Løsninger til OPGAVER I FYSIK A-NIVEAU 2013-udgaven

Opgave V1 side 5: **Effektfuld laser**

a) Energien af de enkelte fotoner bestemmes:

$$E_{foton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 2{,}9979 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}{812 \cdot 10^{-9}\,m} = 2{,}44636 \cdot 10^{-19}\,J$$

Hermed er antallet af fotoner i den enkelte puls:

$$N = \frac{E_{puls}}{E_{foton}} = \frac{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J}{2{,}44636 \cdot 10^{-19}\,J} = 2{,}04385 \cdot 10^{15} = \underline{\underline{2{,}0 \cdot 10^{15}}}$$

b) Den gennemsnitlige effekt findes ved at se på, hvor meget energi der udsendes pr. sekund:

$$P_{gennemsnit} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_{500\ pulser}}{1s} = \frac{500 \cdot E_{puls}}{1s} = \frac{500 \cdot 0{,}50mJ}{1s} = \underline{\underline{0{,}25W}}$$

Effekten i en enkelt puls bestemmes som forholdet mellem pulsens energi og den varighed:

$$P_{Puls} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_{puls}}{0{,}20\,ps} = \frac{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J}{0{,}20 \cdot 10^{-12}\,s} = \underline{\underline{2{,}5 \cdot 10^{9} W}} = 2{,}5GW$$

c) Densiteten af molybdæn findes i det periodiske system i databogen (1998-udgaven side 14), og den er 10,222 g/cm^3.

Dette bruges til at bestemme massen af molybdæn i rillen:

$$m = \rho \cdot V = 10{,}222 g / cm^3 \cdot 0{,}095cm \cdot 0{,}0050cm \cdot 0{,}0100cm = 0{,}0000485545g = 49\mu g$$

Den energi, der skal tilføres for at fordampe denne mængde molybdæn, er:

$$E_{fordampning} = m \cdot L = 4{,}9 \cdot 10^{-5}\,g \cdot 7{,}7 \cdot 10^{3}\,\frac{J}{g} = 0{,}37387\,J\ .$$

Antallet af pulser, der giver denne energi, er:

$$N = \frac{E_{fordampning}}{E_{puls}} = \frac{0{,}37387\,J}{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J} = 747{,}739 = \underline{\underline{7{,}5 \cdot 10^{2}}}$$

Da der er 500 pulser pr. sekund, vil det tage:

$$t = \frac{748\ pulser}{500\ pulser\ pr.\ s} = 1{,}49548s = \underline{\underline{1{,}5s}}$$

I beregningerne er det bl.a. antaget, at der ikke afsættes energi til omgivelserne (dvs. at al energien går til fordampning). Ifølge opgaveteksten er det en rimelig antagelse, da det netop er pointen med denne type lasere.

Desuden er der set bort fra, at pulsen giver et cirkulært hul, mens en rille opbygges af kvadratiske huller. Da opgaveteksten lægger op til, at rillen har en fast bredde og dybde, er det igen en rimelig antagelse.

Opgave V2 side 6: **Laserkirurgi**

a) Man kan enten beregne energi i eV eller J. Her vælges J:

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 299792458\, m/s}{10{,}6 \cdot 10^{-6}\, m} = 1{,}874007 \cdot 10^{-20}\, J = \underline{\underline{1{,}87 \cdot 10^{-20}\, J}}$$

b) Først bestemmes det, hvor meget vævsmasse, der fordampes pr. sekund:

$$E = m \cdot L_f \Leftrightarrow m = \frac{E}{L_f} = \frac{60\, J}{2{,}4 \cdot 10^3\, J/g} = 0{,}025 g$$

Da man kender densiteten, kan denne masse omregnes til et volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}025 g}{0{,}95 g/cm^3} = 0{,}02631579 cm^3$$

Når strålen bevæges hen over vævet, dannes der et kasseformet hul (med halvcirkler i enderne, men det kan man se bort fra). Dette hul har bredden 0,40mm (diameteren af strålen), og pr. sekund er længden 2,0cm. Da man kender det fordampede rumfang, kan man dermed finde dybden:

$$V = b \cdot l \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{V}{b \cdot l} = \frac{0{,}02631579 cm^3}{0{,}040 cm \cdot 2{,}0 cm} = 0{,}328947 cm = \underline{\underline{3{,}3 mm}}$$

Opgave V3 side 6: **Marstal solvarmeanlæg**

a) $E_{nyttig} = \eta \cdot E_{tilført} = \eta \cdot P \cdot \Delta t = \eta \cdot P_{pr.\,areal} \cdot A \cdot \Delta t$

Da det er effekten pr. areal ($P_{pr.\ areal}$), der er oplyst sammen med arealet (A), foretages den sidste omskrivning ovenfor.

$$E_{nyttig} = 0{,}40 \cdot 870 \frac{W}{m^2} \cdot 18365 m^2 \cdot 8{,}5 \cdot 3600 s = 1{,}95565 \cdot 10^{11}\, J = \underline{\underline{196 GJ}}$$

b) Hvis det antages, at al den energi, der ikke afsættes til Marstal by, oplagres i den store vandtank, vil dette svare til $\Delta E_{vandtank} = 183 GJ - 45 GJ = 138 GJ$.

Når der ses bort fra, at vandet i vandtanken udveksler energi med omgivelserne, og når der regnes med en fast specifik varmekapacitet for vand på 4,2kJ/(kg*K) fås:

$$T_{slut} = T_{start} + \Delta T = T_{start} + \frac{\Delta E_{vandtank}}{m_{vand} \cdot c_{vand}} = 45{,}0°C + \frac{138 \cdot 10^9\, J}{10000 \cdot 10^3\, kg \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C}} = \underline{\underline{48{,}3°C}}$$

Opgave V4 side 7: **Batteridrevet skruetrækker**

a) Da det er en batteridrevet skruetrækker, er det jævnstrøm, der benyttes, og dermed gælder:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{120W}{17{,}3V} = 6{,}93642A = \underline{\underline{6{,}9A}}$$

b) Tiden for at skrue skruen ind i træet er:

$$t = \frac{40\ vindinger}{8{,}5\ vindinger\ \ pr.\ sekund} = 4{,}70588s = \underline{\underline{4{,}7s}}$$

På denne tid har skruetrækkeren omsat energien:

$$E_{skruetrækker} = P \cdot t = 120W \cdot 4{,}70588s = 564{,}706J = 565J$$

På wikipedia (engelsk) angives, at nyttevirkningen af en elektromotor af størrelsen 10W til 200W har en nyttevirkning mellem 0,5 og 0,9, og da 120W ligger omtrent midt i intervallet, antages nyttevirkningen at være 70%.

Dermed vil den energi, der går til selve skruningen være:

$$E_{skruning} = 0{,}7 \cdot E_{skruetrækker} = 0{,}7 \cdot 565J = 395J\ .$$

Derudover kan der komme et bidrag fra skruens tab i potentiel energi, og hvis man presser på skruetrækkeren, vil der også udføres et arbejde. Disse bidrag vil dog være ubetydelige, så der ses bort fra dem.

Der er ikke nogen kinetisk energi, når skruen sidder fast, så den tilførte energi er omdannet til termisk energi, der antages fordelt ligeligt mellem træet og skruen.

Skruens termiske energi er altså øget med omkring 200J.

Dette giver en temperaturstigning på:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta E}{m_{skrue} \cdot c_{jern}} = \frac{200J}{4{,}34g \cdot 0{,}452\frac{J}{g \cdot K}} = 101{,}953K \approx \underline{\underline{100°C}}$$

Opgave V5 side 8: **Varm mælk**

a) Da der sker en opvarmning (uden faseovergang), kan den tilførte varme beregnes ved:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 0{,}250kg \cdot 4180\frac{J}{kg \cdot K} \cdot (80{,}0 - 5{,}0)K = 78375J = \underline{\underline{78{,}4kJ}}$$

b) Opvarmningen foregår meget hurtigt, så det kan med rimelighed antages, at systemet er isoleret, dvs. al den energi, som vanddampen har afgivet, er gået til opvarmning af mælken. Desuden antages det, at al vanddampen bliver i blandingen.

Vanddampen afgiver både energi ved fortætningen til vand og ved nedkølingen fra 100°C til 80°C, så man har:

$$E_{afgivet} = m_v \cdot L_f + m_v \cdot c \cdot (-\Delta T) \quad \Leftrightarrow$$

$$m_v = \frac{E_{afgivet}}{L_f + c \cdot (-\Delta T)} = \frac{78375J}{2{,}257 \cdot 10^6\frac{J}{kg} + 4{,}2 \cdot 10^3\frac{J}{kg \cdot K} \cdot (100-80)K} = 0{,}0334793kg = \underline{\underline{33g}}$$

Værdierne for vands specifikke varmekapacitet og fordampningsvarme (ved 100°C) er fundet i databogen. Den specifikke varmekapacitet afhænger lidt af temperaturen, så egentlig er tre betydende cifre i facit til spørgsmål a) ikke korrekt (2 havde været mere passende).

Opgave V6 side 9: **Ukrudtsdamper**

a) Da man kender effekten og tidsrummet, kan den omsatte energi beregnes ud fra definitionen på effekt: $P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad E_{omsat} = P \cdot \Delta t = 2{,}2 \cdot 10^3 W \cdot 24 \cdot 60 s = 3168000 J = \underline{\underline{3{,}2 MJ}}$

b) Hvis det antages, at systemet er isoleret (dvs. der udveksles ikke energi med omgivelserne), gælder der, at al den omsatte energi er gået til opvarmning af al vandet til 100°C og efterfølgende fordampning af en del af det. Man har derfor:

$$E_{omsat} = m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{opvarmning} + m_{fordampet} \cdot L_{f,vand} \quad \Leftrightarrow$$

$$m_{fordampet} = \frac{E_{omsat} - m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{opvarmning}}{L_{f,vand}} =$$

$$\frac{3168000 J - 1{,}5 kg \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (100 - 15) K}{2{,}257 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}} = 1{,}16637 kg = \underline{\underline{1{,}2 kg}}$$

Vands densitet og specifikke varmekapacitet afhænger af temperaturen, så der er benyttet værdier med få betydende cifre, og da der desuden ikke kan undgås et varmetab til omgivelserne, vil den fordampede masse i praksis være lidt mindre end den beregnede.

Opgave V7 side 10: **Idrætsskader**

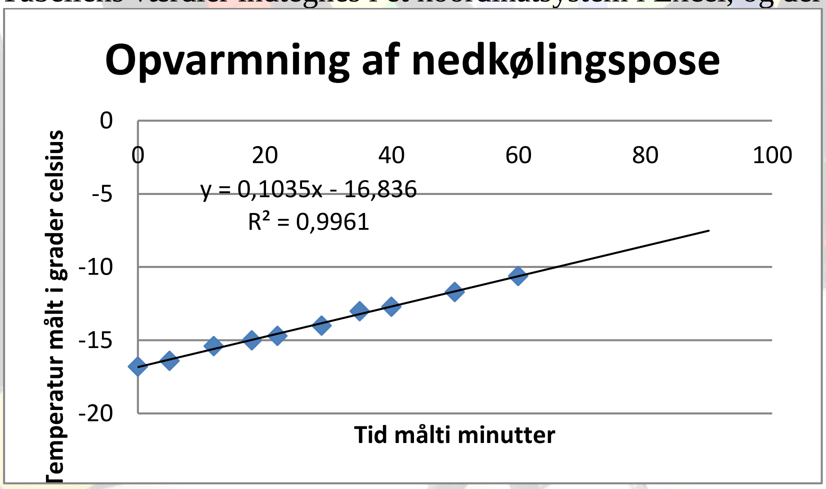
a) Vandets temperatur stiger ikke så meget, og forsøget varer kun ”nogle minutter”, så man kan med rimelighed betragte systemet som isoleret, dvs. der udveksles ikke varme med omgivelserne.
Så man har:

$$\Delta E_{pose} + \Delta E_{vand} = 0$$

$$C_{pose} \cdot \Delta T_{pose} = -m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} \quad \Leftrightarrow$$

$$C_{pose} = \frac{-m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand}}{\Delta T_{pose}} = \frac{-1{,}29 kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 8{,}9 K}{-27{,}9°C} = 1720{,}09247 \frac{J}{°C} = \underline{\underline{1{,}72 \frac{kJ}{°C}}}$$

b) Tabellens værdier indtegnes i et koordinatsystem i Excel, og der vælges en lineær tendenslinje:



Posens temperatur skal være under -5,0°C, og tidspunktet for denne findes ved:
Solve(-5=0,1035x-16,836,x) , der giver x = 114,357
Dvs. posen kan bruges i $\underline{\underline{\text{114 minutter}}}$

Opgave V8 side 11: **Forsøg med hårtørrer**

a) Effekten kan bestemmes ud fra kendskabet til to af de tre størrelser strøm, spændingsfald og resistans. I dette tilfælde kendes de to sidste, og dermed bliver:

$$P=\frac{U^2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R=\frac{U^2}{P}=\frac{(230V)^2}{1200W}=44{,}083333\Omega=\underline{\underline{44\Omega}}$$

b) Formlen er oplyst i opgaven, så farten skal blot isoleres, og så skal man sørge for at indsætte størrelserne i passende enheder, dvs. kvadratcentimeter skal omregnes til kvadratmeter:

$$F=\rho\cdot A\cdot v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v=\sqrt{\frac{F}{\rho\cdot A}}=\sqrt{\frac{0{,}184N}{0{,}93\frac{kg}{m^3}\cdot 11{,}9\cdot 10^{-4}m^2}}=12{,}8942\frac{m}{s}=\underline{\underline{12{,}9\frac{m}{s}}}$$

c) På 1 sekund vil luftmængden nå at bevæge sig 12,9m, dvs. at den mængde luft, der passerer gennem hårtørreren pr. sekund, kan bestemmes som den mængde luft, der befinder sig i en cylinder med længden 12,9m og grundfladearealet givet ved rørets tværsnitsareal.

$$m_{luft}=\rho_{luft}\cdot V_{luft}=\rho_{luft}\cdot A_{cylindergrundflade}\cdot l_{cylinder}=$$

$$0{,}93\frac{kg}{m^3}\cdot 11{,}9\cdot 10^{-4}m^2\cdot 12{,}8942m=0{,}01427kg$$

Effekten fra hårtørreren går både til at varme luften op og give den fart på, men da temperaturen netop er et udtryk for luftmolekylernes gennemsnitlige kinetiske energi, indgår bidraget fra den kinetiske energi af luftmængden betragtet som én partikel i temperaturberegningen (med et meget lille bidrag).

Da hårtørreren på 1 sekund omdanner 1200J, har man så:

$$\Delta E=m\cdot c\cdot\Delta T \quad \Leftrightarrow \quad c=\frac{\Delta E}{m\cdot\Delta T}=\frac{1200J}{0{,}01427kg\cdot(104-20)°C}=1001{,}1004\frac{J}{kg\cdot K}=\underline{\underline{1{,}00\frac{kJ}{kg\cdot K}}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave V9 side 11: **Bageovn**

a) Effekten er defineret som den omsatte energimængde pr. tid, og da den elektriske effekt og tiden er kendt, kan man altså finde den omsatte elektriske energi:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad E_{omsat} = P \cdot \Delta t = 2,0 \cdot 10^3 W \cdot 5,0 \cdot 60s = 600000J = \underline{\underline{0,60MJ}}$$

b) Temperaturen T som funktion af tiden t fra bageovnen tændes er: $T = 471°C - 450°C \cdot e^{-a \cdot t}$
(Ved indsættelse af $t = 0$ ses det, at ovnens temperatur er 21 grader celsius fra start).
Tiden det varer at opvarme til 200°C bestemmes:

$$200°C = 471°C - 450°C \cdot e^{-0,042\,\text{min}^{-1} \cdot t} \quad \Leftrightarrow$$

$$e^{-0,042\,\text{min}^{-1} \cdot t} = \frac{200°C - 471°C}{-450°C} \quad \Leftrightarrow$$

$$-0,042\,\text{min}^{-1} \cdot t = \ln\left(\frac{200°C - 471°C}{-450°C}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{200°C - 471°C}{-450°C}\right)}{-0,042\,\text{min}^{-1}} = 12,0744943\,\text{min} = \underline{\underline{12,1\,\text{min}}}$$

Den tilførte elektriske effekt går dels til opvarmning af ovnen og dels til varmeafgivelse til omgivelserne. For at finde varmeafgivelsen til omgivelserne, skal man altså bestemme den effekt, der går til opvarmning af ovnen, hvorefter denne kan trækkes fra den samlede tilførte elektriske effekt.
Da man ud over udtrykket for temperaturen som funktion af tiden kender bageovnens varmekapacitet, som er 6,3kJ/K og en konstant – hvilket benyttes under differentiationen - får man:

$$P_{opvarmning} = \frac{dE_{bageovn}}{dt} = \frac{d(C_{bageovn} \cdot T)}{dt} = C_{bageovn} \cdot \frac{dT}{dt} = C_{bageovn} \cdot \left(-450°C \cdot (-a) \cdot e^{-a \cdot t}\right) =$$

$$6,3 \cdot 10^3 \frac{J}{K} \cdot 450°C \cdot 0,042\,\text{min}^{-1} \cdot e^{-0,042\,\text{min}^{-1} \cdot 12,074494\,\text{min}} = 71706,6 \frac{J}{\text{min}} = 1195,11 \frac{J}{s}$$

Altså afgives der energi til omgivelserne med effekten:

$$P_{omgivelser} = P_{samlet} - P_{opvarmning} = 2,0kW - 1,19511kW = \underline{\underline{0,8kW}}$$

Opgave V10 side 12: **Termometer i sprit**

a) Når følerne tages op af spritten, sidder der stadig sprit på overfladen. Dette sprit fordamper, når det modtager energi fra luften og fra selve føleren ($E_{tilført} = m_{fordampet} \cdot L_{f,sprit}$, hvor $L_{f,sprit}$ er fordampningsvarmen omkring stuetemperatur). Da føleren altså afgiver energi til spritten, vil føleren selv nedkøles ($E_{afgivet} = -C_{føler} \cdot \Delta T_{føler}$).

Graferne er forskellige, fordi de to følere ikke har samme forhold mellem rumfang og overfladeareal. De to følere antages at være cylinderformede (hvilket passer med billedet), og for en cylinder har man:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

, hvor V er rumfanget, O er overfladearealet, r er radius og h er højden (der er set bort fra toppen i udregningen af overfladearealet, da det udgør en ubetydelig del af dette).
Forholdet mellem rumfanget og overfladearealet er så:

$\frac{V}{O} = \frac{r}{2}$

Spritten sidder på overfladen af føleren, mens massen og dermed varmekapaciteten af føleren er direkte knyttet til rumfanget ($m = \rho \cdot V$ og $C = m \cdot c = \rho \cdot V \cdot c$).

Mængden af sprit er altså proportionalt med overfladearealet, mens varmekapaciteten er proportional med rumfanget.

Jo større radius er, des større er rumfanget og dermed varmekapaciteten i forhold til overfladearealet og altså mængden af sprit. Og jo større varmekapaciteten af føleren er i forhold til mængden af sprit, jo mindre falder temperaturen, når den afgiver den nødvendige mængde energi. Derfor falder temperaturen mindre for den tykke end for den tynde føler.

Og desuden gælder med samme argument, at den tykke følers temperatur efter fordampningen af spritten vokser langsommere, da den har et relativt mindre overfladeareal end den tynde føler, og derfor har et mindre forhold mellem modtaget varme fra luften og varmekapacitet end den tynde.

Opgave V11 side 13: **Elektrisk vandvarmer**

a) Det tidsrum, hvor vandet forbruges, er ikke så stort, så der ses bort fra energiafgivelse til omgivelserne. Det antages, at der forbruges 0,2kg vand i sekundet, og at vandet skal opvarmes fra 5°C til 60°C. Hermed bliver den nødvendige effekt:

$$P = \frac{E_{tilført}}{\Delta t} = \frac{m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T}{\Delta t} = \frac{m_{vand}}{\Delta t} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T =$$

$$0{,}20 \frac{kg}{s} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (60-5)K = 46200W = \underline{\underline{46kW}}$$

Dette er et fuldstændig urealistisk resultat, da det ville kræve en strøm på 200A (med 230V), så enten må der sættes store begrænsninger på forbruget, eller også må man erkende, at vandvarmeren ikke kan følge med.

