0 Wb, er $\Phi_{B,\,0.0011s} = \Delta\Phi_B$

Man skal bestemme arealet af området mellem grafen og førsteaksen i intervallet [0,0.0011s]. Dette kan gøres ved at estimere antallet af tern på figuren, men da man kender perioden, kan man også opskrive funktionsudtrykket for spændingsfaldet og så lade Maple beregne værdien af det bestemte integral. Amplituden aflæses til 5,0 mV.

For at få en mere præcis værdi for arealet tages udgangspunkt i, at grafen skærer førsteaksen i 0,0011s, dvs. perioden er så 0,0022s (hvor den tidligere blev aflæst til 0,0023 s).

$$U_{graf}(t) := 5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{0.0022} \cdot t\right):$$

$$|\Phi_B| = \left|\int_0^{0.0011\,s} -\frac{U_{graf}(t)}{8000}\,\mathrm{d}t\right| = \mathrm{abs}\left(\int_0^{0.0011} -\frac{U_{graf}(t)}{8000}\,\mathrm{d}t\right) = 4.376760934\ 10^{-10}$$

Dvs. $\underline{\underline{|\Phi_B| = 4.4 \cdot 10^{-10}\mathrm{Wb}}}$

Opgave 5: Cassini på tur i Solsystemet

a) Kraften mellem Cassini og Jorden er gravitationskraften:

$$F_t = G \cdot \frac{m_{Cassini} \cdot m_{Jorden}}{r^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{5257\mathrm{kg} \cdot 5.976 \cdot 10^{24}\mathrm{kg}}{\left(7568 \cdot 10^3 \mathrm{m}\right)^2} = 36585.76605 \text{ N}$$

Dvs. $\underline{\underline{F_t = 36.6\mathrm{kN}}}$

b) Man kan gå ud fra, at Cassini ikke bruger brændstof i denne fase af flyvningen, så den mekaniske energi er bevaret. Dette kan bruges til at bestemme afstanden mellem Cassini og Venus:

$$E_{kin,\,1} + E_{pot,\,1} = E_{kin,\,tættest} + E_{pot,\,tættest}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{Cassini} \cdot v_1^{\,2} - G \cdot \frac{m_{Cassini} \cdot m_{Venus}}{r_1} = \frac{1}{2} \cdot m_{Cassini} \cdot v_{tættest}^{\,2} - \frac{G \cdot m_{Cassini} \cdot m_{Venus}}{r_{tættest}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5257\mathrm{kg} \cdot \left(6293 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{5257\mathrm{kg} \cdot 4.8675 \cdot 10^{24}\mathrm{kg}}{2.0056 \cdot 10^8 \mathrm{m}} = \frac{1}{2} \cdot 5257\mathrm{kg} \cdot \left(11785 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 6.67 \cdot 10^{-11} \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2} \cdot \frac{5257\mathrm{kg} \cdot 4.8675 \cdot 10^{24}\mathrm{kg}}{r_{tættest}} \xrightarrow{\text{solve}}$$

$$\left\{ r_{tættest} = 6.333517900\ 10^6 \text{ m} \right\}$$

Man kender radius af Venus, og dermed kan afstanden til overfladen bestemmes:

$$r_{overflade} = r_{tættest} - r_{radius} = 6.333517900\ 10^6 \text{ m} - 6.0518 \cdot 10^6 \mathrm{m} = 281717.9000 \text{ m}$$

Dvs. $\underline{\underline{r_{overflade} = 281.7\mathrm{km}}}$

c) Farten efter forbiflyvningen bestemmes som længden af hastighedsvektoren:

$$v_{efter} := \sqrt{\left(36.22 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}} + 0.64 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(9.21 \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\right)^2} = \frac{37.99320597 \text{ km}}{\text{s}}$$

Hermed kan ændringen i den kinetiske energi bestemmes:

$$\Delta E_{kin} = E_{kin,\,efter} - E_{kin,\,før} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{efter}^{\,2} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{før}^{\,2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_{efter}^{\,2} - v_{før}^{\,2}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5257\mathrm{kg} \cdot \left(\left(37.99320597 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - \left(36.22 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2\right) = \frac{3.458982460\ 10^{11}}{\mathrm{s}^2} \text{ kg m}^2 \overset{\text{simplify}}{=} 3.458982460\ 10^{11} \text{ J}$$

$\underline{\underline{\Delta E_{kin} = 3.46 \cdot 10^{11} \mathrm{J}}}$

Opgave 6: Tokamakken JT-60

a) Den gennemsnitlige kinetiske energi for partiklerne er direkte knyttet til temperaturen:

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1.38065 \cdot 10^{-23} \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 190 \cdot 10^{6} \mathrm{K} = 3.934852500\ 10^{-15}\ \mathrm{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{\langle E_{kin} \rangle = 3.9 \cdot 10^{-15} \mathrm{J}}}$

b) På grafen aflæses reaktiviteten ved 190 MK til $r := 4 \cdot 10^{-22} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$:

Fra lærebogen ved man, at hver proces deuterium-tritium giver energien 17,6 MeV.
Der anvendes følgende betegnelser:

P : Effekten ved fusionen
V : Rumfanget af plasmaet
n : Den samlede tæthed

n_D og n_T: Tætheden af deuterium og tritium, hvor det er oplyst, at $n_D = n_T = \frac{n}{2}$

r : Reaktiviteten
E : Energien ved hver fusion.
Med disse betegnelser gælder sammenhængen:

$$\frac{P}{V} = n_D \cdot n_T \cdot r \cdot E$$

$$\frac{12.5 \cdot 10^{6} \mathrm{W}}{54 \mathrm{m}^3} = \frac{n}{2} \cdot \frac{n}{2} \cdot r \cdot 17.6 \cdot 10^{6} \mathrm{eV} \xrightarrow{\text{solve}} \left\{ n = -2.865144946\ 10^{19}\ \frac{1}{\mathrm{m}^3} \right\}, \left\{ n = 2.865144946\ 10^{19}\ \frac{1}{\mathrm{m}^3} \right\}$$

Tætheden er positiv, dvs.

$\underline{\underline{n = 2.9 \cdot 10^{19} \mathrm{m}^{-3}}}$

Opgave 7: Kanalrundfart for turister

a) De relevante fysiske størrelser er:

ρ : Densiteten af vandet. Da det er havvand, sættes densiteten til $\rho := 1015 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$:

A : Arealet af et vandret tværsnit af båden. Båden estimeres til at være 11 m lang og 7 m bred (og et rektangel), dvs. $A := 77 \mathrm{m}^2$:
h : Den højde, som båden hæves, når turisterne forlader båden. Det er denne størrelse, der skal bestemmes.
g : Tyngdeaccelerationen indgår i formlerne, men forkortes væk, så værdien er ikke vigtig.
N : Antallet af turister. Tælles i store træk til $N := 80$:
m : Den gennemsnitlige masse af hver turist. Sættes til $m := 75 \mathrm{kg}$:
Opdriften på den del af båden, der hæves, når turisterne forlader båden, har samme størrelse som tyngdekraften på turisterne:

$$F_{opdrift} = F_{tyngde,\ turister}$$

$$\rho \cdot V \cdot g = m \cdot N \cdot g$$

$$\rho \cdot A \cdot h \cdot g = m \cdot N \cdot g$$

$$h = \frac{m \cdot N}{A \cdot \rho} = \frac{1200}{15631}\ \mathrm{m} \xrightarrow{\text{at 10 digits}} 0.07677052012\ \mathrm{m}$$

Dvs. båden hæves **8 cm**.

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

16. august 2018

Opgave 1: Lynnedslag

a) Spændingsfaldet U kan beregnes ud fra definitionen på resistans R : $U = R \cdot I$

$$U = 0.68 \cdot 10^6 \Omega \cdot 12 \cdot 10^3 \mathrm{A} = 8.160000000\ 10^9\ \Omega\ \mathrm{A} \overset{\text{simplify}}{=} 8.160000000\ 10^9\ \mathrm{V}$$

Dvs. spændingsfaldet over træet er $\underline{\underline{8.2\mathrm{GV}}}$

b) Da man kender lynnedslagets varighed, kan den afsatte energi beregnes ved:

$$E_{afsat} = P \cdot \Delta t = U \cdot I \cdot \Delta t = 8.16 \cdot 10^9 \mathrm{V} \cdot 12 \cdot 10^3 \mathrm{A} \cdot 55 \cdot 10^{-6} \mathrm{s} = 5.385600000\ 10^9\ \mathrm{V\ A\ s} \overset{\text{simplify}}{=} 5.385600000\ 10^9\ \mathrm{J}$$