Opgave V12 side 13: **Mundingsfart**

a) For at kunne bestemme blypladens tilvækst i indre energi, skal man kende blys specifikke varmekapacitet. Den findes i databogen (1998-udgaven) under "Specifikke varmekapaciteter for grundstoffer" på side 142: $c_{bly} = 130 \dfrac{J}{kg \cdot K}$

Da temperaturstigningen kun er på et par grader, når man ikke blys smeltepunkt, og derfor sker der ingen faseovergang. Altså har man:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T = 0{,}01795 kg \cdot 130 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 2{,}4 K = \underline{\underline{5{,}6 J}}$$

b) Haglet sætter sig fast i blypladen, og derfor vil al den kinetiske energi omdannes til termisk energi. Hvis man går ud fra, at det er blypladen, der modtager al denne termiske energi, og hvis man ser bort fra opvarmningen eller nedkølingen af haglet, der muligvis allerede er opvarmet under affyringen, vil stigningen i indre energi beregnet i a) svare til den kinetiske energi af haglet, inden det ramte blypladen. Når man kender den kinetiske energi, kan man ud fra kendskabet til haglets masse beregne haglets fart:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

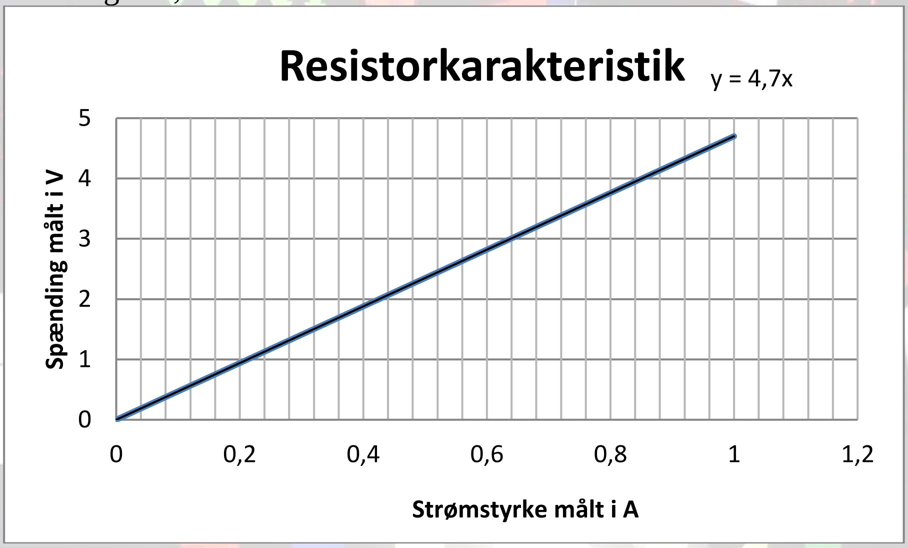
$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}6 J}{5{,}3 \cdot 10^{-4} kg}} = 145{,}369 \frac{m}{s} = \underline{\underline{145 \frac{m}{s}}}$$

Opgave E1 side 14: **Sikring**

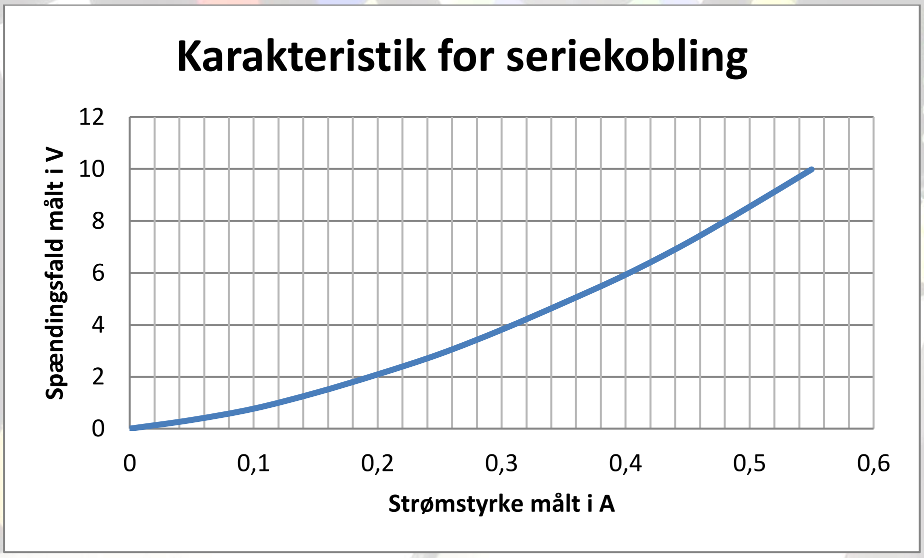
a) Installationerne er dimensioneret til 10A, dvs. de kan tåle den varme, der udvikles, når der løber en strøm op til 10A gennem dem. Hvis en 16A-sikring havde erstattet en 10A-sikring, og en masse elektriske apparater (støvsuger, elkedel, …) blev sat til samtidigt, så strømmen gennem systemet kom op i nærheden af de 16A (hvor sikringen altså endnu ikke var brændt over), ville ledningerne i forbindelse med installationen (hvor al strømmen jo går igennem – i modsætning til de enkelte apparater) kunne opvarmes så kraftigt, at der opstår brand.

Opgave E2 side 14: **Karakteristik**

a) En resistor opfylder pr. definition Ohms lov $U = R \cdot I$, så en (I,U)-graf vil være en ret linje med hældningen 4,70Ω:



b) Når komponenterne sidder i serie, vil strømmen gennem dem være den samme, mens det samlede spændingsfald over forbindelsen er summen af spændingsfaldene over de to komponenter.
Så karakteristikken for serieforbindelsen kan laves ved, at man for en strømstyrke aflæser spændingsfaldene på karakteristikkerne for de to enkelt-komponenter og lægger disse sammen. Man får så:



På karakteristikken kan så aflæses, at strømstyrken gennem serieforbindelsen er $\underline{\underline{I = 0{,}405A}}$, når spændingsfaldet over den er 6,0V.

Opgave E3 side 15: **Lynnedslag**

a) Da modstanden og spændingsfaldet er kendt, kan strømstyrken beregnes ved Ohms 1. lov:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U}{R} = \frac{7{,}2V}{5{,}1\cdot 10^{-4}\Omega} = 14117{,}6470588A = \underline{\underline{14{,}1kA}}$$

b) Først bestemmes den ladningsmængde, der har passeret gennem (et tværsnit af) resistoren. Dette gøres ud fra definitionen på strømstyrke, der netop er mængden af ladning, der har passeret gennem et tværsnit, pr. tid:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta Q = I \cdot \Delta t = 25\cdot 10^{3} A \cdot 15\cdot 10^{-3} s = 375C$$

En elektron har elementarladningen $1{,}602\cdot 10^{-19} C$, så ovenstående ladningsmængde svarer til:

$$N = \frac{Q_{samlet}}{q_{elektron}} = \frac{375C}{1{,}602\cdot 10^{-19} C} = 2{,}3406\cdot 10^{21} = \underline{\underline{2{,}34\cdot 10^{21}}}$$

c) Energien afsættes så hurtigt, at man kan gå ud fra, at der ikke afgives energi til omgivelserne, dvs. at systemet er isoleret.'

Den afsatte energi i en resistor udtrykt ved resistans, strømstyrke og tidsrum er:

$$\Delta E_{resistor} = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

Under antagelsen af at al energien går til opvarmning af resistoren, har man desuden:

$$\Delta E_{resistor} = m_{resistor} \cdot c_{resistor} \cdot \Delta T_{resistor}$$

Altså fås:

$$m_{resistor} \cdot c_{resistor} \cdot \Delta T_{resistor} = R \cdot I^2 \cdot \Delta t \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta T_{resistor} = \frac{R \cdot I^2 \cdot \Delta t}{m_{resistor} \cdot c_{resistor}} = \frac{5{,}1\cdot 10^{-4}\Omega \cdot \left(25\cdot 10^{3} A\right)^2 \cdot 15\cdot 10^{-3} s}{0{,}72kg \cdot 415\frac{J}{kg\cdot K}} = 16{,}001506K = \underline{\underline{16K}}$$

Opgave E4 side 16: **Elbil**

a) På grafen aflæses det, at når bilen kører 40 km/t, er effekten ca. 705W.

Da effekten og spændingsfaldet er kendt, kan strømstyrken bestemmes:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{705W}{36V} = 19{,}5833A = \underline{\underline{20A}}$$

b) Da man kender det tidsrum, hvor bilen yder den pågældende effekt, kan den energi, som batteriet kan afgive, bestemmes:

$$E_{afsat} = P \cdot \Delta t = 705W \cdot 2 \cdot 3600s = 5076000J = \underline{\underline{5{,}1MJ}}$$

c) Når bilen kører 50 km/t aflæses dens effekt til at være 1060W.

Den tid, den kan holde denne fart på vandret vej, er altså:

$$\Delta t = \frac{E_{batteri}}{P} = \frac{5076000J}{1060W} = 4788{,}679s = 1{,}3301887\,timer$$

På denne tid kan bilen med sin konstante fart nå at komme:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 50\frac{km}{t} \cdot 1{,}33t = 66{,}5094km = \underline{\underline{67km}}$$

Opgave E5 side 17: **Solcelle**

a) Hvis man sætter resistansen af ledningerne til 0, er spændingsfaldet over resistoren det samme som over solcellen.

På figuren aflæses det, at strømstyrken 0,30A svarer til 0,49V (der altså er spændingen over både solcelle og resistor). Hermed kan resistansen R bestemmes:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}49V}{0{,}30A} = 1{,}633333\Omega = \underline{\underline{1{,}63\Omega}}$$

b) Da resistoren er sat til værdien 2,0Ω, vil sammenhængen mellem U og I for den være: $U_{resistor} = 2{,}0\Omega \cdot I_{resistor}$. Indtegnet på figuren er dette altså en proportionalitet (ret linje gennem (0,0)) med proportionalitetskonstanten (hældningen) 2,0.

Strømstyrken gennem solcellen er den samme som strømstyrken gennem resistoren, da der ikke er nogen forgreninger i kredsløbet. Desuden er som nævnt spændingsfaldet over solcelle det samme som over resistor.

Skæringspunktet mellem grafen på figuren og den indtegnede linje er netop det punkt, hvor spændingsfaldene og strømstyrkerne er ens, så det er dette skæringspunkt, der skal aflæses, og punktets førstekoordinat fortæller så, at: $\underline{\underline{I = 0{,}25A}}$

Opgave E6 side 18: **Temperaturfølsom modstand**

a) På grafen over NTC-modstandens resistans som funktion af temperaturen aflæses det, at ved 20,0°C er modstanden: $R_{NTC} = \underline{\underline{1{,}24k\Omega}}$.

Resistoren og NTC-modstanden sidder i serieforbindelse, så erstatningsresistansen er summen af de to resistanser, og strømmen gennem NTC-modstanden (der er den samme som gennem resistoren) bestemmes ved:

$$U = \left(R_{resistor} + R_{NTC}\right) \cdot I \quad \Leftrightarrow$$

$$I = \frac{U}{R_{resistor} + R_{NTC}} = \frac{5{,}00V}{1{,}32 \cdot 10^3 \Omega + 1{,}24 \cdot 10^3 \Omega} = 0.001953125\text{A} = \underline{\underline{1{,}95\text{mA}}}$$

b) Den effekt, der afsættes i NTC-modstanden er givet ved: $P = R \cdot I^2$.
Da strømmen holdes konstant, vil effekten for den afsatte energi udelukkende afhænge af modstanden. Jo varmere NTC-modstanden bliver, jo mindre bliver modstanden, og jo mindre er den effekt, energien afsættes i komponenten med.
NTC-modstanden vil samtidig afgive varme til omgivelserne. Jo varmere NTC-modstanden er, jo større er den effekt, varmen afgives til omgivelserne med.
Der kan altså indstille sig en ligevægt, hvor effekterne for afsat og afgivet energi er lige store. Ved denne ligevægt gælder:

$$P_{afsat} = P_{afgivet}$$

$$R_{NTC} \cdot I^2 = \alpha \cdot \left(T - T_0\right) \quad \Leftrightarrow \quad R_{NTC} = \frac{\alpha}{I^2} \cdot T - \frac{\alpha \cdot T_0}{I^2}$$

$$R_{NTC} = \frac{25{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{W}{°C}}{\left(10{,}0 \cdot 10^{-3} A\right)^2} \cdot T - \frac{25{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{W}{°C} \cdot 19{,}0°C}{\left(10{,}0 \cdot 10^{-3} A\right)^2} = 250 \frac{\Omega}{°C} \cdot T - 4750\Omega$$

Man har altså nu to sammenhænge mellem temperaturen og modstanden, der skal være opfyldt: Ovenstående ligning og grafen anvendt i spørgsmål a).
Grafen for ovenstående ligning (der er en ret linje, der med de pågældende enheder skærer 2. aksen i -4,75 og har hældningen 0,250) indtegnes i samme koordinatsystem som grafen for modstandens temperaturafhængighed. Dette gøres ud fra punkterne (23;1) og (25;1,5), udregnes ved indsættelse i ligningen.
Skæringspunktet mellem den røde linje og den indtegnede rette linje bestemmes til (23,3;1,08), og da det er temperaturen af NTC-modstanden, der skal findes, er det førstekoordinaten, der skal bruges, dvs. $T_{NTC} = \underline{\underline{23{,}3°C}}$

Opgave E7 side 19: **Solcelles nyttevirkning**

a) Voltmeteret har en meget stor modstand, så man kan regne med, at strømmen gennem resistoren er lig strømmen gennem solcellen. Denne kan bestemmes ved det opgivne udtryk:

$$I = 0{,}180A - 1{,}47\cdot 10^{-9}A\cdot\left(e^{40V^{-1}\cdot 0{,}45V}-1\right) = 0{,}083479846838125\text{A} = 0{,}083\text{A}$$

Hvis der regnes uden tab i ledningerne, vil spændingsfaldet over resistoren være lig spændingsfaldet over solcellen, og da strømmen gennem resistoren og spændingsfaldet over den hermed kendes, kan resistansen bestemmes:

$$U = R\cdot I \quad\Leftrightarrow\quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}45V}{0{,}08348A} = 5{,}3905226\Omega = \underline{\underline{5{,}4\Omega}}$$

b) Effekten af sollyset, der rammer solcellen er:

$$P_{tilført} = I_{sollys}\cdot A_{solcelle} = 870\frac{W}{m^2}\cdot 16{,}8\cdot 10^{-3}m^2 = 14{,}616W$$

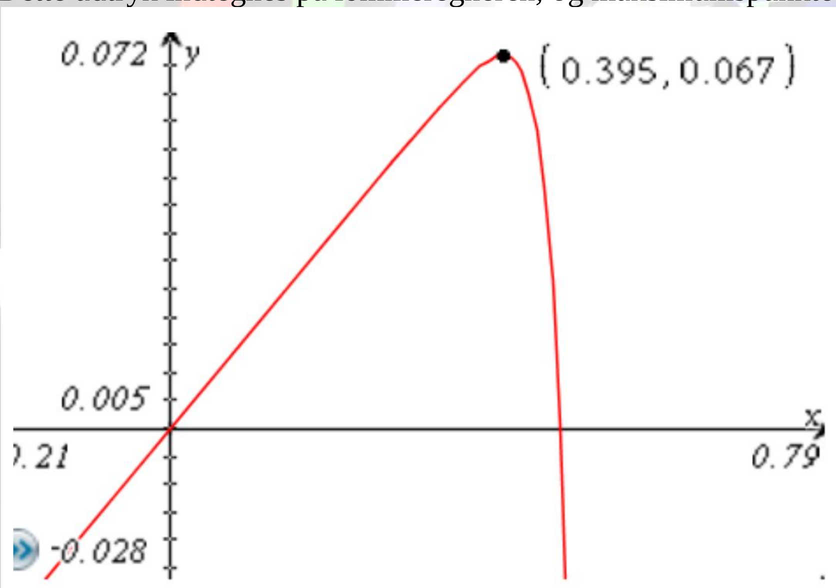
Effekten som solcellen yder er: $P_{solcelle} = U\cdot I = 0{,}45V\cdot 0{,}08348A = 0{,}0375659W$

Hermed bliver nyttevirkningen: $\eta = \dfrac{P_{solcelle}}{P_{tilført}} = \dfrac{0{,}0375659W}{14{,}616W} = 0{,}00257019 = \underline{\underline{0{,}26\%}}$

c) For at finde den størst mulige effekt, skal denne udtrykkes ved enten strømmen eller spændingen alene. Det er nemmest at udtrykke den ved spændingen, da den oplyste sammenhæng mellem strøm og spænding har strømmen som afhængig variabel.

$$P_{solcelle} = U\cdot I = U\cdot\left(\alpha - \beta\cdot\left(e^{\gamma\cdot U}-1\right)\right)$$

Dette udtryk indtegnes på lommeregneren, og maksimumspunktet bestemmes:



Der er anvendt SI-enheder, så den største effekt er: $\underline{\underline{P_{maks} = 0{,}067W}}$

Ved denne effekt er spændingsfaldet 0,395V (maksimumspunktets 1. koordinat), og da effekten afsat i kredsløbet også kendes, kan resistansen beregnes:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad\Leftrightarrow\quad R = \frac{U^2}{P} = \frac{(0{,}395V)^2}{0{,}066875586W} = 2{,}33357\Omega = \underline{\underline{2{,}3\Omega}}$$

Opgave E8 side 20: **En tynd tråd**

a) Konstantantråden og den variable resistor sidder i serieforbindelse, så man har:

$$U = \left(R_{konstantan} + R\right)\cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} - R_{konstantan} = \frac{100V}{3,00A} - 0,30\Omega = 33,0333\Omega = \underline{\underline{33\Omega}}$$

b) Konstantan er kendetegnet ved, at dets resistivitet (næsten) ikke afhænger af temperaturen, så resistansen regnes som konstant under hele opvarmningen.
Konstantan er en legering, så dens smeltepunkt findes under legeringers smeltepunkt på side 143 i Databogen 1998-udgaven. Det er 1250°C. Samme sted findes den specifikke varmekapacitet til $390\frac{J}{kg\cdot K}$ og densiteten til 8,9g/cm^3.
Desuden ses på side 166, at dets resistivitet ρ_0 er $4,90\cdot 10^{-7}\Omega\cdot m$.

Det antages at tråden ikke udveksler varme med omgivelserne, således at al den afsatte elektriske energi går til opvarmning af tråden.

- Der afsættes energi i konstantantråden med effekten: $P = R\cdot I^2$.
- Sammenhængen mellem effekten og den afsatte energi er: $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$
- Den afsatte energi giver en temperaturstigning givet ved: $\Delta E = m\cdot c\cdot \Delta T$.
- Massen af konstantantråden er givet ved: $m = \rho\cdot V$, hvor ρ er densiteten.
- Tråden antages at have form som en cylinder, så rumfanget er: $V = A\cdot l$, hvor A er trådens tværsnitsareal og l er trådens længde.
- Sammenhængen mellem resistiviteten og resistansen er givet ved: $R = \rho_0\cdot\frac{l}{A}$.