Så $\underline{\underline{E_{afsat} = 5.4\mathrm{GJ}}}$

Vandet i træet skal både opvarmes og fordampes. Det antages, at vandet temperatur fra start er 20°C, og der ses bort fra, at trykket i træet ændrer sig undervejs. Da kun 15% af den afsatte energi anvendes til fordampningen, får man:

$$0.15 \cdot E_{afsat} = m_{vanddamp} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T + m_{vanddamp} \cdot L_f$$

$$0.15 \cdot 5.3856 \cdot 10^9 \mathrm{J} = m_{vanddamp} \cdot 4200 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} \cdot (100 - 20) \mathrm{K} + m_{vanddamp} \cdot 2.257 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} \xrightarrow{\text{solve for m\_\_vanddamp}}$$

$$[[m_{vanddamp} = 311.5464713\ \mathrm{kg}]]$$

Der dannes altså omkring **0,3 tons** vanddamp

Opgave 2: Thallium-201

a) I det periodiske system findes Thallium som grundstof nr. 81 og bly som nr. 82.
En beskydning af Tl-203 med en proton har reaktionsskemaet:

$$\,^{203}_{81}Tl + \,^{1}_{1}p \rightarrow \,^{201}_{82}Pb + 3 \cdot \,^{1}_{0}n$$

Der optræder ingen leptoner. Da ladningstallet skal stemme, skal de tre ens partikler have ladningstallet 0.
Da nukleontallet skal passe, skal de tre ens partikler have nukleontallet 1.
Det er altså neutroner, der dannes.

I databogen under Radioaktive Nuklider kan man se, hvordan Pb-201 henfalder. På wikipedia står, at det oftest er elektronindfangning (og i sjældne tilfælde beta+):

$$\,^{201}_{82}Pb + \,^{0}_{-1}e \rightarrow \,^{201}_{81}Tl + \nu$$ (der må dannes en neutrino, når leptontallet skal passe)

b) Halveringstiden for Pb-201 er ifølge wikipedia 9,33 timer. Henfaldsloven kan bruges til at bestemme den procentvise mængde af Pb-201, der er tilbage efter 32 timer:

$$N(t) = N(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

$$\frac{N(32)}{N(0)} = 0.5^{\frac{32\text{timer}}{9.33\text{timer}}} = 0.5^{\frac{32}{9.33}} = 0.09279582086 = \underline{\underline{9.3\ \%}}$$

Opgave 3: Fiskeblink

a) Da man kender massen, kan tyngdekraftens størrelse beregnes:

$$F_t = m \cdot g = 0.012\text{kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{0.11784}{\text{s}^2}\ \text{kg m} \overset{\text{simplify}}{=} 0.11784\ \text{N}$$

Dvs. $\underline{\underline{F_t = 0.12\text{N}}}$

b) Følgende vinkler aflæses på billedet:

with(*Gym*) :

4. *orden*	3. *orden*	2. *orden*	1. *orden*	0. *orden*	1. *orden*	2. *orden*	3. *orden*	4. *orden*
15°	43.5°	61°	76.5°	90.5°	105.5°	121°	139.5°	171.5°

Det giver følgende afbøjningsvinkler:

4. *orden*	3. *orden*	2. *orden*	1. *orden*	0. *orden*	1. *orden*	2. *orden*	3. *orden*	4. *orden*
75.5°	47°	29.5°	14°	0°	15°	31.5°	49°	81°

Gitterformlen bruges til at bestemme gitterkonstanten, der netop er afstanden mellem rillerne (der tages et gennemsnit af de to værdier for ordnerne):

$$\sin(\theta) = \frac{\lambda \cdot n}{d}$$

Regneeksempel med 3. orden ($n = 3$) :

$$Sin(48) = \frac{405 \cdot 10^{-9}\text{m} \cdot 3}{d} \xrightarrow{\text{solve}} \{d = 1.634943766\ 10^{-6}\ \text{m}\}$$

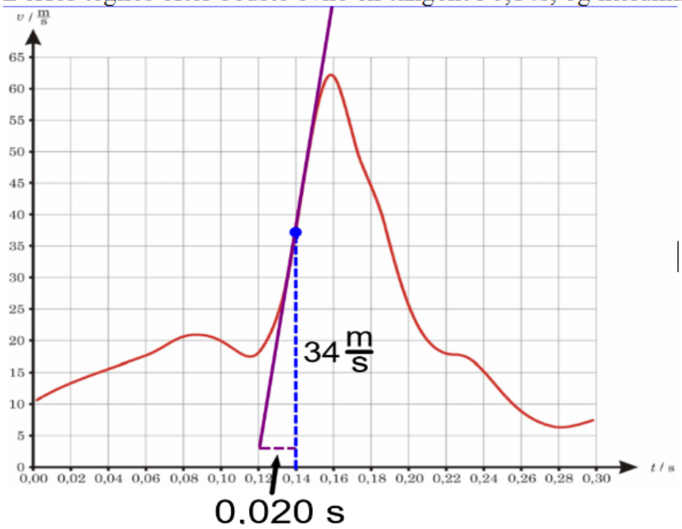
Dette giver:

4. *orden*	3. *orden*	2. *orden*	1. *orden*
1.65μm	1.63μm	1.60μm	1.62μm

Afstanden mellem rillerne vurderes altså til at være $\underline{\underline{1.63\mu\text{m}}}$

Opgave 4: Badmintonsmash

a) Det er ikke helt uproblematisk at besvare spørgsmålet.
Det er farten (og ikke hastigheden), der er angivet, og hvis man f.eks. har en cirkelbevægelse, kan farten godt være konstant, selvom der er en acceleration, fordi accelerationen beskriver ændringen af **hastigheden.** Men hvis det antages, at bevægelsen er så tæt på en ret linje, at man kan se bort fra den del af accelerationen, der giver en retningsændring, kan man udnytte, at accelerationen er differentialkvotienten til 0,14s.
Derfor tegnes efter bedste evne en tangent i 0,14s, og hældningen for tangenten bestemmes:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{34\,\frac{m}{s}}{0.020s} = \frac{1700.000000}{s}\,\frac{m}{s} \overset{\text{simplify}}{=} 1700.000000\,\frac{m}{s^2}$$

Dvs. accelerationen estimeres til $\underline{\underline{1.7 \cdot 10^3\,\frac{m}{s^2}}}$

b) Det antages, at fjerbolden returneres modsat af den retning, den blev modtaget, hvilket giver en hastighedsændring på 430 $\frac{km}{t}$. Da fjerbolden vejer 5,0 g, giver det en ændring i bevægelsesmængden på:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = 0.0050kg \cdot \frac{430}{3.6}\,\frac{m}{s} = \frac{0.5972222222}{s}\,kg\ m \overset{\text{simplify}}{=} 0.5972222222\,\frac{kg\ m}{s}$$

Denne ændring i bevægelsesmængden svarer til kraftens impuls:

$$F_{gen} \cdot \Delta t = \Delta p$$

$$F_{gen} \cdot 1.2 \cdot 10^{-3}s = 0.5972222222\,\frac{kg\ m}{s} \xrightarrow{\text{solve}} \{F_{gen} = 497.6851852\ N\}$$

Dvs. den gennemsnitlige kraftpåvirkning er omkring **0,5 kN**

Opgave 5: Kuglestød

a) Da man både kender masse og fart, kan den kinetiske energi beregnes ved:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot 7.26\text{kg}\cdot\left(13.7\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = \frac{681.3147000}{\text{s}^2}\ \text{kg m}^2 \overset{\text{simplify}}{=} 681.3147000\ \text{J}$$

Dvs. $\underline{\underline{E_{kin} = 681\text{J}}}$

b) Bevægelsen opdeles i en vandret bevægelse med konstant fart og en lodret med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen).
I den lodrette bevægelse har man altså:

$$y(t) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 + v_{y,\,start}\cdot t + y_0$$