Hermed kan der opstilles et udtryk for, hvor lang tid det varer, før konstantantråden brænder over:

$$\Delta E = m\cdot c\cdot\Delta T \quad\Leftrightarrow\quad \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{m\cdot c\cdot\Delta T}{\Delta t} \quad\Leftrightarrow\quad P = \frac{m\cdot c\cdot\Delta T}{\Delta t} \quad\Leftrightarrow\quad \Delta t = \frac{m\cdot c\cdot\Delta T}{P} \quad\Leftrightarrow$$

$$\Delta t = \frac{m\cdot c\cdot\Delta T}{R\cdot I^2} \quad\Leftrightarrow\quad \Delta t = \frac{\rho\cdot A\cdot l\cdot c\cdot\Delta T}{R\cdot I^2} \quad\Leftrightarrow\quad \Delta t = \frac{\rho\cdot\frac{\rho_0\cdot l}{R}\cdot l\cdot c\cdot\Delta T}{R\cdot I^2} = \frac{\rho\cdot\rho_0\cdot l^2\cdot c\cdot\Delta T}{R^2\cdot I^2}$$

Hvis trådens længde sættes til 2,0cm, får man:

$$\Delta t = \frac{\rho\cdot\rho_0\cdot l^2\cdot c\cdot\Delta T}{R^2\cdot I^2} =$$

$$\frac{8,9\cdot 10^3\frac{kg}{m^3}\cdot 4,90\cdot 10^{-7}\Omega\cdot m\cdot\left(0,020m\right)^2\cdot 390\frac{J}{kg\cdot K}\cdot\left(1250-20\right)°C}{\left(0,30\Omega\right)^2\cdot\left(6,0A\right)^2} = 0,258268s = \underline{\underline{0,26s}}$$

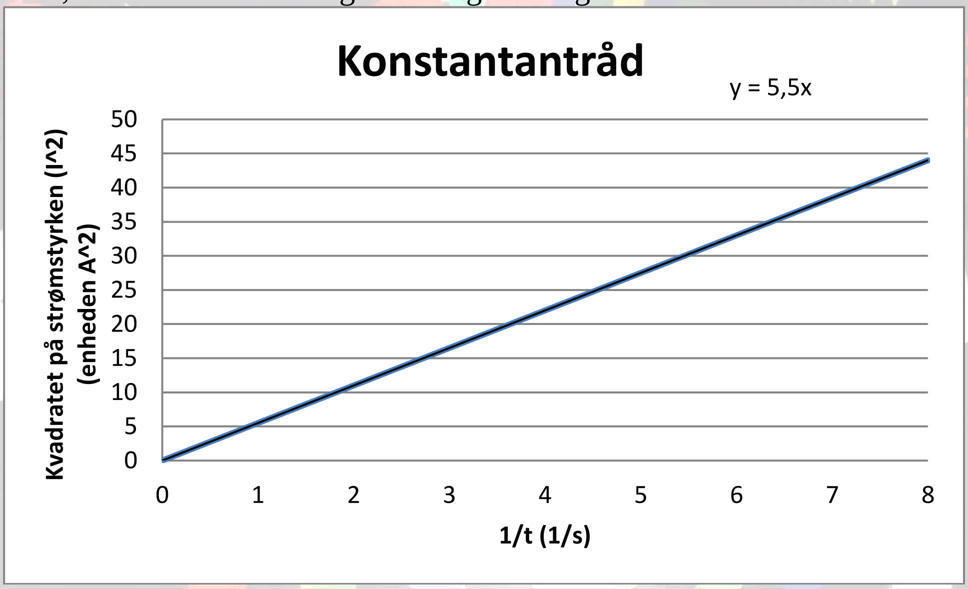
c) Ved omskrivning af den benyttede formel fra b) får man:

$$\Delta t = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2 \cdot I^2} \quad \Leftrightarrow \quad I^2 = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2} \cdot \frac{1}{\Delta t}$$

Den store brøk ses at bestå af lutter konstante størrelse, så den fungerer altså som koefficient, når man benytter den reciprokke til tiden som uafhængig variabel og kvadratet på strømstyrken som afhængig variabel. En $\left(\frac{1}{\Delta t}, I^2\right)$ – graf vil altså give en ret linje gennem (0,0), hvis der ikke afsættes energi til omgivelserne.

Dette er tilfældet, når strømstyrken er stor, da opvarmningen så ses at tage meget kort tid, og på grafen ser man også, at grafen går over i en ret linje, når strømstyrken er stor.

Ved at forlænge denne sidste del af grafen til skæring i (0,0) får man altså det udseende, grafen ville have, hvis der ikke blev afgivet energi til omgivelserne:



Koefficienten (proportionalitetsfaktoren) på 5,5 gør det muligt at beregne længden af tråden:

$$5{,}5 = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad l = 0{,}01538242m = 1{,}5cm$$

På grafen ses at $I^2 \rightarrow 12{,}5A^2$ for $\frac{1}{\Delta t} \rightarrow 0$.

Det betyder, at i dette grænsetilfælde ($I^2 = 12{,}5A^2$) vil konstantantråden, når den er lige ved smeltepunktet afgive lige så meget energi til omgivelserne, som den modtager i elektrisk energi fra kredsløbet. Dvs. at der ved smeltepunktet afgives energi til omgivelserne med effekten:

$$P_{\text{afgivet til omgivelserne}} = P_{elektrisk} = R \cdot I^2 = 0{,}30\Omega \cdot 12{,}5A^2 = 3.75W = \underline{\underline{3{,}8W}}$$

<u>Opgave E9 side 21:</u> **Solenergi på Hjelm.**

a) Da spændingsfaldet over pæren og strømmen gennem den er kendt, kan resistansen beregnes ud fra Ohms lov: $U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{23{,}6V}{12{,}7A} = 1{,}858268\Omega = \underline{\underline{1{,}86\Omega}}$

b) Resistoren og pæren sidder i serieforbindelse, så strømmen gennem dem er ens, mens spændingsfaldet over serieforbindelsen - der svarer til spændingsfaldet over batteriet (polspændingen) – er summen af de enkelte spændingsfald. Så man har:
$U_{batteri} = U_{resistor} + U_{pære} = R_{resistor} \cdot I + U_{pære} = 0{,}031\Omega \cdot 12{,}7A + 23{,}6V = 23{,}9937V = \underline{\underline{24{,}0V}}$

c) Figur 2 viser effekten som funktion af tiden. Med de angivne enheder svarer en kasse på figuren til:
$E_{kasse} = \Delta P_{kasse} \cdot \Delta t_{kasse} = 500W \cdot 2 \cdot 3600s = 3{,}6 \cdot 10^6\, J = 3{,}6MJ$
De 390MJ, som batteriet kan indeholde, svarer altså til: $N_{kasser} = \frac{E_{batteri}}{E_{kasse}} = \frac{390MJ}{3{,}6MJ} = 108{,}3 kasser$
På figuren tælles først de hele (eller praktisk taget hele) kasser. Der er 21.
Det resterende område tælles sammen til ca. 8,7 kasser. Dvs. én dag giver 29,7 kasser.
Altså er det nødvendige antal solskinsdage: $N_{solskin} = \frac{108{,}3}{29{,}7} = \underline{\underline{3{,}6}}$

Opgave E10 side 22: **Elektrisk ladet partikel i homogent elektrisk felt**

a) Mellem pladerne er det elektriske felt med meget god tilnærmelse homogent. Da man kender spændingsfaldet og afstanden mellem pladerne, kan den elektriske feltstyrke beregnes ved:

$$U = E \cdot d \Leftrightarrow E = \frac{U}{d} = \frac{450V}{9{,}0 \cdot 10^{-3} m} = 50000 \frac{V}{m} = \underline{\underline{50 \frac{kV}{m}}}$$

b) Når kuglens ladning er meget lille, kan man gå ud fra, at den ikke påvirker feltet.
Når den holder sig svævende, er den resulterende kraft 0 ifølge Newtons bevægelseslove, og dermed er tyngdekraften og den elektriske kraft lige store og modsatrettede. Man har derfor:

$$F_t = m \cdot g \quad ; \quad F_e = |Q| \cdot E$$

$$F_t = F_e \Leftrightarrow m \cdot g = |Q| \cdot E \Leftrightarrow |Q| = \frac{m \cdot g}{E} = \frac{2{,}0 \cdot 10^{-6} kg \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2}}{5{,}0 \cdot 10^4 \frac{V}{m}} = 3{,}928 \cdot 10^{-10} C = 0{,}39 \cdot 10^{-9} C = 0{,}39 nC$$

Da tyngdekraften peger nedad, peger den elektriske kraft opad. Dvs. kuglen må blive frastødt af den negative nederste plade, og altså må den selv være negativ. Dvs. $\underline{\underline{Q = -0{,}39 nC}}$

c) Spændingsfaldet og dermed den elektriske feltstyrke bliver mindre, dvs. den elektriske kraft bliver mindre og kan nu ikke længere opveje tyngdekraften, så:
<u>kuglen falder nedad mod den nederste, negative plade</u>.

Både det elektriske felt og tyngdefeltet er homogene felter, så feltstyrkerne er konstante hele vejen ned mod pladen. Det bliver altså en bevægelse med konstant acceleration over strækningen 4,5mm.

$$F_{res} = F_t - F_e = m \cdot g - |Q| \cdot E = m \cdot g - |Q| \cdot \frac{U}{d} \quad ; \quad F_{res} = m \cdot a$$

$$m \cdot a = m \cdot g - |Q| \cdot \frac{U}{d} \Leftrightarrow a = g - \frac{|Q| \cdot U}{m \cdot d} = 9{,}82 \frac{m}{s^2} - \frac{3{,}928 \cdot 10^{-10} C \cdot 400V}{2{,}0 \cdot 10^{-6} kg \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-3} m} = 1{,}091 \frac{m}{s^2}$$

Da kuglen ligger stille fra start, og det er bevægelse med konstant acceleration, har man:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \Leftrightarrow 2 \cdot \Delta s = \frac{v^2}{a} \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot \Delta s}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 1{,}091 \frac{m}{s^2} \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-3} m} = 0{,}09909086739 \frac{m}{s} = \underline{\underline{0{,}099 \frac{m}{s}}}$$

Opgave E11 side 23: **Bestemmelse af α-partiklers kinetiske energi**

a) Det er et alfahenfald, så der udsendes en He-4-kerne. Da He-4-kernen består af 4 nukleoner hvoraf 2 er protoner, vil datterkernens ladningstal være 2 lavere end moderkernens, mens nukleontallet vil være 4 lavere. I Det Periodiske System ses det, at Po er grundstof nummer 84, og datterkernen, der dermed må være grundstof nummer 82, er altså bly, Pb. Så reaktionsskemaet er:

$$\underline{\underline{{}^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He}}$$

I databogen under "Nukliders masse og bindingsenergi" (begynder sige 219 i databogen) findes atommasserne. Q-værdien beregnes egentlig ud fra kernemasser, men ved alfa-henfald kan man regne på atommasser, da der indgår lige mange elektroner på begge sider:

$$m_{Po-210} = 209{,}982848u \quad ; \quad m_{Pb-206} = 205{,}974440u \quad ; \quad m_{He-4} = 4{,}00260324u$$

$$\Delta m = \left(m_{Pb-206} + m_{He-4}\right) - m_{Po-210} = 205{,}974440u + 4{,}00260324u - 209{,}982848u = -0{,}00580476u$$

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 0{,}00580476u \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 5{,}407100852868MeV = \underline{\underline{5{,}407MeV}}$$

Massetilvæksten er negativ, så der frigives energi (positiv Q-værdi).

b) Alfapartiklerne har 2 positive elementarladninger, og lorentzkraften udgør den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen, så man har:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad ; \quad F_L = q \cdot v \cdot B$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \Leftrightarrow m \cdot v = q \cdot r \cdot B \Leftrightarrow (m \cdot v)^2 = (q \cdot r \cdot B)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m^2 \cdot v^2 = \frac{(q \cdot r \cdot B)^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{(q \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m} \Leftrightarrow E_{kin} = \frac{(q \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m}$$

$$E_{kin} = \frac{\left(2 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}C \cdot 0{,}76m \cdot 0{,}44T\right)^2}{2 \cdot (4{,}00260324 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}kg - 2 \cdot m_e)} = 8{,}640187462803 \cdot 10^{-13}J = \underline{\underline{8{,}6 \cdot 10^{-13}J}}$$

(Der er taget højde for, at massen af alfapartiklen er ca. 2 elektronmasser mindre end massen af et He-4-atom)

c) Lu-175 vejer som enkeltladet ion:

$$m_{Lu-175-ion} \approx m_{Lu-175-atom} - m_e = 174{,}940770u - 5{,}485799 \cdot 10^{-4}u = 174{,}9402214201u = 2{,}904952 \cdot 10^{-25}kg$$

Da Lu-175 accelereres fra hvile af et spændingsfald, har man: $E_{kin,Lu} = e \cdot U$

Da magnetfeltet og banen er ens for begge slags ioner, har man:

$$E_{kin,He} = \frac{(2 \cdot e \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m_{He}} \quad og \quad E_{kin,Lu} = \frac{(e \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m_{Lu}}$$

$$\frac{E_{kin,He}}{E_{kin,Lu}} = \frac{\frac{(2 \cdot e \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m_{He}}}{\frac{(e \cdot r \cdot B)^2}{2 \cdot m_{Lu}}} \Leftrightarrow \frac{E_{kin,He}}{E_{kin,Lu}} = \frac{m_{Lu}}{m_{He}} \cdot 4 \Leftrightarrow E_{kin,He} = \frac{m_{Lu}}{m_{He}} \cdot 4 \cdot E_{kin,Lu} = \frac{m_{Lu}}{m_{He}} \cdot 4 \cdot e \cdot U$$

$$E_{kin,He} = \frac{2{,}904952 \cdot 10^{-25}kg}{6{,}644660906 \cdot 10^{-27}kg} \cdot 4 \cdot 1{,}6022 \cdot 10^{-19}C \cdot 30{,}33 \cdot 10^3V = 8{,}497972469 \cdot 10^{-13}J = \underline{\underline{8{,}498 \cdot 10^{-13}J}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave E12 side 23: **Hastighedsfilter**

a)

Opgave E13 side 24: **Krængningsmåler**

Opgave E14: side 25: **Medicinske undersøgelser**

Opgave E15 side 26: **Magnetisk minikanon**

a) Spændingsfaldet over spændingskilden svarer til spændingsfaldet over kredsløbet, så man har:
$U = R \cdot I = 0{,}62\Omega \cdot 9{,}3A = 5{,}766V = \underline{\underline{5{,}8V}}$

b) Da begyndelseshastigheden er 0, og da man kan sætte begyndelsesstedet til også at være 0 (det kan jo sættes til hvad som helst), har man:

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{(0{,}96m/s)^2}{2 \cdot 0{,}060m} = 7{,}68m/s^2 = \underline{\underline{7{,}7m/s^2}}$$

Da man kender accelerationen og pladens masse, kan man bestemme den resulterende kraft:

$$F_{res} = m \cdot a = 0{,}0042kg \cdot 7{,}68m/s^2 = 0{,}032256N$$

Da man har en metalplade, der fungerer som en elektrisk leder, som befinder sig i et magnetfelt, er det BIL-kraften, der udgør den resulterende kraft (egentlig har man også ladninger, der bevæger sig gennem et magnetfelt, når pladens bevæger sig, men denne hastighed er så lille, at den pågældende kraft bliver negligerbar, og har den en retning vinkelret på bevægelsen, så den vil kun evt. kunne give noget gnidning):

$$F = B \cdot I \cdot l \Leftrightarrow B = \frac{F}{I \cdot l} = \frac{0{,}032256N}{9{,}3A \cdot 0{,}046m} = 0{,}0753997T = \underline{\underline{0{,}075T}}$$

Opgave E16 side 26: **Hjulafstand**

Opgave E17 side 27: **Kreditkort**

Opgave E18 side 28: **Flyvning**

Opgave E19 side 29: **Lagerring**
Opgave E20 side 29: **Kvadratisk spole i magnetfelt**

Opgave E21 side 30: **Inkjet-printer**

Opgave E22 side 31: **Magnetlygte**

Opgave E23 side 32: **Ladninger på snor**

Opgave B1 side 33: **Laserpen**

a) Bølgelængden kan bestemmes ud fra gitterformlen, hvor det er vigtigt at bemærke, at de opgivne vinkler svarer til 2. orden:

$$\sin\theta = \frac{n\cdot\lambda}{d} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\sin\theta\cdot d}{n} = \frac{\sin 29{,}8^0\cdot 2{,}66\cdot 10^{-6}m}{2} = 6{,}60975\cdot 10^{-7}m = \underline{\underline{661nm}}$$

Opgave B2 side 33: **Gitter**

a) I Databogen (1998-udgaven: Spektrallinjer side 192) findes bølgelængderne for de fem mest intense linjer i det synlige område (de fire første med relativ intensitet 10 og den femte med 20):
441,56nm svarer til den inderste violette linje.
508,58nm er angivet som grøn, men den ligger i området mellem grøn og blå og stemmer fint med den næst inderste (blå) linje.
533,75nm er den midterste, grønne linje.
537,81nm er den næst yderste, grønne linje.
643,85nm er den yderste, røde linje.

Hermed kan afbøjningsvinklerne (1. orden) for linjerne bestemmes:

$$\sin v = \frac{\lambda\cdot n}{d} \quad\Leftrightarrow\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda\cdot 1}{\frac{1}{600}mm}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{\frac{10^6}{600}nm}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot\lambda}{10^6 nm}\right)$$

$$1.linje:\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot 441{,}56nm}{10^6 nm}\right) = 15{,}3631° = \underline{\underline{15{,}36°}}$$

$$2.linje:\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot 508{,}58nm}{10^6 nm}\right) = 17{,}7671° = \underline{\underline{17{,}77°}}$$

$$3.linje:\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot 533{,}75nm}{10^6 nm}\right) = 18{,}678° = \underline{\underline{18{,}68°}}$$

$$4.linje:\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot 537{,}81nm}{10^6 nm}\right) = 18{,}8254° = \underline{\underline{18{,}83°}}$$

$$5.linje:\quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600\cdot 643{,}85nm}{10^6 nm}\right) = 22{,}7251° = \underline{\underline{22{,}7°}}$$

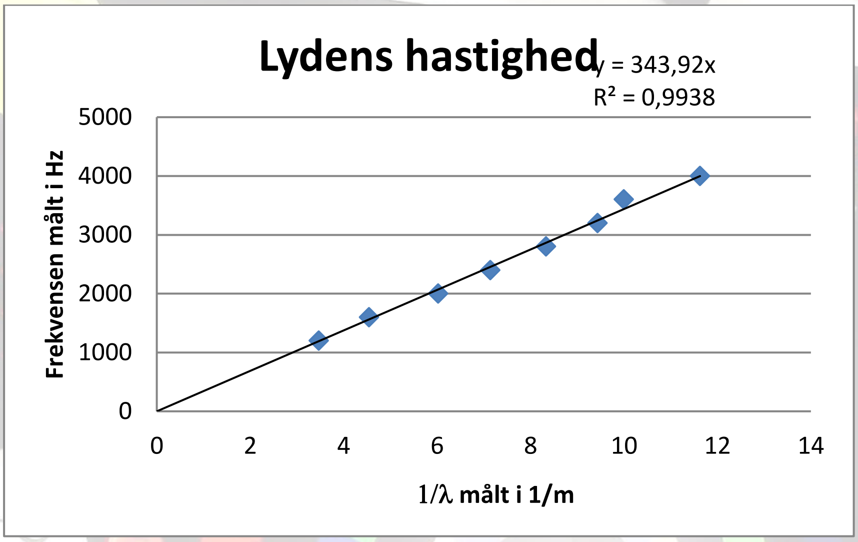
Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave B3 side 34: **Lydens fart.**

a) Bølgeligningen giver $v = \lambda \cdot f$ og da $\lambda = 2 \cdot \Delta L$, har man:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2 \cdot \Delta L} = v \cdot \frac{1}{2 \cdot \Delta L}$$

Dvs. at en $\left(\frac{1}{2 \cdot \Delta L}; f \right) - graf$ skal give en ret linje, hvor lydens fart kan aflæses som hældningen:



Lydens fart er altså bestemt til $\underline{\underline{v = 344 \frac{m}{s}}}$

Opgave B4 side 35: **Lydoptagelse**

a) På oscilloskopbilledet aflæses svingningstiden/perioden. Det ses, at et stykke på 2,40ms svarer til tre bølger, dvs. at perioden er:

$$T = \frac{2{,}40ms}{3} = 0{,}80ms$$

Dermed er frekvensen: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}80 \cdot 10^{-3} s} = 1250 s^{-1} = \underline{\underline{1{,}25kHz}}$

b) Ud fra frekvensen og bølgens udbredelseshastighed i luften kan bølgelængden bestemmes:

$$v = f \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{345m/s}{1250Hz} = \underline{\underline{0{,}276m}}$$

For at afgøre, hvad der sker med lydsignalets styrke, kan man se på forskellen i de 2 afstande fra højttalerne til mikrofonen:

$\Delta s = 1{,}903m - 1{,}213m = 0{,}690m$

Forholdet mellem strækningen og bølgelængden er:

$$\frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{0{,}690m}{0{,}276m} = 2{,}5$$

Lyden fra den ene højttaler skal altså bevæge sig en afstand, der svarer til 2,5 gange bølgelængden længere end lyden fra den anden. Derfor vil bølgetop for det ene lydsignal ramme mikrofonen samtidig med bølgedal fra det andet lydsignal – og omvendt. Derfor vil lydstyrken $\underline{\underline{svækkes}}$, når den anden højttaler tilsluttes.