Man kender både starthøjden (og sluthøjden 0) og den tid kuglen er i luften, så den lodrette starthastighedskomposant kan beregnes:

$$0 = -\frac{1}{2}\cdot 9.82\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot(1.90\text{s})^2 + v_{y,\,start}\cdot 1.90\text{s} + 2.13\text{m} \xrightarrow{\text{solve for v\_\_y,start}} \left[\left[v_{y,start} = 8.207947368\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]\right]$$

Da vinklen med vandret er 37°, giver dette begyndelsesfarten:

$$\sin(v) = \frac{v_{y,\,start}}{v_{start}}$$

$$Sin(37) = \frac{8.207947368\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{v_{start}} \xrightarrow{\text{solve for v\_\_start}} \left[\left[v_{start} = 13.63865482\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]\right]$$

Dvs. farten fra start er: $\underline{\underline{v_{start} = 13.6\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

Den vandrette hastighedskomposant fra start kan beregnes ud fra kastevinklen startfarten:

$$\cos(v) = \frac{v_{x,\,start}}{v_{start}}$$

$$Cos(37) = \frac{v_{x,\,start}}{13.63865482\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \xrightarrow{\text{solve for v\_\_x,start}} \left[\left[v_{x,start} = 10.89231405\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]\right]$$

Den vandrette hastighedskomposant er som nævnt konstant, og da man kender tiden i luften, har man:

$$\Delta x = v_{x,\,start}\cdot\Delta t = 10.89231405\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 1.90\text{s} = 20.69539670\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\ \text{s} \overset{\text{simplify}}{=} 20.69539670\ \text{m}$$

Dvs. kuglen når $\underline{\underline{21\text{m}}}$

c) Da kraften følger bevægelsesretningen (dvs. vinklen 0° mellem de to vektorer), har man:

$$A_{samlet\ kraft} = F_{samlet} \cdot \Delta s$$

Dette udførte arbejde svarer til en energitilvækst, der i dette tilfælde består af en forøgelse af den potentielle og den kinetiske energi (mekanisk system).

$$A_{samlet\ kraft} = \Delta E_{pot} + \Delta E_{kin} = m \cdot g \cdot \Delta h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{slut}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2$$

Højdeændringen kan bestemmes ved at udnytte, at bevægelsen foregår med en vinkel på 37° i forhold til vandret.

$$F_{samlet} \cdot 1.65\ \text{m} = 7.26\text{kg} \cdot \left(9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.65\text{m} \cdot Sin(37) + \frac{1}{2} \cdot \left(13.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right) \xrightarrow{\text{solve for F\_\_samlet}}$$

$$[[F_{samlet} = 442.0733187\ \text{N}]]$$

Dvs. den konstante samlede kraft er $\underline{\underline{0.44\text{kN}}}$

Tyngdekraftens arbejde svarer til tabet i potentiel energi, dvs.:

$$A_t = -\Delta E_{pot} = -7.26\text{kg} \cdot 9.82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1.65\text{m} \cdot Sin(37) = -\frac{70.79377606}{\text{s}^2}\ \text{kg m}^2 \overset{\text{simplify}}{=} -70.79377606\ \text{J}$$

Den samlede krafts arbejde er:

$$A_{samlet\ kraft} = F_{samlet} \cdot \Delta s = 442.0733187\ \text{N} \cdot 1.65\text{m} = 729.4209759\ \text{N m} \overset{\text{simplify}}{=} 729.4209759\ \text{J}$$

Da kuglen kun er påvirket af tyngdekraften og hånden, har man:

$$A_{samlet\ kraft} = A_{hånd} + A_t \Leftrightarrow A_{hånd} = A_{samlet\ kraft} - A_t = 729.4209759\ \text{J} - (-70.79377606\ \text{J}) = 800.2147520\ \text{J}$$

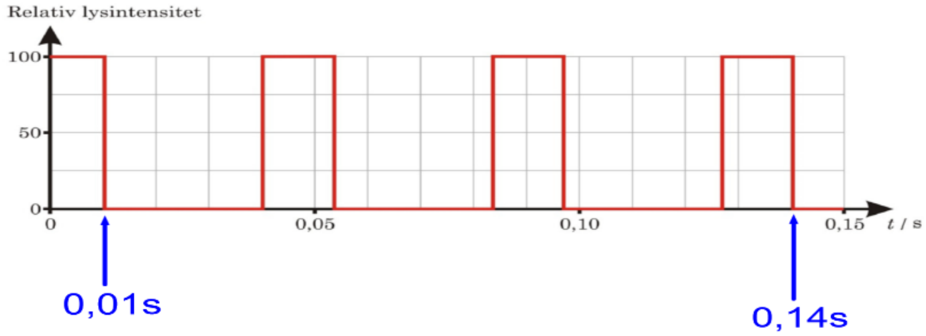
Hermed kan den konstante kraft fra hånden beregnes:

$$F_{hånd} = \frac{A_{hånd}}{\Delta s} = \frac{800.2147520\ \text{J}}{1.65\text{m}} = \frac{484.9786376}{\text{m}}\ \text{J} \overset{\text{simplify}}{=} 484.9786376\ \text{N}$$

Så størrelsen af den konstante kraft fra hånden er $\underline{\underline{0.48\text{kN}}}$

Opgave 6: Fidget spinner

a) Perioden aflæses som tiden mellem tre afbrydelser med tilhørende frie passager:



Dvs. $T = 0.14\text{s} - 0.01\text{s} = 0.13\text{s}$

Man har en jævn cirkelbevægelse, og da man kender radius, kan farten bestemmes:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0.042\text{m}}{0.13\text{s}} = \frac{2.029952177}{\text{s}}\ \text{m} \overset{\text{simplify}}{=} 2.029952177\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

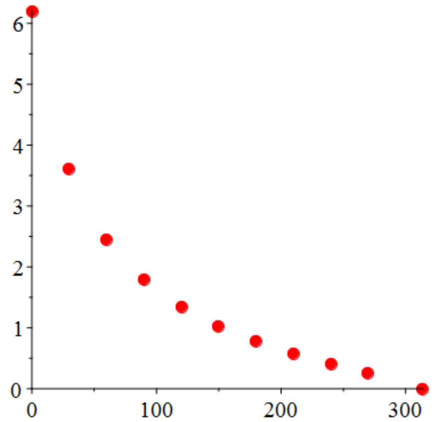
Dvs. farten af de yderste punkter er $\underline{\underline{2.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

b) Målepunkterne indtegnes i et koordinatsystem:

$tid := [0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 314]:$

$fart := [6.2, 3.61, 2.45, 1.78, 1.34, 1.02, 0.77, 0.57, 0.40, 0.25, 0]:$

$plot(tid, fart)$



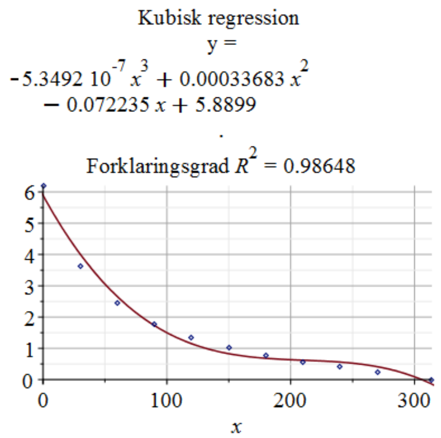
Arealet under grafen, der fremkommer, når punkterne forbindes med en glat kurve, svarer til den strækning, som et af de yderste punkter har bevæget sig.

For at finde arealet forsøges med en model, hvor farten kan beskrives ved et tredjegradspolynomium (eksponentiel udvikling og potensvækst var ikke vellykket).

$v(t) := PolyReg(tid, fart, 3, t):$

$$v(t) = -5.34924646952845\ 10^{-7}\ t^3 + 0.000336832510860134\ t^2 - 0.0722349579808940\ t + 5.88990064092060$$

$PolyReg(tid, fart, 3)$



Det bemærkes, at grafen ikke passer helt godt med punkternes tendens, men arealet under grafen ser ud til at stemme fint med det søgte areal, så denne model kan bruges til netop dette formål:

$$\int_0^{314} v(t)\ dt = 464.3817251$$

Den tilbagelagte afstand er altså 464 m, og da man kender radius og dermed kan beregne omkredsen, kan antallet N af omdrejninger estimeres:

$$N = \frac{s_{tilbagelagt}}{O_{cirkel}} = \frac{s_{tilbagelagt}}{2\cdot\pi\cdot r} = \frac{464.3817251\text{m}}{2\cdot\pi\cdot 0.042\text{m}} = 1759.729691$$