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave B5 side 36: **Lys i vand**

a) Vinklen mellem 0. og 4. ordens strålerne kan bestemmes ved at regne på den retvinklede trekant, der dannes af punktet, hvor laseren rammer gitteret, 0. ordens-prikken samt den ene 4. ordens prik.

$$\tan(\theta_4) = \frac{\frac{1}{2}\cdot 39{,}4cm}{35{,}0cm} \Leftrightarrow \theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{39{,}4}{2\cdot 35{,}0}\right) = 29{,}3732955957°$$

Så kan gitterformlen bruges til at bestemme gitterkonstanten:

$$\sin(\theta_n) = \frac{n\cdot\lambda}{d} \Leftrightarrow d = \frac{n\cdot\lambda}{\sin(\theta_n)} = \frac{4\cdot 632{,}8\cdot 10^{-9}m}{\sin(29{,}373°)} = 5{,}160473\cdot 10^{-6}m = \underline{\underline{5{,}16\mu m}}$$

b) Gitterkonstanten, der er afstanden mellem spalterne i gitteret, ændrer sig ikke, når der kommer vand i karret. Så nu kan gitterkonstanten bruges til at bestemme bølgelængden af laserlyset, når man først har bestemt 4. ordens-afbøjningsvinklen:

$$\tan(\theta_4) = \frac{\frac{1}{2}\cdot 27{,}8cm}{35{,}0cm} \Leftrightarrow \theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{27{,}8}{2\cdot 35{,}0}\right) = 21{,}6601480°$$

Bølgelængden bestemmes:

$$\sin(\theta_n) = \frac{n\cdot\lambda}{d} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\sin(\theta_n)\cdot d}{n} = \frac{\sin(21{,}6601°)\cdot 5{,}160473\cdot 10^{-6}m}{4} = 4{,}761832\cdot 10^{-7}m$$

Da laserlysets frekvens i luft og vand er den samme, kan lysets fart i vand bestemmes ved at anvende bølgeligningen:

$$\left.\begin{aligned} c &= f\cdot\lambda_{luft} \\ v_{vand} &= f\cdot\lambda_{vand}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{v_{vand}}{c} = \frac{f\cdot\lambda_{vand}}{f\cdot\lambda_{luft}} = \frac{\lambda_{vand}}{\lambda_{luft}} \Leftrightarrow$$

$$v_{vand} = c\cdot\frac{\lambda_{vand}}{\lambda_{luft}} = 299792458\frac{m}{s}\cdot\frac{476{,}1832nm}{632{,}8nm} = 225594395\frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}26\cdot 10^{8}\frac{m}{s}}}$$

Opgave B6 side 36: **Interferens**

Opgave A1 side 37: **Trafiklys**

Opgave A2 side 38: **Fluorescens**

a) Da man kender bølgelængden for de exciterende fotoner, kan man beregne deres energi:

$$E_{foton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 299792458\,\frac{m}{s}}{300 \cdot 10^{-9}\, m} = 6{,}6214856 \cdot 10^{-19}\, J = 0{,}662 aJ$$

Da grundtilstandens energi er sat til 0, er energien af niveau A altså 0,662aJ.

Den udsendte foton har altså energien:

$$E_{foton,emission} = E_A - E_B = 0{,}662 aJ - 0{,}216 aJ = 0{,}446 aJ$$

Den udsendte fotons bølgelængde kan så bestemmes:

$$E_{foton,emission} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{foton,emission}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 299792458\,\frac{m}{s}}{0{,}662 \cdot 10^{-18}\, J} = \underline{\underline{445 nm}}$$

Opgave A3 side 38: **Excitation af rubidium i to trin**

a) Man kan enten se på de mulige overganges energi og omregne dem til bølgelængder af det udsendte lys, eller man kan tage udgangspunkt i, at man kender bølgelængden og så omregne den til en energi, der kan sammenlignes med de mulige overgange. Det sidste kræver færre udregninger, så den metode vælges:

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\, m/s}{420 \cdot 10^{-9}\, m} = 4{,}735714 \cdot 10^{-19}\, J = \underline{0{,}474 aJ}$$

Man kan se, at dette svarer til overgangen fra $\underline{\underline{B \to O}}$

Opgave A4 side 39: **Stråling fra verdensrummet**

Opgave A5 side 40: **Ultraviolet lys på hydrogenatomer**

a) Da man kender energi-intervallet for fotonerne, kan man først finde frekvensen med $E_{foton} = h \cdot f$ og derefter bølgelængden med $c = f \cdot \lambda$. Hvis man slår de 2 formler sammen, kan omregningen foregå i ét skridt:

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{f} = \frac{c \cdot h}{E_{foton,\min}} = \frac{299792458 m/s \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s}{1{,}80 \cdot 10^{-18}\, J} = 1{,}1035819 \cdot 10^{-7}\, m = \underline{\underline{110 nm}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c \cdot h}{E_{foton,\max}} = \frac{299792458 m/s \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s}{2{,}00 \cdot 10^{-18}\, J} = 9{,}932237 \cdot 10^{-8}\, m = \underline{\underline{99{,}3 nm}}$$

b) Da fotonerne har energier mellem 1,80-2,00aJ, kan de kun excitere hydrogenatomet op til tilstand B. Når detektoren er i position 1, må man derfor forvente, at alle fotonerne passerer uhindret igennem gassen til detektoren, bortset fra dem med en energi på 1,94aJ, hvor en del vil absorberes af hydrogenatomerne.

Hydrogenatomerne i den exciterede tilstand kan henfalde til grundtilstanden på 2 måder. Enten direkte, hvilket giver en udsendelse af lys med energien 1,94aJ (hvilket foregår i alle retninger, dvs. det kan ikke ophæve mere end en lille del af den absorption, der ses i position 1), eller også ved først at springe fra tilstand B til A under udsendelse af fotoner med energien 0,30aJ og derefter fra tilstand A til O under udsendelse af fotoner med energien 1,64aJ.

I position 1 må man altså forvente at detektere fotonerne i området 1,80-2,00aJ med en svækkelse ved 1,94aJ og samtidig noget udsendelse ved 0,30aJ og 1,64aJ. Dette svarer til $\underline{\underline{graf\ 3}}$.

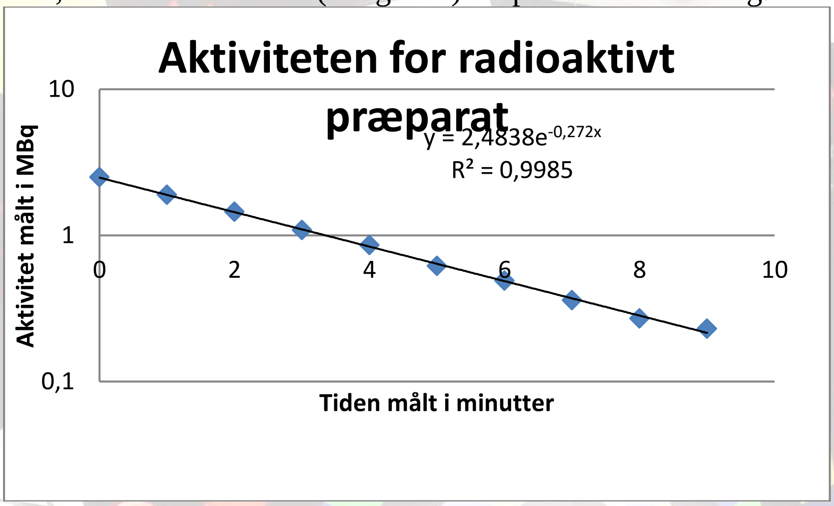
I position 2 må man forvente udsendelser svarende til de 3 excitationer 0,30aJ, 1,64aJ og 1,94aJ. Dette ses at være $\underline{\underline{graf\ 6}}$.

Opgave A6 side 42: **Bestemmelse af halveringstid**

a) **Metode 1:**

Henfaldsloven siger, at aktiviteten som funktion af tiden er $A(t) = A_0 \cdot e^{-k\cdot t}$, hvor A_0 er aktiviteten fra start (tiden 0) og k er henfaldskonstanten.

Værdierne fra tabellen tasten ind i to kolonner i Excel, og henfaldsloven fortæller, at der skal vælges en eksponentiel tendenslinje. Desuden gøres andenaksen logaritmisk, så man kan se, OM det passer med, at aktiviteten er en (aftagende) eksponentiel udvikling.



Det ses, at punkterne med meget god tilnærmelse danner en ret linje, så aktiviteten som funktion af tiden er en eksponentiel udvikling.

Forskriften er: $A(t) = 2{,}4838 MBq \cdot e^{-0{,}272\,\mathrm{min}^{-1}\cdot t}$

Henfaldskonstanten aflæses altså til $k = 0{,}272 min^{-1}$, og hermed kan halveringstiden bestemmes:

$$T_{½} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{0{,}272\,\mathrm{min}^{-1}} = 2{,}548335\,\mathrm{min} = \underline{\underline{2{,}55\,\mathrm{min}}}$$

b) Den tid, der skal gå, før aktiviteten er nede på 1,00kBq = 0,00100MBq bestemmes:

$solve(0.001 = 2.4838 \cdot e^{-0.272\cdot t}, t)$ der giver $\underline{\underline{t = 28{,}7\,\mathrm{min}}}$

Metode 2:

Man kan også – igen ved at udnytte sin viden om, at det ifølge henfaldsloven er en eksponentiel udvikling, der beskriver aktiviteten som funktion af tiden – benytte regression uden at lave en graf. Dette gøres på TI n'spire ved at taste værdierne ind i en tabel og vælge:

Menu → statistik → Statistiske beregninger → Eksponentiel regression.

Resultatet gemmes som f1(x).

Det giver forskriften: $A(t) = 2{,}48375 MBq \cdot 0{,}76211^t$, hvor t angiver tiden i minutter.

Så kan halveringstiden bestemmes ved:

$solve(f1(x) = 0.5 \cdot f1(0), x)$ der giver x = 2,5515257

Dvs. at halveringstiden er $\underline{\underline{T_{½} = 2{,}55\,\mathrm{min}}}$

Tiden før aktiviteten er faldet til 1,00kBq bestemmes:

$solve(0.001 = f1(x), x)$ der giver x = 28,7768896

Dvs. der går $\underline{\underline{28{,}8\ \mathrm{min}}}$ før aktiviteten er nede på 1,00kBq

Opgave A7 side 42: **Minikraftværk**

a) Pu-238 er angivet som alfa-radioaktiv, så dens henfaldsskema bliver:

$$\underline{\underline{{}^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He}}$$

Plutonium er fundet til at være grundstof nummer 94 i det periodiske system.
Da det er et alfahenfald, udsendes en helium-4 kerne.
Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen skal have atomnummeret 92, der i det periodiske system ses at være uran.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det er U-234, der er datterkernen.

Det er en kerne, der henfalder, og det er kerner, der dannes, så egentlig skal der regnes på kernemasser, men man kan tillade sig at regne på atommasser, da man dermed lægger det samme antal elektroner til på begge sider, hvilket ikke påvirker masse<u>ændringen</u>.

Atommasserne slås op i databogen version 2000 i tabellen begyndende side 219:

$$\Delta m = m_{U-234-atom} + m_{He-4-atom} - m_{Pu-238-atom} =$$
$$234{,}040947u + 4{,}00260324u - 238{,}049555u = -0{,}00600476u$$

Den frigjorte energi beregnes ud fra massetabet $\left(E = m \cdot c^2\right)$:

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 0{,}00600476u \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 5{,}5933997\,MeV = \underline{\underline{5{,}593\,MeV}}$$

b) I databogen version 2000 i tabellen begyndende side 199 findes Pu-238's halveringstid til 87,7år (side 209).

Aktiviteten er givet som $A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N$, hvor k er henfaldskonstanten og N er antallet af kerner.

For at bestemme aktiviteten skal man altså kende antallet af kerner. Dette kan bestemmes ud fra den ovenfor fundne atommasse (antal kerner er lig antal atomer) og mængden af Pu-238 fra start (kendt fra opgaveteksten):

$$N = \frac{m_{Pu-238-klump}}{m_{Pu-238-atom}} = \frac{9{,}7kg}{238{,}049555 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}kg} = 2{,}453891187 \cdot 10^{25}$$

Altså var aktiviteten fra start:

$$A = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N = \frac{\ln(2)}{87{,}7 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s} \cdot 2{,}4539 \cdot 10^{25} = 6{,}14591396055 \cdot 10^{15}\,Bq = \underline{\underline{6{,}1 \cdot 10^{15}\,Bq}}$$

c) Vi kender antallet af henfald pr. tid (aktiviteten) og også energien af de enkelte henfald. Dermed kan effekten fra henfaldene bestemmes:

$$P_{henfald} = A \cdot E_{pr.henfald} = 6{,}1 \cdot 10^{15}\,Bq \cdot 5{,}593 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J = 5507{,}7308W$$

Altså er nyttevirkningen:

$$\eta = \frac{P_{nyttig}}{P_{henfald}} = \frac{280W}{5507{,}7W} = 0{,}0508376 = \underline{\underline{5{,}1\%}}$$

Opgave A8 side 43: **Tau-leptonen**

Energier i J omregnes til eV, så massen kan bestemmes i unit:

$$6{,}41\cdot 10^{-10}\,J = \frac{6{,}41\cdot 10^{-10}}{1{,}6021773\cdot 10^{-19}}\,eV = 4{,}00\,GeV$$

$$7{,}13\cdot 10^{-10}\,J = \frac{7{,}13\cdot 10^{-10}}{1{,}6021773\cdot 10^{-19}}\,eV = 4{,}45\,GeV$$

Den samlede energi bestående af masseenergi og kinetisk energi er bevaret ved processen, så man har:

$$E_{kin,e-p} + 2\cdot m_e = E_{kin,\tau-\tau} + 2\cdot m_\tau \Leftrightarrow$$

$$m_\tau = \frac{E_{kin,e-p}}{2} + m_e - \frac{E_{kin,\tau-\tau}}{2} = \frac{4{,}00\cdot 1000\,MeV}{931{,}5\,Mev/u} + 5{,}49\cdot 10^{-4}\,u - \frac{4{,}45\cdot 1000\,MeV}{2\cdot 931{,}5\,MeV/u} = 1{,}906078\,u = \underline{\underline{1{,}91\,u}}$$

Det kan bemærkes, at denne 'lette' partikel tau-leptonen er tungere end protonen, så elektronens masse spillede ikke rigtigt nogen rolle i udregningen.

Opgave A9 side 43: **Mesonhenfald**

a) Henfaldsprocessen er: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$

Fotoner er masseløse partikler, og dermed er:

$$\Delta m = 2\cdot m_{foton} - m_\pi = 0 - 0{,}1449\,u = -0{,}1449\,u$$

Dvs. at processens Q-værdi er:

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}5\,MeV/u = 0{,}1449\,u\cdot 931{,}5\,MeV/u = 134{,}97435\,MeV = \underline{\underline{135{,}0\,MeV}}$$

Da mesonen ligger stille før processen, vil fotonerne dele energien og dermed få samme bølgelængde, der kan bestemmes ved først at finde frekvensen:

$$E_{foton} = h\cdot f \Leftrightarrow f = \frac{E_{foton}}{h} = \frac{½\cdot 134{,}97435\cdot 10^6\,eV}{4{,}135669\cdot 10^{-15}\,eV\cdot s} = 1{,}631832\cdot 10^{22}\,s^{-1}$$

Og så kan bølgelængden bestemmes:

$$c = f\cdot\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{299792458\,m/s}{1{,}631832\cdot 10^{22}\,s^{-1}} = 1{,}83715258\cdot 10^{-14}\,m = \underline{\underline{1{,}837\cdot 10^{-14}\,m}}$$

Dvs. det er gammastråling, der udsendes.

Opgave A10 side 44: **Kaliumindholdet i bananer**

a) Ved at bruge nukleontalsbevarelsen ses den dannede Ar-kerne at have samme nukleontal som K-40, da neutrinoer og elektroner ikke er nukleoner:
$\underline{\underline{{}^{0}_{-1}e + {}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + \nu}}$ eller hvis fotonudsendelsen inkluderes: $\underline{\underline{{}^{0}_{-1}e + {}^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + \nu + \gamma}}$
Det kan bemærkes, at da elektronen og neutrinoen har leptontallet 1, er dette tal også bevaret.

b) Antallet af K-40 henfald pr. døgn er så:
$$0{,}11 \cdot A = 3{,}25 \cdot 10^6 \Leftrightarrow A = \frac{3{,}25 \cdot 10^6}{0{,}11} = 2{,}955 \cdot 10^7$$
Dette kan så omregnes til Bq:
$$A = \frac{2{,}955 \cdot 10^7}{24 \cdot 3600 s} = 341{,}961279 s^{-1} = \underline{\underline{342 Bq}}$$

c) I databogen findes K-40's halveringstid til 1,28Går.
Dette kan bruges til at bestemme antallet af K-40 kerner i prøven:
$$A = k \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{A}{k} = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln 2} = \frac{341{,}961279 Bq \cdot 1{,}28 \cdot 10^9 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600 s}{\ln 2} = 1{,}9928 \cdot 10^{19}$$
I databogen kan man finde den procentdel (molbrøk), som K-40 kerner udgør af naturligt forekommende K-isotoper. Det findes i stikordsregisteret under "naturligt forekommende nuklider", hvilket i databogen fra 1998 står på side 210. Her ses det, at det er 0,0117% af kaliumkernerne, der er K-40. Dermed er antallet af kaliumkerner:
$$0{,}000117 \cdot N_K = 1{,}9928 \cdot 10^{19} \Leftrightarrow N_K = 1{,}7032 \cdot 10^{23}$$
Da kaliums gennemsnitlige atommasse er 39,10u, giver dette en masse af kalium:
$$m_{kalium} = m_{K-atom} \cdot N_K = 39{,}10u \cdot 1{,}7032 \cdot 10^{23} = 0{,}0110585 kg$$
Dermed er det procentvise masseindhold i bananerne:
$$Indhold = \frac{0{,}0110585 kg}{2{,}975 kg} = 0{,}00371714 = \underline{\underline{0{,}372\%}}$$

Opgave A11 side 45: **Halvledermateriale**

a) I databogen (radioaktive nuklider side 199) ses, at Si-31 er betaminusradioaktiv.
Ved et β^--henfald udsendes en elektron og en antineutrino (hvilket sikrer leptontalsbevarelsen), og med ladningsbevarelsen og nukleontalsbevarelsen bestemmes den dannede kerne:

$$\underline{\underline{{}^{31}_{14}Si \rightarrow {}^{31}_{15}P + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Samme opslag som ovenfor giver, at halveringstiden for henfaldet er 2,62 timer.
Her ses på en ændring af aktiviteten over tid, så henfaldsloven kan bruges:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$10{,}0kBq = 437GBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2{,}62\,timer}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10{,}0 \cdot 10^3\,Bq}{437 \cdot 10^9\,Bq} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2{,}62\,timer}} \Leftrightarrow$$

$$\ln\left(\frac{10{,}0}{437 \cdot 10^6}\right) = \frac{t}{2{,}62timer} \cdot \ln 0{,}5 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{10{,}0}{437 \cdot 10^6}\right)}{\ln 0{,}5} \cdot 2{,}62timer = 66{,}49856timer$$

Dvs. prøven kan først frigives efter $\underline{\underline{66{,}5\,timer}}$

c) Atommassen for naturligt forekommende silicium ses i det periodiske system at være 28,1u.
Da massen af prøven og den gennemsnitlige atommasse for silicium er opgivet, kan man bestemme antallet af siliciumatomer i prøven. Man skal svare på, hvor stor en procentdel af disse, der omdannes til phosphoratomer, dvs. man skal først bestemme, hvor mange Si-30-kerner, der optager en neutron.
Da der under de 20 timers bestråling hvert sekund dannes det samme antal Si-31, skal man altså bestemme dette antal og derefter gange op til 20 timers antal.
Fra tidligere har man, at der ved strålingens ophør er en aktivitet på 437GBq, og da dette ifølge teksten er det samme som det dannede antal, har man altså, at der hvert sekund dannes 437 milliarder Si-atomer. Dette giver en samlet produktion på:

$$N_P = N_{Si-31} = 437 \cdot 10^9\,s^{-1} \cdot 20 \cdot 3600s = 3{,}1464 \cdot 10^{16}$$

Det samlede antal Si-atomer i prøven er:

$$N_{Si} = \frac{m_{prøven}}{m_{Si-atom}} = \frac{0{,}590kg}{28{,}1 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\,kg} = 1{,}264434 \cdot 10^{25}$$

Dvs. at den søgte procentdel er:

$$\frac{N_P}{N_{Si}} = \frac{3{,}1464 \cdot 10^{16}}{1{,}264434 \cdot 10^{25}} = 2{,}488385 \cdot 10^{-9} = \underline{\underline{2{,}49 \cdot 10^{-7}\,\%}}$$

Opgave A12 side 45: **Kortere halveringstid**

a) Når Be-7 kerner indfanger en af sine elektroner (fra den inderste bane), vil den omdannes til en anden kerne:

$$\underline{\underline{{}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu}}$$

Ladningsbevarelsen giver, at grundstofnummeret skal være 3, dvs. lithium.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det skal være Li-7.
Endelig er der leptontalsbevarelsen, der er opfyldt, når der udsendes en neutrino.

$$\Delta m = m_{Li-7-kerne} - (m_{Be-7-kerne} + m_e) = m_{Li-7-atom} - 3 \cdot m_e - (m_{Be-7-atom} - 4 \cdot m_e + m_e) =$$

$$= m_{Li-7-atom} - m_{Be-7-atom} = 7{,}016\,004\,55 - 7{,}01692983 = -0{,}00092528\text{u}$$

$$\text{Q} = -\Delta m \cdot c^2 = 0{,}00092528u \cdot 931{,}5\frac{MeV}{u} = 0{,}86189832\,MeV = \underline{\underline{0{,}8619\,MeV}}$$

b) 1 time er væsentlig mindre end halveringstiden på 53,3 døgn, så man kan gå ud fra, at antallet af kerner ikke ændrer sig væsentligt i den time, der måles.
Det forventede antal henfaldne kerner -ΔN i løbet af en time kan så bestemmes ud fra aktiviteten A og tidsrummet:

$$-\Delta N = A \cdot \Delta t = k \cdot N \cdot \Delta t = \frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot N \cdot \Delta t = \frac{\ln 2}{53{,}3 \cdot 24 timer} \cdot 1{,}03 \cdot 10^9 \cdot 1 time = 558116 = \underline{\underline{5{,}6 \cdot 10^5}}\ .$$

Den procentvise afvigelse for eksperimentet er:

$$\frac{\Delta(-\Delta N)}{-\Delta N} = \frac{573000 - 558116}{558116} = 0{,}02666829 = 2{,}7\%$$

Da dette er over 0,50%, viser eksperimentet, at $\underline{\underline{\text{halveringstiden er ændret.}}}$

Opgave A13 side 46: **Dobbelt β⁻-henfald**

a) Man skal bestemme Q-værdien for de to typer henfald.

Først ses på det almindelige β⁻-henfald: ${}^{82}_{34}Se \rightarrow {}^{82}_{35}Br + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$

Til beregning af Q-værdier er det kernemasser, der skal bruges, og databogen (1998-udgaven; Nukliders masse og bindingsenergi side 221) giver atommasserne, men da man skulle trække 34 elektronmasser fra på venstresiden (Se-atomet har 34 elektroner), mens man på højresiden skulle trække 35 elektronmasser fra (Br-atomet har 35 elektroner) og derefter lægge den udsendte elektron til, så ville disse additioner og subtraktioner gå lige op, og derfor kan atommasserne af de to nuklider bruges:

$$Q = -(m_{Br-82} - m_{Se-82}) \cdot 931{,}5MeV/u =$$
$$-(81{,}916802u - 81{,}916698u) \cdot 931{,}5MeV/u = \underline{\underline{-0{,}0969MeV < 0}}$$

Da Q-værdien er negativ, kan denne proces ikke forekomme.

Dobbelte β⁻-henfald: ${}^{82}_{34}Se \rightarrow {}^{82}_{36}Kr + 2 \cdot {}^{0}_{-1}e + 2 \cdot \bar{\nu}$

$$Q = -(m_{Kr-82} - m_{Se-82}) \cdot 931{,}5MeV/u =$$
$$-(81{,}913482u - 81{,}916698u) \cdot 931{,}5MeV/u = \underline{\underline{3{,}00MeV > 0}}$$

Da Q-værdien er positiv, kan denne proces godt forekomme.

b) Først bestemmes antallet af Se-82 kerner i 2,6g:

$$N = \frac{m_{samlet}}{m_{Se-82\ atom}} = \frac{2{,}6g}{81{,}916698u \cdot 1{,}6605402 \cdot 10^{-24} g/u} = 1{,}9114 \cdot 10^{22}$$

Da halveringstiden er meget lang, og da der kun henfalder 32 kerner, kan dette antal regnes som konstant, og derfor kan man bruge: $A = k \cdot N$.

Aktiviteten bestemmes i enheden døgn⁻¹:

$$A = \frac{32}{132døgn} = 0{,}242424døgn^{-1}.$$

Hermed kan henfaldskonstanten bestemmes:

$$k = \frac{A}{N} = 1{,}2683 \cdot 10^{-23}\ døgn^{-1}.$$

Og så kan endelig halveringstiden bestemmes:

$$T_{½} = \frac{\ln 2}{1{,}2683 \cdot 10^{-23}\ døgn^{-1}} = 5{,}5 \cdot 10^{22}\ døgn = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{20}\ år}}$$

Opgave A14 side 46: **Omvendt triple-alfa proces**

a) Højresiden ved et betaminushenfald, hvor der dannes en C-12 kerne, er:

$$\rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

Ifølge ladningsbevarelsen skal moderkernen derfor have atomnummeret 5, og nukleontalsbevarelsen giver, at nukleontallet skal være 12. Dermed er det nuklid, der ved betaminushenfald bliver til C-12: $\underline{\underline{{}^{12}_{5}B}}$

Højresiden ved et betaplushenfald, hvor der dannes en C-12 kerne, er:

$$\rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + \nu$$

Ifølge ladningsbevarelsen skal moderkernen derfor have atomnummeret 7, og nukleontalsbevarelsen giver, at nukleontallet skal være 12. Dermed er det nuklid, der ved betaplushenfald bliver til C-12: $\underline{\underline{{}^{12}_{7}N}}$

b) Egentlig kunne man nøjes med at kigge på atommasserne, da elektronerne ville gå ud i regnskabet, men nu står der i opgaveteksten, at der skal bruges kernemasser, så disse beregnes:

$$m_{C-12,kerne} = m_{C-12,atom} - 6\cdot m_e = 12u - 6\cdot 5{,}485799\cdot 10^{-4}u = 11{,}9967085206u$$

Masserne af de tre He-4-kerner er:

$$3\cdot m_{He-4,kerne} = 3\cdot m_{He-4,atom} - 6\cdot m_e = 3\cdot 4{,}00260324u - 6\cdot 5{,}485799\cdot 10^{-4}u = 12{,}00451824u$$ Den exciterede energitilstands 1,22pJ omregnes til en masse i unit ifølge Einsteins energi-masse ækvivalens:

$$1{,}22\cdot 10^{-12}J = \frac{1{,}22\cdot 10^{-12}J}{1{,}6021773\cdot 10^{-13}\frac{J}{MeV}} = 7{,}61463791MeV = \frac{7{,}61463791MeV}{931{,}4943\frac{MeV}{u}} = 0{,}00817465u$$

Som det ses, er massen af en ikke-exciteret C-12-kerne mindre end massen af de tre heliumkerner, og dermed kan C-12 kernen ikke henfalde til de tre helium-kerner, da der så ville blive dannet noget masse, hvilket svarer til, at der bliver dannet energi (i modstrid med energibevarelsessætningen).

Hvis man lægger den beregnede masse fra den exciterede tilstand til C-12's kernemasse fås 12,004883168481u, hvilket er større end masserne af de tre heliumkerner (forskellen optræder på 4 decimal, hvor den exciterede C-12-kerne har et 8-tal og de tre heliumkerner har et 5-tal).

Derfor vil den exciterede C-12-kerne godt kunne henfalde til tre heliumkerner, da der så forsvinder (lidt) masse, svarende til at bindingsenergi er omdannet til kinetisk energi.

Opgave A15 side 47: **Neutrinoer fra Solen**

a) Galliums atommasse slås op til 69,723*u*, så antallet af kerner/atomer i beholderen er:

$$N=\frac{m_{samlet}}{m_{Ga-atomer\,(vægtet\ gennemsnit)}}=\frac{30{,}3\cdot 1000kg}{69{,}723\cdot 1{,}6605402\cdot 10^{-27}\,kg}=2{,}61708\cdot 10^{29}=\underline{\underline{2{,}62\cdot 10^{29}}}$$

b) Først beregnes Q-værdien for processen (neutrinoen indgår ikke, da den ifølge opgaveteksten regnes som masseløs). Man kan bruge atommasserne for de 2 nuklider i stedet for kernemasserne, da man på venstresiden skulle trække 31 elektronmasser fra, mens man på højresiden skulle trække 32 elektronmasser fra og lægge 1 til:

$$Q=\left(m_{Ga-71}-m_{Ge-71}\right)\cdot 931{,}5MeV/u=\left(70{,}924701u-70{,}924954u\right)\cdot 931{,}5MeV/u=$$

$$-0{,}000253u\cdot 931{,}5MeV/u=-0{,}236MeV=-0{,}236\cdot 1{,}6021773\cdot 10^{-13}\,J=-3{,}78\cdot 10^{-14}\,J$$

Q-værdien er negativ, dvs. at der tilsyneladende skabes energi ved processen, hvilket jo ikke kan lade sig gøre. For at processen skal kunne forløbe, må der tilføres så meget (kinetisk) energi, at Q-værdien kommer over 0. Dette sker ikke med neutrinoer, der har energier mindre end $3{,}78\cdot 10^{-14}\,J$, og derfor kan de ikke få processen til at forløbe.

c) Der vil opstå en ligevægtssituation, hvor der dannes lige så mange Ge-71 kerner, som der henfalder inden for et vist tidsrum. Dette vil ske, for når der henfalder flere kerner, end der dannes, så bliver antallet af kerner mindre, hvilket ikke betyder noget for dannelsen af kernerne, men som betyder, at færre kerner henfalder ($A\propto N$). Og hvis der i modsatte tilfælde henfalder færre kerner, end der dannes, vil antallet af kerner øges, hvilket kun vil påvirke antallet af henfald opad.
Halveringstiden for Ge-71 findes i databogen (1998-udgaven: Radioaktive nuklider side 200) til at være 11,2 døgn.
Der dannes 1,17 Ge-71 kerner pr. døgn, dvs. at ved ligevægten er aktiviteten af Ge-71 kerner:

$$A=1{,}17døgn^{-1}$$

Desuden er:

$$k=\frac{\ln 2}{T_{½}}=\frac{\ln 2}{11{,}2døgn}$$

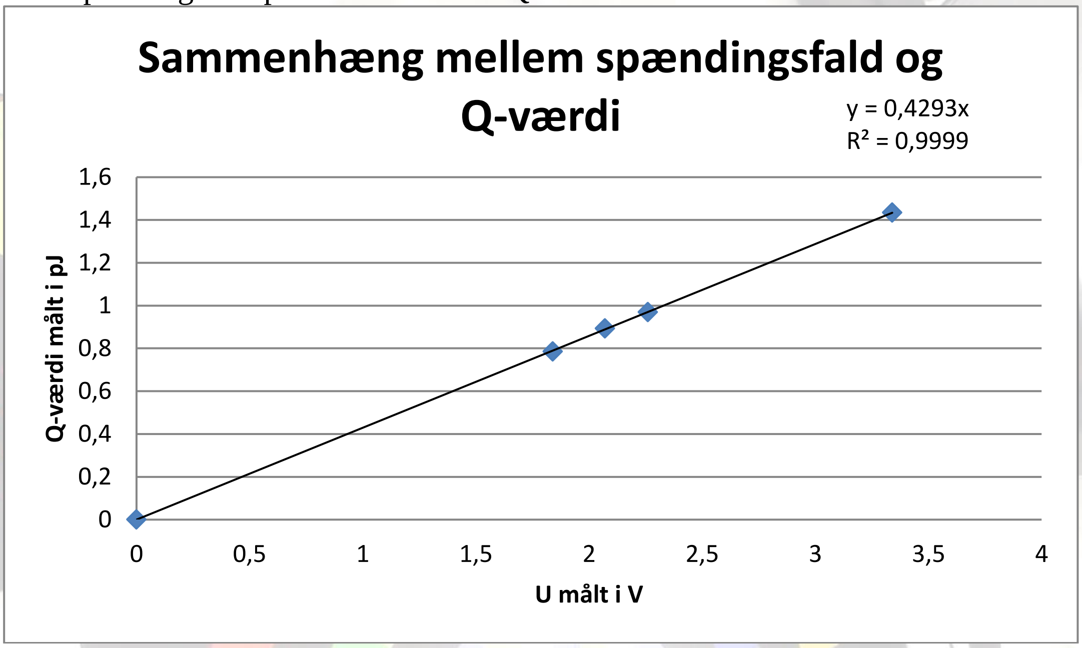
Og hermed kan antallet af kerner bestemmes:

$$A=k\cdot N\Leftrightarrow N=\frac{A}{k}=1{,}17døgn^{-1}\cdot\frac{11{,}2døgn}{\ln 2}=18{,}90508=\underline{\underline{19}}$$ (et helt tal, da det er et antal)


Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave A16 side 48: **Meget lang halveringstid**

a) Tabellens værdier indskrives i Excel, og man finder en lineær tendenslinje, der tvinges gennem (0,0), da et spændingsfald på 0V må svare til Q-værdien 0:



Man har altså, at $Q(U) = 0{,}4293\dfrac{pJ}{V}\cdot U$

Hermed er: $Q(1{,}17V) = 0{,}4293\dfrac{pJ}{V}\cdot 1{,}17V = 0{,}502281\,pJ = \underline{\underline{0{,}502\,pJ}}$

b) Reaktionsskemaet for alfahenfaldet: $\underline{\underline{{}^{209}_{83}Bi \rightarrow {}^{205}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He}}$

(Grundstofnummeret for Bi og grundstoffet thallium er fundet i det periodiske system).
Når Q-værdien skal beregnes, skal man egentlig bruge kernemasser, men da samme antal elektroner (83) optræder på begge sider, går de ud med hinanden, og man kan altså bruge atommasser, der findes i databogen (1998-udgaven: Nukliders masse og bindingsenergi begyndende side 219).

Bi-209: m = 208,980374u
Tl-205: m = 204,974401u
He-4: m = 4,00260324u

$\Delta m = m_{højreside} - m_{venstreside} = 204{,}974401u + 4{,}00260324u - 208{,}980374u = -0{,}00336976u$

$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943 MeV/u = 0{,}00336976u \cdot 931{,}4943 MeV/u = 3{,}13891 MeV =$

$3{,}13891 \cdot 1{,}6021773 \cdot 10^{-13}\,J = 5{,}02909 \cdot 10^{-13}\,J = \underline{\underline{0{,}5029\,pJ}}$

c) Antallet af Bi-209 kerner i de 91,9g er:

$N = \dfrac{m_{samlet}}{m_{Bi-209-atom}} = \dfrac{91{,}9g}{208{,}980374 \cdot 1{,}660540 \cdot 10^{-24}\,g} = 2{,}64826 \cdot 10^{23}$

Da der kun henfalder 128 kerner i perioden (pointen ved meget lang halveringstid), kan antallet af kerner sættes til at være konstant, og man har:

$A = k \cdot N = \dfrac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N \quad \Leftrightarrow \quad T_{½} = \dfrac{\ln(2)\cdot N}{A} = \dfrac{\ln(2)\cdot 2{,}64826 \cdot 10^{23}}{\dfrac{128}{5døgn}} = 7{,}17045 \cdot 10^{21}\,døgn =$

$\underline{\underline{7{,}2 \cdot 10^{21}\,døgn}} = 1{,}96 \cdot 10^{19}\,år$

Opgave A17 side 48: **Neutronbestråling**

a) Halveringstiden for Th-233 slås op i databogens afsnit om radioaktive nuklider (side 208 i 95-udgaven) til at være 22,3 minutter.
Hermed er:

$$A = \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{T_{½}}\cdot t}\right)\cdot 981Bq = \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{22{,}3\,\text{min}}\cdot 120\,\text{min}}\right)\cdot 981Bq = 957{,}4616\text{Bq} = \underline{\underline{957\text{Bq}}}$$

b) Til tiden t vil der i tidsrummet dt (der er så lille, at tiden ikke når at ændre sig væsentligt), vil der henfalde: $dN = A\cdot dt$.
For at bestemme det samlede antal henfald i løbet af 4 timer, skal der integreres med hensyn til tiden, der skal regnes i sekunder, da aktiviteten er i Bq:

$$\int_0^{4\cdot 3600s} (\left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{22{,}3\cdot 60s}\cdot t}\right)\cdot 981Bq)dt = 12233840{,}450649 = \underline{\underline{1{,}22\cdot 10^7}}$$

Opgave A18 side 49: **To-proton henfald**

Opgave A19 side 50: **Spektrallinjer**

a) Gitterformlen giver:

$$\sin\theta_n = \frac{\lambda\cdot n}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \lambda = \frac{\sin\theta_n\cdot d}{n} = \frac{\sin(42{,}24°)\cdot 833nm}{1} = 559{,}9739nm = \underline{\underline{560nm}}$$

b) Der er to linjer i absorptionsspektret, og da det oplyses, at de ikke er fra A til D, så må de svare til overgangene A→ B, og A →C (da der ikke under normale omstændigheder forekommer absorptionslinjer fra andet end grundtilstanden, da det er meget usandsynligt, at et anslået atom når at absorbere endnu en foton, inden det henfalder til grundtilstanden).
Disse to linjer genfindes i emissionsspektret, hvor de altså angiver overgangene B→A og C→A.
De resterende muligheder er så: C→B, D→B og D→C.
Det er muligt ud fra de opgivne bølgelængder at bestemme bølgelængden for overgangen C→B:

$$E_{C\to B} = E_{C\to A} - E_{B\to A} \quad\Leftrightarrow$$

$$\frac{h\cdot c}{\lambda_{C\to B}} = \frac{h\cdot c}{\lambda_{C\to A}} - \frac{h\cdot c}{\lambda_{B\to A}} \quad\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda_{C\to B}} = \frac{1}{\lambda_{C\to A}} - \frac{1}{\lambda_{B\to A}} \quad\Leftrightarrow$$

$$\lambda_{C\to B} = \left(\frac{1}{\lambda_{C\to A}} - \frac{1}{\lambda_{B\to A}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{323{,}3nm} - \frac{1}{670{,}8nm}\right)^{-1} = 624{,}1nm$$

Denne linje ses ikke i emissionsspektret.
Derfor må de to resterende linjer (den grønne og den ved 2450nm) svare til overgangene D→B og D→C.
D→B svarer til den største energi og dermed den mindste bølgelængde, så den må svare til den $\underline{\underline{\text{grønne linje}}}$.

Opgave M1 side 51: **Cykelpumpe**

a) Cyklisten skal lige netop kunne påvirke cykelpumpen med en kraft svarende til den indesluttede luftmasses kraftpåvirkning af stemplet, når dækket er fuldt oppumpet. Denne kraftpåvirkning kommer fra overtrykket, og den beregnes til:

$$p = \frac{F}{A} \quad \Leftrightarrow \quad F = p \cdot A = 520 \cdot 10^{3}\,Pa \cdot 3{,}20 \cdot 10^{-4}\,m^{2} = \underline{\underline{166{,}4N}}$$ (svarer til at løfte 17kg).

Grunden til, at pumpens tværsnitsareal skal være forholdsvis lille, ses ud fra ovenstående formel, da trykket i cykelslangen skal opnå en fast værdi (520 kPa), og da kraftpåvirkningen derfor er (ligefrem-)proportional med tværsnitsarealet. Så jo større tværsnitsareal, des større kraftpåvirkning, hvilket kræver stærkere cyklister.