Dvs. $\underline{\underline{N = 1.8\cdot 10^3}}$

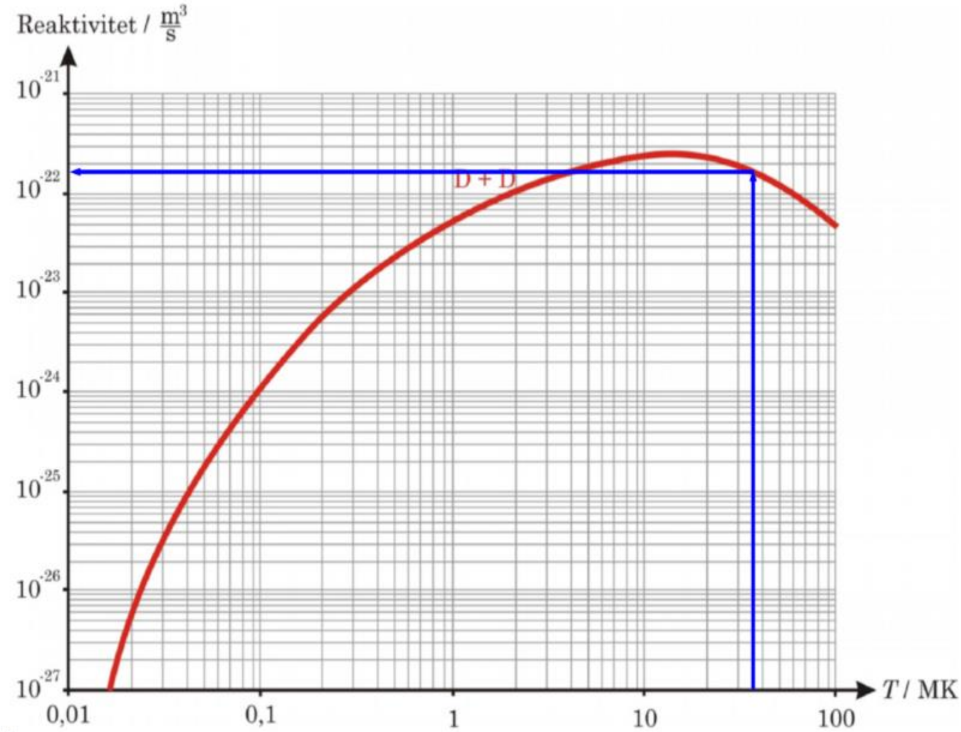
Opgave 7: Alcator C-Mod

a) Den samlede tæthed kan beregnes ved at betragte plasmaen som en idealgas: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{208 \cdot 10^3 \mathrm{Pa}}{8.3145 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}} \cdot 35 \cdot 10^6 \mathrm{K}} = \frac{0.0007147582106}{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\ K}}\ \mathrm{K}} \mathrm{Pa} \overset{\text{simplify}}{=} 0.0007147582106 \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m}^3}$$

Dvs. den samlede tæthed er $\underline{\underline{7.1 \cdot 10^{-4} \frac{\mathrm{mol}}{\mathrm{m}^3}}}$

b) På grafen aflæses reaktiviteten ved den oplyste temperatur til $1.7 \cdot 10^{-22} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ (se nedenfor)



Der kan komme flere forskellige ting ud af en deuterium-deuterium-proces, men jeg forestiller mig at der i lærebogen til emnet er oplyst en middelværdi for Q omkring 3,65MeV, som er det tal, jeg vil regne videre med:

$$3.65 \cdot 10^6 \mathrm{eV} \overset{\text{simplify}}{=} 5.847944667\ 10^{-13}\ \mathrm{J}$$

Hermed bliver:

$$Q \cdot \overline{\sigma \cdot \upsilon}_{12} = 5.847944667\ 10^{-13}\ \mathrm{J} \cdot 1.7 \cdot 10^{-22} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}} = \frac{9.941505934\ 10^{-35}}{\mathrm{s}}\ \mathrm{J\ m}^3$$

Da dette tal er mindre end $2 \cdot 10^{-34} \mathrm{J} \cdot \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$, er kriteriet ikke opfyldt