Opgave M2 side 51: **Flydende stearinlys**

a) Stearinlyset er påvirket af 2 kræfter: Tyngdekraften og opdriften.
Det er hele stearinlysets masse, der er påvirket af tyngdekraften, mens opdriften kun afhænger af rumfanget af den del af lyset, der er under vandet.
Tyngdekraften har retning nedad og opdriften opad, og da lyset står stille i vandet, må de 2 kræfter være lige store. Man har derfor:

$$F_t = F_{op} \Leftrightarrow m_{hele\ lyset} \cdot g = V_{lys\ under\ vand} \cdot \rho_{vand} \cdot g \Leftrightarrow m_{hele\ lyset} = V_{lys\ under\ vand} \cdot \rho_{vand} \Leftrightarrow$$

$$\rho_{hele\ lyset} \cdot V_{hele\ lyset} = V_{lys\ under\ vand} \cdot \rho_{vand} \Leftrightarrow \underline{\rho_{hele\ lyset} = \frac{V_{lys\ under\ vand}}{V_{hele\ lyset}} \cdot \rho_{vand}}$$

Dette giver en metode til at bestemme densiteten af lyset (eller udregne hvor stor en del af et isbjerg, der ligger over vandet), hvis man kender densiteten af vand.
Man skal bestemme, hvor stor en procentdel af lyset, der er under vandet, og denne del skal ganges med vandets densitet. Procentdelen kan bestemmes ved at måle med en lineal på figuren, da forholdet mellem højderne svarer til forholdet med rumfangene.
Ved at måle på fotografiet fås:

$$\rho_{hele\ lyset} = \frac{V_{lys\ under\ vand}}{V_{hele\ lyset}} \cdot \rho_{vand} = \frac{3{,}82}{4{,}05} \cdot 1{,}00g/cm^{3} = 0{,}94321g/cm^{3} = \underline{\underline{0{,}94g/cm^{3}}}$$

Opgave M3 side 52: **Redningsvest**

En person, der flyder i vandet, er påvirket af tyngdekraften, der kun afhænger af massen, og af opdriften, der afhænger af den fortrængte væskemængde.
Hvis redningsvesten anslås at veje 2 kg, vil tyngdekraften på en 100kg tung person med redningsvest være:

$$F_t = m \cdot g = 102kg \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} = 1002N$$

Opdriften på personen kan opdeles i den del, der skyldes redningsvesten, og som er angivet til 150N, samt den del, der skyldes at en del af personen er under vand. Det vides ikke, om vesten bruges i ferskvand eller havvand, så vands densitet sættes til 1000kg/m^3. Den del af personen, der er under vand, når vedkommende flyder ($F_{res} = 0$) kan således bestemmes ved:

$$F_t = F_{op}$$

$$F_t = F_{op,vest} + F_{op,person}$$

$$1002N = 150N + \rho_{vand} \cdot V_{fortrængt} \cdot g \quad \Leftrightarrow$$

$$V_{fortrængt} = \frac{1002N - 150N}{\rho_{vand} \cdot g} = \frac{1002N - 150N}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2}} = 0{,}08676 m^3$$

Da personen har rumfanget 0,098m^3, vil det altså "kun" være 89%, der er under vandet, og hovedet – der udgør mindre end 11% af et voksent menneskes rumfang – vil altså være helt over vandet.

Opgave M4 side 52: **Lodret kast med luftmodstand**

a) De bolden er tilbage i starthøjden, er den potentielle energi uændret, så tabet i mekanisk energi kommer udelukkende af et tab i kinetisk energi:

$$-\Delta E_{mek} = -\Delta E_{kin} = E_{kin,start} - E_{kin,slut} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{slut}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_{start}^2 - v_{slut}^2\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}152kg \cdot \left(\left(16{,}0 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(14{,}8 \frac{m}{s}\right)^2 \right) = 2{,}80896J = \underline{\underline{2{,}8J}}$$

b) Bolden er påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og luftmodstanden (der ses bort fra opdriften). Tyngdekraften er en konservativ kraft, dvs. den mekaniske energi er bevaret, hvis en genstand kun er påvirket af denne. Tabet i mekanisk energi skyldes altså alene luftmodstanden.
Man har altså, at $A_{luftmodstand} = \Delta E_{mek} \quad \Leftrightarrow \quad -F_{luft} \cdot \Delta s = \Delta E_{mek}$, hvor F_{luft} er et gennemsnit over den pågældende strækning. Arbejdet er negativt, da luftmodstanden er modsatrettet bevægelsen.
Luftmodstanden vokser med øget fart. Det vil altså ifølge ovenstående formler også sige, at det udførte arbejde (regnet uden fortegn) og dermed tabet i mekaniske energi er størst, når den gennemsnitlige fart er størst, da strækningen (selvfølgelig) er den samme på op- og nedturen.
Da bolden i gennemsnit bevæger sig hurtigst på vej opad, er tabet i mekaniske energi størst på opturen.

Opgave M5 side 53: **Måling af reaktionstid**

a) Papstykket har en meget lille overflade i bevægelsesretningen, og det når at falde i meget kort tid, så man kan regne med, at det falder med den konstante acceleration 9,82m/s^2.
Strækningen, det når at falde på 150ms, er hermed:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot (0{,}150s)^2 = 0{,}110475m = \underline{\underline{110mm}}$$

Stregerne angiver tidsrum med 0,020s mellemrum, dvs. for hver streg ændres tiden med 0,020s.
Dvs. at afstanden mellem de enkelte streger er:

$$d = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_0 + 0{,}020s)^2 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_0^2 = g \cdot 0{,}020s \cdot t_0 + \frac{g \cdot (0{,}020s)^2}{2}$$

$$d = 0{,}1964 \frac{m}{s} \cdot t_0 + 0{,}001964m$$

Afstanden øges altså med tiden (man må gå ud fra, der er sket en fejl omkring 40 og 60ms), og ovenstående sammenhæng kan bruges til at beregne afstandene mellem de enkelte streger.

Opgave M6 side 53: **Lac Leman**

a) Strålen vurderes til at nå 70m op i luften (7 gange bygningernes højde, og bygningerne vurderes til at være 10m høje). Da den bremses af luftmodstanden, anslås det, at strålen ville være nået 100m op, hvis der ikke havde været luftmodstand.
Hvis der ikke er luftmodstand, er den lodrette bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen), så begyndelseshastigheden kan bestemmes ved at sammensætte et par bevægelsesligninger, hvor den positive retning vælges nedad:

$$\left.\begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ v = g \cdot t + v_0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{g} \end{array}\right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v - v_0}{g}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad v_0 = v - \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$$

Når s = 100m, er v = 0 m/s, så man får:

$$v_0 = 0\frac{m}{s} - \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot 100m} = -44{,}317\frac{m}{s} = -44\frac{m}{s}$$

På ét sekund dannes altså en ”vandcylinder” med højden 44m og tværsnitsarealet:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (0{,}05m)^2 = 0{,}00785398m^2$$

Dermed er det opsendte rumfang vand pr. sekund:

$$V = h \cdot A = 44m \cdot 0{,}00785m^2 = 0{,}348m^3 = \underline{\underline{0{,}35m^3}}$$

Opgave M7 side 54: **Hurtigløb**

a) Gennemsnitsfarten beregnes: $v_{gennemsnit} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100m}{9{,}83s} = 10{,}1729\frac{m}{s} = \underline{\underline{10{,}17\frac{m}{s}}} = 36{,}6\frac{km}{t}$

b) Der gælder generelt, at $a(t) = v'(t)$

Det er nok nemmest at lave en grafisk afbildning af hastighedsfunktionen på computer eller lommeregner og så beregne differentialkvotienten i 0, men man kan også løse en del i hånden:

$$a(t) = v'(t) = \left(A - B\cdot t - A\cdot 0{,}4937^t\right)' = -B - A\cdot\ln(0{,}4937)\cdot 0{,}4937^t$$

Hermed bliver:

$$a(0) = -0{,}0944 - 12{,}42\cdot\ln(0{,}4937)\cdot 0{,}4937^0 = 8{,}67197 = \underline{\underline{8{,}67\frac{m}{s^2}}}$$

Accelerationen er positiv til at begynde med, men som tiden går falder accelerationen, da $0{,}4937^t$ er en aftagende funktion af *t*. Dermed vil den maksimale hastighed findes på det tidspunkt, hvor accelerationen er nul (hvis det findes inden for de 9,83s). Alternativt kan man bestemme maksimum for grafen for v(t).

$$a(t) = 0 \quad\Leftrightarrow\quad B = -A\cdot\ln(0{,}4937)\cdot 0{,}4937^t \quad\Leftrightarrow\quad t = \frac{\ln\left(\frac{B}{-A\cdot\ln(0{,}4937)}\right)}{\ln(0{,}4937)} = 6{,}41961s$$

På dette tidspunkt er hastigheden:

$$v(6{,}41961s) = 12{,}42\frac{m}{s} - 0{,}0944\frac{m}{s^2}\cdot 6{,}41961s - 12{,}42\frac{m}{s}\cdot 0{,}4937^{6{,}41961} = 11{,}6802\frac{m}{s} = \underline{\underline{11{,}68\frac{m}{s}}}$$

c) Da $s'(t) = v(t)$ er $s(t) = \int_0^t v(x)dx$, så man kan bestemme tiden for de første 50m ved:

$solve(50 = \int_0^t \left(12{,}42 - 0{,}0944\cdot x - 12{,}42\cdot 0{,}4937^x\right)dx, t)$ der blandt flere løsninger giver:

$\underline{\underline{t = 5{,}53s}}$

Der er desuden en negativ løsning og en løsning på 258s, men de ligger uden for modellens rækkevidde og forkastes altså.

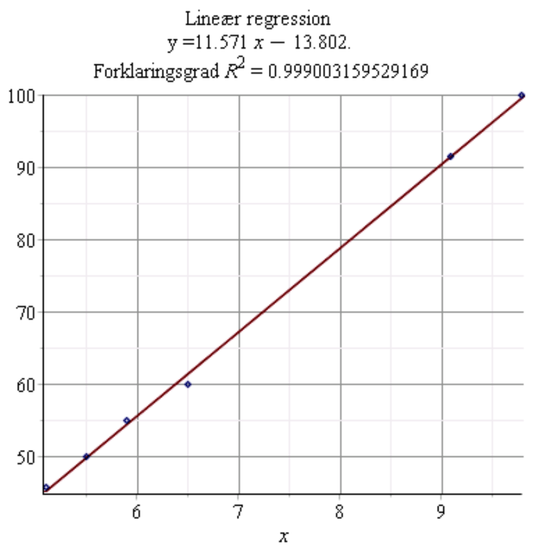
Den negative løsning kommer af, at modellen fører til en negativ hastighed før start, hvilket svarer til, at Ben skulle være løbet baglæns før startskuddet og derfor kom oppe fra 50m-mærket.

De 258s kommer af, at accelerationen er en aftagende funktion og som beregnet ovenfor er negativ efter 6,42s, hvorfor hastigheden vil falde og efter et stykke tid igen blive negativ (ligesom før start), hvorfor Ben vil begynde at løbe baglæns og på et tidspunkt komme tilbage til de 50m efter allerede at have passeret dem.

Opgave M8 side 54: **Sprint**

a) Hvis tidspunktet t_0 ligger før de 5,1 sekunder (hvilket der implicit lægges op til i opgaveformuleringen), ligger tabellens værdier i et område med konstant fart, så hvis de indtegnes i et (t,s)-koordinatsystem, skal de give en ret linje. Dette udføres i Maple:'

$with(Gym)$:
$Distance := [45.7, 50.0, 54.9, 60.0, 91.4, 100.0]$:
$Tid := [5.1, 5.5, 5.9, 6.5, 9.1, 9.8]$:
$LinReg(Tid, Distance)$



Da punkterne ligger på en ret linje, holder antagelsen, og da det er en (t,s)-graf, kan farten aflæses som hældningen for grafen, dvs: $\underline{\underline{v_0 = 11,6\frac{m}{s}}}$

b) Der ses bort fra reaktionshastigheden, og der accelereres altså allerede fra tiden 0. Da accelerationen er konstant, og farten ændres fra 0 til 11,6m/s på tiden t_0, har man:

$$v_0 = a \cdot t_0$$

$$11,571\frac{m}{s} = a \cdot t_0$$

Modellen giver os, at en 100m løbes på:

$f(x) := LinReg(Tid, Distance, x)$:
$solve(f(x) = 100, x) = 9.835356123$

Et 100m løb består ifølge modellen af en strækning med konstant acceleration og en strækning med konstant fart, så man har:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_0^2 + v_0 \cdot (t_{100m} - t_0)$$

$$100m = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_0^2 + 11,571 \cdot (9,835356123s - t_0)$$

Hermed har man to ligninger med to ubekendte, der kan løses i Maple:

$solve\left(\left[11.571 = a \cdot t_0, 100 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_0^2 + 11.571 \cdot (9.835356123 - t_0)\right]\right)$ $\{a = 4.849292125, t_0 = 2.386121459\}$

Dvs. at $\underline{\underline{t_0 = 2,4s}}$ og $\underline{\underline{a = 4,85\frac{m}{s^2}}}$

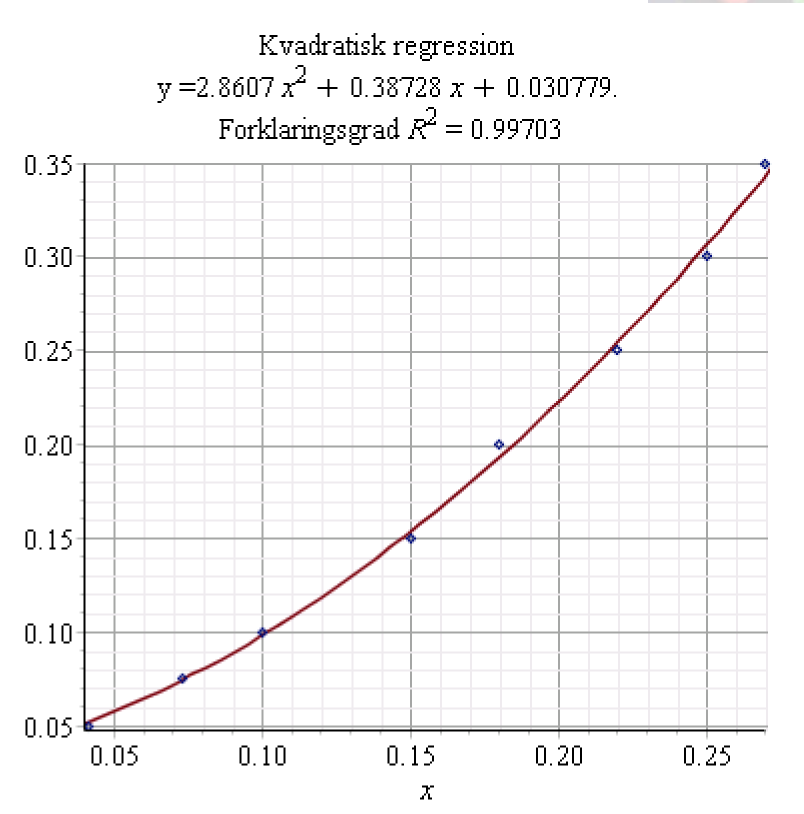
Opgave M9 side 55: **Rullende stålkugle**

a) Det er bevægelse med konstant acceleration, så stedfunktionen er på formen:

$$s(t)=\frac{1}{2}\cdot a\cdot t^2+v_0\cdot t+s_0$$

Punkterne bør derfor danne en del af en parabelbue, hvilket tjekkes ved at plotte punkterne ind i Maple og lave regression for andengradspolynomium:

```
with(Gym):
x := [0.041, 0.073, 0.10, 0.15, 0.18, 0.22, 0.25, 0.27]:
y := [0.05, 0.075, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35]:
PolyReg(x, y, 2)
```



Det ses, at punkterne med god tilnærmelse følger parabelbuen i overensstemmelse med, at det skulle være konstant acceleration.
Ud fra forskriften kan man aflæse:

$$\underline{\underline{v_0=0,39\frac{m}{s}}}$$

$$\underline{\underline{s_0=0,031m}}$$

$$\frac{1}{2}\cdot a=2,8607\frac{m}{s^2}\Leftrightarrow a=2\cdot 2,8607\frac{m}{s^2}=\underline{\underline{5,7\frac{m}{s^2}}}$$

b) For at kunne bestemme, hvor kuglen er, skal man kende tidspunktet. Man skal altså først finde det tidspunkt, hvor farten er 3,0m/s.

Man kender accelerationen og begyndelsesfarten, og da det er en bevægelse med konstant acceleration har man:

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$3{,}0\frac{m}{s} = 5{,}7214\frac{m}{s^2} \cdot t + 0{,}38728\frac{m}{s} \Leftrightarrow t = \frac{3{,}0\frac{m}{s} - 0{,}38728\frac{m}{s}}{5{,}7214\frac{m}{s^2}} = 0{,}456657s$$

Denne værdi indsættes i formlen:

$$s(t) := PolyReg(x, y, 2, t) :$$
$$s(0.456657) = 0.804183428420454$$

Dvs. at kuglen er $\underline{\underline{0{,}804m}}$ nede af skråplanet, når farten er 3,0m/s.

Opgave M10 side 55: **Mercedes 600 SL**

Opgave M11 side 56: **Målspark**

a) Når der ses bort fra luftmodstand bliver gennemsnitsfarten i vandret retning:

$$v_{gennemsnit} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{60m}{2{,}9s} = 20{,}6897\frac{m}{s} = \underline{\underline{21\frac{m}{s}}}$$

b) Det antages, at bolden ikke skruer, og at man kan se bort fra luftmodstanden, således at banen er en del af en parabel (skråt kast).
Den vandrette bevægelse antages således at være en bevægelse med konstant hastighed (anvendt ovenfor), mens den lodrette bevægelse er en bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen). Da bolden lander i samme højde, som den begyndte, har det taget 1,45s at nå toppunktet i bevægelsen. Dette bruges til at bestemme begyndelsesfarten i lodret retning, da farten i lodret retning i toppunktet er 0:

$$s_{lodret}(t) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 + v_{0,lodret}\cdot t + s_{0,lodret}$$

$$v_{lodret}(t) = s'_{lodret}(t) = -g\cdot t + v_{0,lodret}$$

$$0 = -g\cdot 1{,}45s + v_{0,lodret} \quad \Leftrightarrow \quad v_{0,lodret} = 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 1{,}45s = \underline{14{,}239\frac{m}{s}}$$

Den vandrette og den lodrette hastighedskomposant udgør kateterne i en retvinklet trekant, hvor begyndelsesfarten er længden af hypotenusen. Så man har:

$$v_{start} = \sqrt{\left(20{,}6897\frac{m}{s}\right)^2 + \left(14{,}239\frac{m}{s}\right)^2} = 25{,}116\frac{m}{s} = \underline{\underline{25\frac{m}{s}}} = 90km/t$$

Opgave M12 side 56: **Golfputtet**

a) Først findes den tid det vil tage at falde en golfradius ned. Den lodrette bevægelse har tyngdeaccelerationen som acceleration, og dens begyndelsesfart er 0 (da golfkuglen trillede vandret inden hullet). Den skal falde 2,1cm, og det vil tage:

$$\Delta s_{lodret} = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\cdot\Delta s_{lodret}}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}021m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 0{,}0653987s = \underline{\underline{65ms}}$$

Skallen af golfkuglen befinder sig 2,1cm længere fremme end centrum, og da golfkuglen ”rammer” hullet, når centrum er over hullets kant, mens den rammer hullets kant med skallen, må golfkuglen kun have bevæget sig 10,8cm-2,1cm = 8,7cm, hvis den skal nå at falde mindst én golfkugleradius.
Da den vandrette bevægelse er en bevægelse med konstant hastighed, kan den største fart bestemmes:

$$\Delta s = v\cdot t \quad \Leftrightarrow \quad v_{maks} = \frac{0{,}087m}{0{,}0653987s} = 1{,}3303\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}33\frac{m}{s}}}$$

Alt dette er beregnet ud fra, at man rammer hullet perfekt, så kuglens vandrette bevægelse følger en diameter i cirklen, der udgør hullets munding.

Opgave M13 side 57: **Tennisserv**

Opgave M14 side 58: **Tårnspring**

a) Drengen betragtes som et punkt (massemidtpunktet), der befinder sig 11m over bassinkanten. Det antages, at han løber med farten 5 m/s (18km/t)og sætter af i vandret retning, og der ses bort fra luftmodstanden.
Punktets (drengens) bevægelse deles op i en lodret bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen) og begyndelseshastigheden 0 og i en vandret del med den konstante fart 5m/s.
Faldtiden bestemmes:

$$s_{lodret} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{lodret}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11m}{9{,}82\,\frac{m}{s^2}}} = 1{,}5s$$

På denne tid når drengen:

$$s_{vandret} = v_{vandret} \cdot t = 5\frac{m}{s} \cdot 1{,}5s = 7{,}5m$$

Og med ½m mere som sikkerhed, kan man sige, at $\underline{\underline{8m}}$ i vandret retning fra vippekant til bassinkant skulle være nok til, at der ikke sker uheld.
Hvis der også skal tages højde for veltrænede selvmordere, kan man regne med en fart på 15 m/s, der giver et krav på 23m, og så skulle selv Usain Bolt som længdespringer være sikker.

Opgave M15 side 58: **Ejection Seat**

a) Da man kender accelerationen, kan den resulterende kraft (den samlede kraft) bestemmes ud fra Newtons 2. lov:

$$F_{res} = m \cdot a = 140kg \cdot 47\frac{m}{s^2} = 6580N = \underline{\underline{6{,}6kN}}$$

b) Stolen er påvirket af tyngdekraften samt en trækkraft fra hver af de to elastikker. Da vinklerne er de samme for de to elastikker, er deres trækkræfter det også (ellers ville stolen ikke sendes lodret op).
Den lodrette del af kraften fra en af elastikkerne er givet ved: $F_{lodret} = F_{elastik} \cdot \sin(71°)$.
Elastikkerne trækker opad og tyngdekraften trækker nedad, så man har:

$$F_{res} = 2 \cdot F_{lodret} - F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{res} = 2 \cdot F_{elastik} \cdot \sin(71°) - F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{elastik} = \frac{F_{res} + F_t}{2 \cdot \sin(71°)} = \frac{F_{res} + m \cdot g}{2 \cdot \sin(71°)} = \frac{6580N + 140kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}}{2 \cdot \sin(71°)} = 4206{,}5805N = \underline{\underline{4{,}2kN}}$$

<u>Opgave M16 side 60:</u> **En bjergbestiger samles op**

a) Bjergbestigeren er påvirket af tre kræfter, der lagt sammen som vektorer må give nulvektoren, da bjergbestigeren hænger stille (Newtons 1. og 2. lov).
Han er påvirket af tyngdekraften, der peger lodret nedad, en vandret snorkraft samt en skrå snorkraft.

Tyngdekraften beregnes: $F_t = m \cdot g = 75kg \cdot 9{,}82 \dfrac{m}{s^2} = 736{,}5N = 737N$

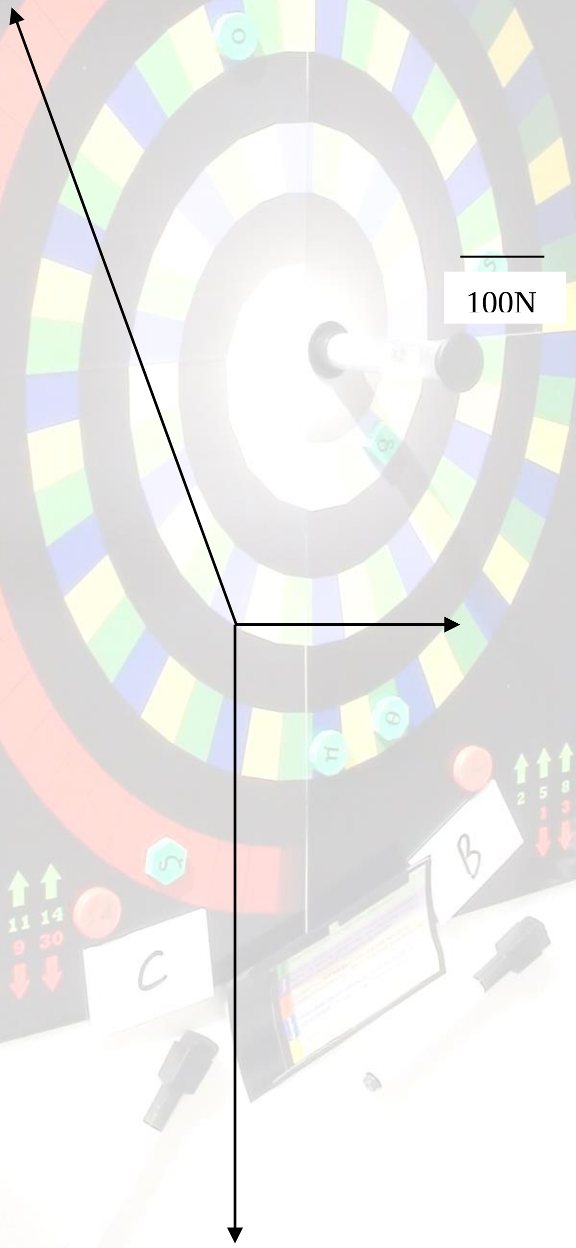
Den lodrette del af den skrå snorkraft med netop ophæve tyngdekraften, da den vandrette snorkraft i sagens natur ikke bidrager med noget lodret. Så man har:

$$F_{snor,skrå} \cdot \sin(70°) = F_t \quad \Leftrightarrow \quad F_{snor,skrå} = \frac{F_t}{\sin(70°)} = \frac{736{,}5N}{\sin(70°)} = 783{,}76693N = 784N$$

Den vandrette del af den skrå snorkraft vil netop ophæves af den vandrette snorkraft, hvis størrelse derfor kan beregnes:

$$F_{snor,vandret} = F_{snor,skrå} \cdot \cos(70°) = 783{,}8N \cdot \cos(70°) = 268{,}0640775N = 268N$$

Hermed er størrelserne af de tre kræfter fundet, og de kan indtegnes:



Opgave M17 side 61: **Container**

a) Stålwiren trækker i samme retning, som containeren bevæger sig, så vinklen mellem trækkraften og bevægelsesretningen er 0°.
Effekten er så:

$$P = F \cdot v = 78{,}4kN \cdot 0{,}25\frac{m}{s} = \underline{\underline{19{,}6kW}}$$

b) Man kan se bort fra luftmodstanden, da containeren bevæger sig langsomt. Den påvirkes derfor af fire kræfter:

Tyngdekraften: Retningen er lodret nedad.

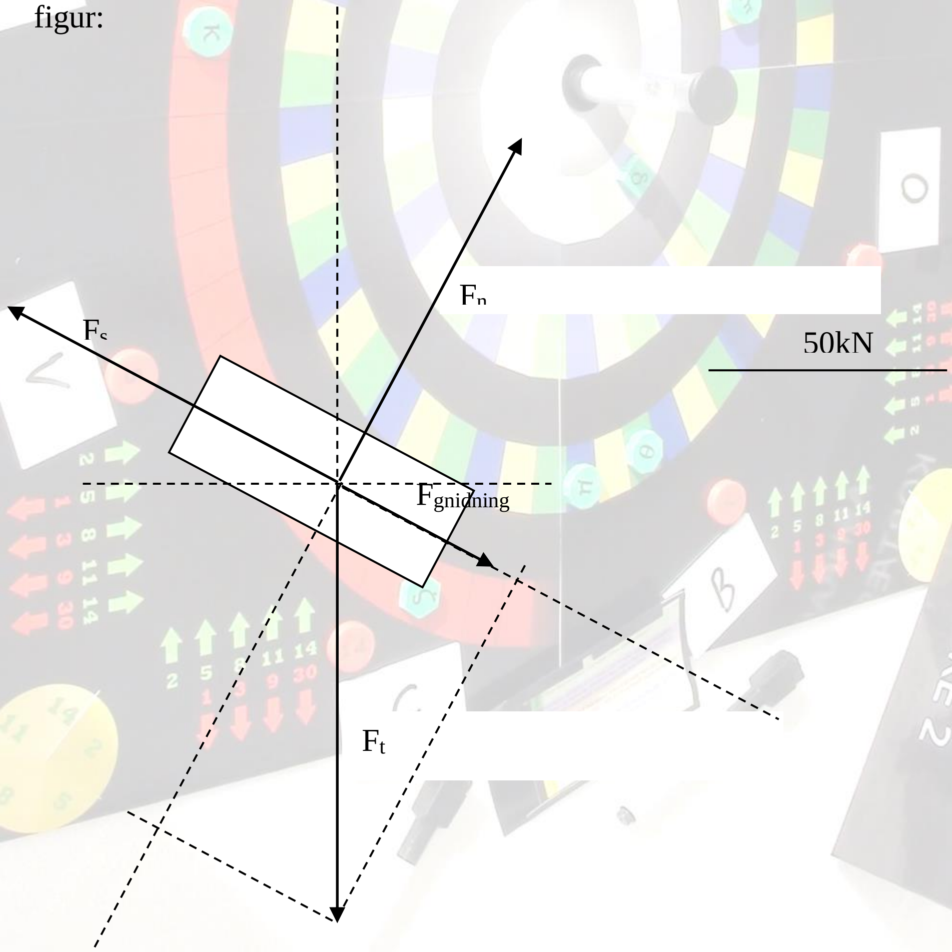
Størrelsen: $F_t = m \cdot g = 9{,}2 \cdot 10^3 kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 90344N = 90{,}3kN$

Trækkraften: Størrelsen er opgivet til 78,4kN og retningen er 28° over vandret.

Normalkraften: Retningen er vinkelret på underlaget. Størrelsen kan beregnes om lidt.

Gnidningskraften: Peger langs underlaget modsat bevægelsen. Størrelsen beregnes senere.

Da bevægelsen er med konstant hastighed, er den resulterende kraft 0, og derfor må de fire ovenstående kræfter lagt sammen som vektorer give nulvektoren. Dette benyttes på nedenstående figur:



Normalkraftens størrelse er beregnet på følgende måde:
Da den resulterende kraft er nul, og da trækkraften og gnidningskraften står vinkelret på normalkraften, må det være en del af tyngdekraften, der ophæver gnidningskraften, dvs. den del af tyngdekraften, der virker parallelt med normalkraften, må have samme størrelse som denne (og er modsat rettet).
Tyngdekraften danner en spids vinkel på 28° med linjen parallelt med normalkraften, så længden af dens projektion på linjen er:

$$F_n = F_{t,projektion1} = \cos(28°)\cdot F_t = 79769N = \underline{79{,}8kN}$$

Gnidningskraftens størrelse er beregnet på følgende måde:
Da den resulterende kraft er nul, og da normalkraften står vinkelret på gnidningskraften, må trækkraften ophæves af summen af gnidningskraften og den del af tyngdekraften, der går parallelt med træk- og gnidningskraften.
Dvs. at man har:

$$F_s = F_{gnidning} + F_{t,projektion2} \quad \Leftrightarrow \quad F_{gnidning} = F_s - F_{t,projektion2} = 78{,}4kN - \sin(28°)\cdot F_t = 35986N = \underline{36kN}$$

c) Gnidningskoefficienten (den dynamiske) kan beregnes ud fra værdierne fra b):

$$F_{gnidning} = \mu\cdot F_n \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \frac{F_{gnidning}}{F_n} = \frac{35986N}{79769N} = 0{,}451128 = \underline{\underline{0{,}45}}$$

Opgave M18 side 62: **Et IC3-togs acceleration**

Opgave M19 side 62: **Legetøjsflyver**

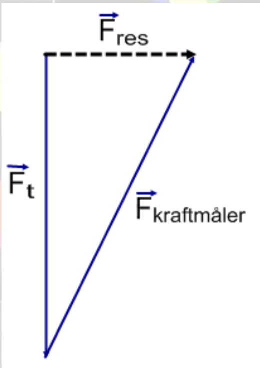
a) Da man kender radius og periode (omløbstid), kan accelerationen bestemmes ved:

$$a = \frac{4\cdot\pi^2\cdot r}{T^2} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot 0{,}85m}{(2{,}10s)^2} = 7{,}60921881263\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{7{,}6\frac{m}{s^2}}}$$

b) Legetøjsflyveren bevæger sig i en jævn cirkelbevægelse, så den resulterende kraft på flyveren udgør den nødvendige centripetalkraft, og dens størrelse er dermed:

$$F_{res} = m\cdot a = 0{,}176kg\cdot 7{,}6\frac{m}{s^2} = 1{,}33922251102N$$

Flyveren er påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og kraften fra kraftmåleren. Disse to lagt sammen som vektorer må altså give den resulterende kraft. Man har altså:



Tyngdekraften beregnes: $F_t = m\cdot g = 0{,}176kg\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 1{,}72832N$

Størrelsen af kraften for kraftmåleren bestemmes så ved Pythagoras:

$$F_{kraftmåler} = \sqrt{F_t^2 + F_{res}^2} = \sqrt{(1{,}728N)^2 + (1{,}339N)^2} = 2{,}18645991421N = \underline{\underline{2{,}2N}}$$

M20 side 63: **Hubble-teleskopet**

a) Hubbleteleskopet kan antages kun at være påvirket af gravitationskraften fra Jorden (der ses bort fra påvirkningerne fra Solen og Månen samt de helt ubetydelige påvirkninger fra andre planeter og galakser), der altså udgør centripetalkraften i cirkelbevægelsen.
Så man har:

$$F_t = F_{cen}$$

$$G \cdot \frac{M_{jord} \cdot m_{Hubble}}{r^2} = m_{Hubble} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$G \cdot \frac{M_{jord}}{r^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$r^3 = \frac{G \cdot M_{jord} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} kg \cdot (96{,}3 \cdot 60s)^2}{4 \cdot \pi^2}} = 6959487{,}41251m$$

Da Jordens middelradius er 6371km, er teleskopets højde over jordoverfladen:

$$h = 6959km - 6371km = \underline{\underline{588km}}$$

Opgave M21 side 63: **Sirius B**

a) $$\rho_{siriusB} = \frac{m_{siriusB}}{V_{siriusB}} = \frac{1{,}05 \cdot m_{sol}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{siriusB}^3} = \frac{1{,}05 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} kg}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5{,}568 \cdot 10^6 m)^3} = 2889722146{,}7 \frac{kg}{m^3} = \underline{\underline{2{,}9 \cdot 10^9 \frac{kg}{m^3}}}$$

b) Tyngdeaccelerationen ved overfladen af Sirius B kan bestemmes ved at udnytte, at man, når man er uden for Sirius B, kan betragte massen, som om den er placeret i et punkt i centrum af stjernen. Dermed har man afstanden fra et objekt ved overfladen til "stjernen".
Tyngdeaccelerationen er den acceleration et objekt vil have pga. stjernens masse, når det befinder sig ved overfladen, og da accelerationen er knyttet til den resulterende kraft ifølge Newtons 2. lov, så har man:

$$F_t = F_{res} \quad \Leftrightarrow$$

$$G \cdot \frac{m_{siriusB} \cdot m_{objekt}}{r^2} = m_{objekt} \cdot a \quad \Leftrightarrow$$

$$a = G \cdot \frac{m_{siriusB}}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}05 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} kg}{(5{,}568 \cdot 10^6 m)^2} = 4495414{,}6 \frac{m}{s^2} = \underline{\underline{4{,}5 \cdot 10^6 \frac{m}{s^2}}}$$

Opgave M22 side 64: **Sort hul**

Opgave M23 side 64: **Jagten på sorte huller**

a) Ud fra omløbstiden og farten i den jævne cirkelbevægelse kan radius bestemmes:

$$v = \frac{2\cdot\pi\cdot r}{T} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{v\cdot T}{2\cdot\pi} = \frac{4{,}1\cdot 10^5\,\frac{m}{s}\cdot 10{,}4\cdot 3600s}{2\cdot\pi} = 2443092038{,}4379m = \underline{\underline{2{,}4\cdot 10^9\,m}}$$

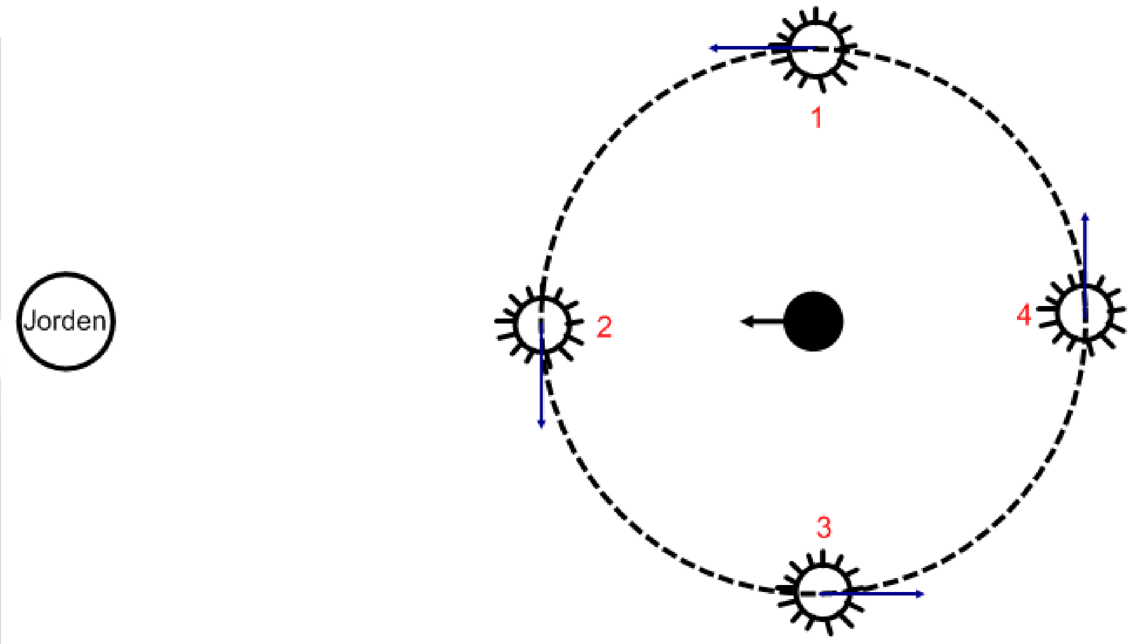
b) Det er tyngdekraften fra det sorte hul, der giver den nødvendige centripetalkraft i den jævne cirkelbevægelse, så man har:

$$F_t = F_c$$

$$G\cdot\frac{m_{stjerne}\cdot M_{sort\ hul}}{r^2} = m_{stjerne}\cdot\frac{v^2}{r}$$

$$M_{sort\ hul} = \frac{r\cdot v^2}{G} = \frac{2{,}4\cdot 10^9\,m\cdot\left(4{,}1\cdot 10^5\,\frac{m}{s}\right)^2}{6{,}6726\cdot 10^{-11}\,N\cdot\frac{m^2}{kg^2}} = 6{,}1547788\cdot 10^{30}\,kg = \underline{\underline{6{,}2\cdot 10^{30}\,kg}}$$

c) Perioden for Jordens bevægelse omkring Solen er 1 år, og da dette er meget mere end de 10,4 timer for stjernen, kan man med god tilnærmelse regne med, at Jorden ikke ændrer sin bevægelse i det pågældende tidsrum.



Stjernens hastighed i forhold til Jorden afhænger både af det sorte huls hastighed og af stjernens placering i forhold til det sorte hul (se ovenstående figur).
I position 1 bevæger stjernen sig i sin cirkelbevægelse mod Jorden (afstanden mellem Jorden og det sorte hul er ikke korrekt på tegningen. Jorden ligger så langt væk, at den vandrette retning ovenfor er retningen mod Jorden eller væk fra Jorden). Dette vil give den største hastighed i retningen mod Jorden. Det svarer til kurvens top, hvor værdien aflæses til 460 km/s.

Situation 3 passer til kurvens bund, da stjernen her har sin maksimale hastighed VÆK fra Jorden. Her aflæses værdien til 350 km/s.

I situation 2 og 4 vil man fra Jorden registrere det sorte huls bevægelse i forhold til Jorden i lyset fra stjernen, da stjernen bevægelse omkring det sorte hul ikke giver noget bidrag til bevægelsen mod Jorden.

Da den maksimale hastighed MOD Jorden er større end den VÆK fra Jorden, må det sorte hul bevæge sig MOD Jorden. Der kan opstilles to ligninger til bestemmelse af både det sorte huls hastighed og stjernens fart i cirkelbevægelsen:

$$v_1 = v_{stjerne} + v_{sort} \quad \Leftrightarrow \quad 460\frac{km}{s} = v_{stjerne} + v_{sort}$$

$$v_3 = v_{sort} - v_{stjerne} \quad \Leftrightarrow \quad -350\frac{km}{s} = v_{sort} - v_{stjerne}$$

Trækkes de to ligninger fra hinanden fås:

$$460\frac{km}{s} - \left(-350\frac{km}{s}\right) = \left(v_{stjerne} + v_{sort}\right) - \left(v_{sort} - v_{stjerne}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$810\frac{km}{s} = 2 \cdot v_{stjerne} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{stjerne} = 405\frac{km}{s}}}$$

Dette stemmer med det opgivne tal for farten i cirkelbevægelsen.

Lægges de to ligninger sammen fås:

$$460\frac{km}{s} - 350\frac{km}{s} = \left(v_{stjerne} + v_{sort}\right) + \left(v_{sort} - v_{stjerne}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$110\frac{km}{s} = 2 \cdot v_{sort} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{sort} = 55\frac{km}{s}}}$$

Opgave M24 side 66: **Komethale**

Opgave M25 side 67: **Solsejlads**

a) Effekten vinkelret på strålingen hænger sammen med intensiteten I og arealet A af den bestrålede flade ved $P = I \cdot A$, så man får (der er fejl i opgaveteksten. Den opgivne intensitet er 1370 og ikke 1,370):

$$F = \frac{2 \cdot P}{c} = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} = \frac{2 \cdot 1370\frac{W}{m^2} \cdot 1{,}00 m^2}{299792458\frac{m}{s}} = 9{,}1396562 \cdot 10^{-6}\,N = \underline{\underline{9{,}14\mu N}}$$

b) Da tyngdekraften på rumskibet skal være lige så stor som kraften fra fotonerne, får man:

$$F_t = F_{fotoner}$$

$$G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib}}{r^2} = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} \quad \Leftrightarrow \quad A = G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib} \cdot c}{2 \cdot I \cdot r^2}$$

$$A = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}99 \cdot 10^{30} kg \cdot 900 kg \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 1370 \frac{W}{m^2} \cdot \left(1{,}496 \cdot 10^{11} m\right)^2} = 584021 m^2 = \underline{\underline{0{,}581 km^2}}$$

c) Rumskibet er kun påvirket af to kræfter: Tyngdekraften fra Solen og kraften fra fotonerne. Disse to kræfter peger hver sin vej, og man har dermed:

$$F_{res} = F_{sol} - F_t = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} - G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib}}{r^2} = 5{,}65 N$$

Da rumskibet vejer 900kg bliver accelerationen ifølge Newtons 2. lov:

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{5{,}65 N}{900 kg} = 0{,}00627853 m/s^2 = \underline{\underline{0{,}00628 \frac{m}{s^2}}}$$

Med denne lille acceleration kan man regne med, at rumskibet inden for det første døgn ikke flytter sig betydeligt i forhold til afstanden til Solen, dvs. tyngdekraften og kraften fra fotonerne kan regnes som konstant det første døgn, hvorfor der kan regnes med bevægelse med konstant acceleration:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}00627853 m/s^2 \cdot (3600 \cdot 24 s)^2 = 23434500 m = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^7 m}}$$

d) Fotonenergien for fotoner med bølgelængden 550nm bestemmes:

$$E_{foton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{550 \cdot 10^{-9} m} = 3{,}61636 \cdot 10^{-19} J$$

Den energi solsejlet modtager fra fotonerne pr. sekund bestemmes:

$$E_{fotoner} = P \cdot \Delta t = I \cdot A \cdot \Delta t = 1370 \frac{W}{m^2} \cdot 1{,}20 \cdot 10^6 m^2 \cdot 1 s = 1{,}644 \cdot 10^9 J$$

Så antallet af fotoner, der rammer solsejlet, er:

$$N = \frac{E_{fotoner}}{E_{foton}} = 4{,}546 \cdot 10^{27} = \underline{\underline{4{,}55 \cdot 10^{27}}}$$

Udledning af den opgivne formel $F = \frac{2 \cdot P}{c}$:

Fotonerne reflekteres fra overfladen og bevæger sig altså efter sammenstødet i modsat retning med samme størrelse bevægelsesmængde. Dvs. at ændringen i bevægelsesmængden for fotonen er givet ved:

$$\Delta p = 2 \cdot p_{foton} .$$

Da den samlede bevægelsesmængde er bevaret ved sammenstødet, vil rumskibet altså modtage denne ekstra bevægelsesmængde, og ved at se på det samlede antal fotoner, der rammer spejlet inden for et vist tidsrum, gælder altså:

$\Delta p_{rumskib} = 2 \cdot p_{fotoner}$.

Bevægelsesmængden af en foton er direkte knyttet til energien af fotonen, og man har:

$$\Delta p_{rumskib} = 2 \cdot p_{fotoner} = 2 \cdot \frac{E_{fotoner}}{c} .$$

Newtons 2. lov udtrykt med bevægelsesmængde giver så:

$F_{res} = \frac{\Delta p_{rumskib}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot E_{fotoner}}{c \cdot \Delta t} = \underline{\underline{\frac{2 \cdot P}{c}}}$, da P netop er den energi, fotonerne bærer med til spejlet pr. tid.

<u>Opgave M26 side 68:</u> **Speedskiing**

a) Acceleration er defineret som differentialkvotienten i et punkt for hastighedsfunktionen, så på grafen skal tangenthældningen bestemmes i startpunktet.
Der "tegnes" (man må ikke tegne i bogen) en tangent, og på denne aflæses, at tiden 5s svarer til farten 35m/s. Dermed bliver accelerationen:

$$a_0 = \frac{35\frac{m}{s}}{5{,}0s} = \underline{\underline{7{,}0\frac{m}{s^2}}}$$ (da tyngdeaccelerationen er 9,82m/s², er det tydeligvis en meget stejl bakke)

b) Den tilbagelagte afstand bestemmes ved: $\Delta s = \int_{t=0s}^{t=20s} v(t)dt$

Dette svarer til arealet under grafen, så det skal vurderes:

Én tern på figuren svarer til: $1s \cdot 5\frac{m}{s} = 5m$

Antallet af terner under grafen skal bestemmes. På figuren er der i alt 240 terner.
Jeg kommer frem til ca. 66 terner over grafen, dvs. 174 terner under grafen.
Så den tilbagelagte afstand er: $\Delta s = 174 \cdot 5m = 870m = \underline{\underline{0{,}87km}}$

c) Retninger:
Tyngdekraften peger lodret nedad.
Normalkraften står vinkelret på underlaget dvs. peger opad og danner en vinkel på 70° med vandret.
Luftmodstanden peger langs underlaget modsat bevægelsen.
Gnidningsmodstanden peger også modsat bevægelsen dvs. ensrettet med luftmodstanden.

Da hastigheden er konstant, er den resulterende kraft nul. De fire kræfter lagt sammen som vektorer må derfor give nulvektoren.

Tyngdekraftens størrelse beregnes: $F_t = m \cdot g = 95kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 932{,}9N = \underline{\underline{0{,}93kN}}$

Normalkraften kan bestemmes ved:
Da luftmodstanden og gnidningskraften står vinkelret på normalkraften, er det kun tyngdekraften, der kan ophæve dens virkning (og da den resulterende kraft er nul, kan der ikke være en virkning i nogen retning). Derfor beregnes normalkraften ved at se på den del af tyngdekraften, der er parallel med normalkraften:
$$F_n = \cos(20°) \cdot F_t = 876{,}639N = \underline{\underline{0{,}88kN}}$$

Da man kender gnidningskoefficienten, kan gnidningskraften (den dynamiske) bestemmes:
$$F_{gnidning} = \mu \cdot F_n = 0{,}05 \cdot 876{,}639N = 43{,}83196N = \underline{\underline{44N}}$$
Luftmodstanden og gnidningskraften må tilsammen svare til den del af tyngdekraften, der er parallel med underlaget, så man har:
$$F_{luft} + F_{gnidning} = \sin(20°) \cdot F_t \quad \Leftrightarrow$$
$$F_{luft} = \sin(20°) \cdot F_t - F_{gnidning} = 319N - 44N = 275{,}2386N = \underline{\underline{0{,}28kN}}$$

Ud fra disse størrelser og retninger kan man tegne kræfterne.

Opgave M27 side 70: **Det skæve tårn**

a) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3} = \frac{5{,}00kg}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(0{,}0842m)^3} = 1999{,}60917378kg/m^3 = \underline{\underline{2{,}00\cdot 10^3\frac{kg}{m^3}}}$

b) Hvis man kan se bort fra luftmodstand, vil det være en bevægelse med den konstante acceleration g, så et fald fra 56,5m (med starthastighed 0) vil altså tage:

$$s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \quad\Leftrightarrow\quad t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 56{,}5m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 3{,}3922158s = \underline{\underline{3{,}39s}}$$

Farten umiddelbart før sammenstødet med jorden vil være:

$$v = g\cdot t + v_0 = 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 3{,}39s + 0 = 33{,}3115595552\frac{m}{s} = \underline{\underline{33{,}3\frac{m}{s}}}$$

c) Luftmodstanden på en genstand med formfaktoren c_w, hastigheden v og arealet A i bevægelsesretningen gennem en gas med densiteten ρ er givet ved:

$$F_{luft} = \frac{1}{2}\cdot c_w\cdot\rho\cdot A\cdot v^2.$$

Det ses, at luftmodstanden vil vokse, når v vokser, og da den resulterende kraft er givet som tyngdekraften fratrukket luftmodstanden (da disse er modsatrettede), vil den resulterende kraft aftage, hvorfor accelerationen bliver mindre og mindre. På et tidspunkt vil farten være blevet så stor, at luftmodstanden er lige så stor som tyngdekraften, og her vil den resulterende kraft altså være nul, hvorfor der kommer en bevægelse med konstant hastighed.
Denne konstante hastighed kan bestemmes ved at sige, at luftmodstanden skal være lige så stor som tyngdekraften:

$$F_t = F_{luft} \quad\Leftrightarrow$$

$$m\cdot g = \frac{1}{2}\cdot c_w\cdot\rho_{luft}\cdot A\cdot v^2 \quad\Leftrightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{m\cdot g\cdot 2}{c_w\cdot\rho_{luft}\cdot A}} = \sqrt{\frac{5{,}00kg\cdot 9{,}82m/s^2\cdot 2}{0{,}40\cdot 1{,}293\frac{kg}{m^3}\cdot\pi\cdot(0{,}0842m)^2}} = 92{,}32928\frac{m}{s} = \underline{\underline{92{,}3\frac{m}{s}}}$$

d) Man har, at $s(t_1) = \int_0^{t_1} v(t)dt$, så på lommeregneren bestemmes:

$solve(56{,}5 = \int_0^a f1(x)dx, a)$, hvor udtrykket for v(t) er gemt som f1(x):

Dette giver a = -3,429 eller a = 3,429, hvor den negative løsning svarer til, at kuglen blev kastet fra jorden og op til toppen, mens den søgte faldtid altså er: $\underline{\underline{t = 3{,}43s}}$

Opgave M28 side 71: **Baseball**

Opgave M29 side 72: **Accelerometer i airbag**

a) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}50 \cdot 10^{-6}\,kg}{90\,\frac{N}{m}}} = 4{,}68320982 \cdot 10^{-4}\,s = \underline{\underline{0{,}47ms}}$

b) For at formindske afstanden mellem pladerne med det opgivne stykke, skal kan påvirke den bevægelige plade med kraften bestemt ved Hookes lov:

$F = k \cdot x = 90\frac{N}{m} \cdot 0{,}30 \cdot 10^{-6}\,m = 2{,}7 \cdot 10^{-5}\,N$

En kraft af denne størrelse ville give den bevægelige plade en acceleration bestemt ved Newtons 2. lov på:

$a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-5}\,N}{0{,}50 \cdot 10^{-6}\,kg} = 54\frac{m}{s^2}$

Da den bevægelige plade ikke kan "mærke" forskel på, om den bliver påvirket af en kraft af størrelsen F beregnet ovenfor, eller om den befinder sig i et fysisk system, der accelereres med accelerationen a beregnet ovenfor, er accelerationen altså: $\underline{\underline{a = 54\frac{m}{s^2}}}$

Opgave M30 side 72: **Elastikspring**

Opgave M31 side 73: **Sky Tower**

Opgave M32 side 74: **Rutschebane**

a) Hvis man antager, at der ikke er nogen luftmodstand, samt at man ser bort fra gnidning, vil den mekaniske energi ved det lodrette fald være bevaret, og dermed vil al den potentielle energi, der er tabt, være blevet omdannet til kinetisk energi. Nulpunktet for den potentielle energi fastsættes til bunden, og dermed bliver:

$$E_{kin,bund} = E_{pot,top} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}{}^2 = m \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$v_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} \cdot 60{,}0m} = \sqrt{1178{,}4\frac{m^2}{s^2}} = 34{,}3278312743\frac{m}{s} = \underline{\underline{34{,}3\frac{m}{s}}}$$

b) Den resulterende kraft på passageren må udgøre den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen, og i det laveste punkt vil den resulterende kraft derfor pege lodret opad, så den lodrette acceleration, som passageren udsættes for, vil altså være:

$$a_{lodret} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(31{,}0\frac{m}{s}\right)^2}{27{,}1m} = 35{,}4612546\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{35{,}5\frac{m}{s^2}}}$$

c) Tabet i mekanisk energi skyldes gnidningskraften, der udfører et (negativt) arbejde på vognen. Først bestemmes tabet i mekanisk energi:

$$-\Delta E_{mek} = E_{kin,bund} - \left(E_{kin,top} + E_{pot,top}\right) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{bund}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{top}^2 - m \cdot g \cdot h_{bakke} =$$

$$m \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot v_{bund}^2 - \frac{1}{2} \cdot v_{top}^2 - g \cdot h_{bakke}\right) = 1850kg \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(31{,}0\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(8{,}7\frac{m}{s}\right)^2 - 9{,}82\frac{m}{s^2} \cdot 35m\right) =$$

$$183066{,}75J$$

Gnidningskraften har virket over et stykke på 55m, og dermed er:

$$A_{gnidningskraft} = \Delta E_{mek} \quad \Leftrightarrow \quad -F_{gnidning} \cdot \Delta s = \Delta E_{mek} \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{gnidning} = \frac{-183066{,}75J}{-55m} == 3328{,}48636364N = \underline{\underline{3{,}3kN}}$$

Opgave M33 side 75: **Genesis**

a) Massen af det indsamle kulstof bestemmes ud fra kendskabet til antallet af kulstofatomer og massen af de enkelte atomer, der sættes til 12u, da det hovedsageligt er C-12 atomer, der opsamles (ifølge opgaveteksten):

$$m_{indsamlet} = N \cdot m_{C-12} =$$

$$1{,}50 \cdot 10^9 s^{-1} \cdot 910 \cdot 24 \cdot 3600 s \cdot 12u \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{u} = 2{,}35004934528 \cdot 10^{-9} kg = \underline{\underline{2{,}4 \cdot 10^{-6} g}}$$

b) Satellitten ændrer sin hastighed ved at benytte bevægelsesmængdebevarelse. Stoffet skydes ud i én retning og satellitten ændrer dermed sin hastighed i den modsatte retning. Når der kun ses på størrelserne af ændringerne (dvs. fortegnene udelades), får man:

$$\Delta p_{satellit} = \Delta p_{stof}$$

$$m_{satellit} \cdot \Delta v_{satellit} = m_{stof} \cdot \Delta v_{stof} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta v_{satellit} = \frac{m_{stof} \cdot \Delta v_{stof}}{m_{satellit}} = \frac{0{,}50 kg \cdot 1500 \frac{m}{s}}{493 kg} = 1.5212981744422 \frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}52 \frac{m}{s}}}$$

c) Der gælder følgende om afstanden mellem de tre involverede objekter (Sol, Genesis og Jord):

$$r_{SG} + r_{GJ} = r_{SJ}$$

Genesis skal have samme omløbstid T som Jorden (dvs. 1 år). $T_{Genesis} = T_{Jord} = T$

Genesis skal udføre en jævn cirkelbevægelse, så der skal samlet set være en centripetalkraft. Dvs. Solens træk i Genesis skal være større end Jordens træk, og forskellen mellem de to tyngdekræfter skal netop udgøre centripetalkraften. Ved at udnytte dette samt ovenstående sammenhæng mellem afstandene og at omløbstiden skal være et år fås:

$$F_c = F_{t,Sol-Genesis} - F_{t,Jord-Genesis}$$

$$m_{Genesis} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{SG}}{T_{Genesis}^2} = G \cdot \frac{m_{Genesis} \cdot M_{Sol}}{r_{SG}^2} - G \cdot \frac{m_{Genesis} \cdot M_{Jord}}{r_{GJ}^2}$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{SG}}{T^2} = G \cdot \frac{M_{Sol}}{r_{SG}^2} - G \cdot \frac{M_{Jord}}{(r_{SJ} - r_{SG})^2}$$

I dette udtryk er kun r_{SG} en ukendt størrelse og den bestemmes ved hjælp af solve, hvor følgende kendte værdier er brugt:

$$M_{Sol} = 1{,}989 \cdot 10^{30} kg$$

$$G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2}$$

$T = 365{,}2422 døgn$ (omregnes til sekunder)

$$M_{Jord} = 5{,}976 \cdot 10^{24} kg$$

$$r_{SJ} = 149597870000 m$$

Man får så:

$$r_{SG} = 148105522816 m$$

Dermed kan Genesis' afstand til Jorden bestemmes:

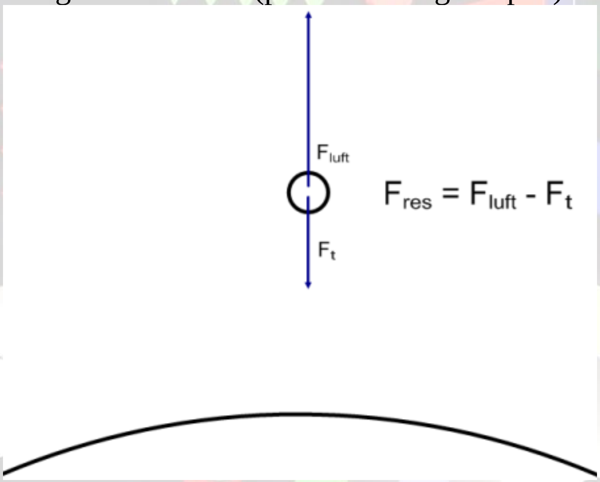
$$r_{GJ} = r_{SJ} - r_{SG} = 149597870000m - 148105522816m = 1492347184m = \underline{\underline{1{,}492 \cdot 10^6\,km}}$$

Opgave M34 side 76: **Barringermeteoritten**

a) Den kinetiske energi beregnes ud fra den opgivne masse og farten lige inden nedslaget:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^9\,kg \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^4\,\frac{m}{s}\right)^2 = 1{,}4625 \cdot 10^{17}\,J = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{17}\,J}}$$

b) Der kan ses bort fra opdriften på meteoritten under hele forløbet, da den er ubetydelig i forhold til de andre kræfter. Meteoritten er dermed påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og luftmodstanden. Tyngdekraften har retning mod Jorden, mens luftmodstanden er modsatrettet, da bevægelsen er (antaget at være) lodret ned mod jordoverfladen.
Der gælder dermed (positiv retning er opad):



Når tyngdekraften og luftmodstanden er lige store, er $F_{res} = 0$, og ifølge Newtons 2. lov er accelerationen dermed også 0. Dette ses på grafen at være tilfældet i højden $\underline{\underline{20km}}$ højde over jordoverfladen.

c) Det er luftmodstandens arbejde, der giver et tab i mekanisk energi.
(Tyngdekraften er en del af det mekaniske system, og den forårsager en omdannelse af potentiel til kinetisk energi, men ingen ændring af den samlede mekaniske energi.)

Der gælder: $F_{luft} = F_{res} + F_t = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g)$.
Luftmodstandens arbejde *dA* på stykket *ds*, der er så lille, at luftmodstanden kan antages at være konstant på stykket, er:
$dA = -F_{luft} \cdot dh$.
Det negative fortegn kommer af, at luftmodstanden er modsat bevægelsesretningen.
Hermed bliver luftmodstandens arbejde på meteoritten på de sidste 40km:

$$A_{luft} = \int_0^{40.000m} dA = \int_0^{40.000m} -F_{luft} \cdot dh = \int_0^{40.000m} -m \cdot (a + g) \cdot dh = -m \cdot \int_0^{40.000m} (a + g) \cdot dh$$

Integralet svarer netop til arealet afgrænset af grafen, den vandrette linje a = -9,82m/s^2 samt de to lodrette linjer ved $h = 0km$ og $h = 40km$.
Arealet tælles til at svare til 55 tern. Hver tern svarer til:

$$Areal = 2km \cdot 10\frac{m}{s^2} = 2000m \cdot 10\frac{m}{s^2} = 20000\frac{m^2}{s^2}$$

Hermed er:

$$E_{mek,tab} = -A_{luft} = m \cdot \int_0^{40.000m} (a+g)dh = 1{,}3 \cdot 10^9\,kg \cdot 55 \cdot 20000\,\frac{m^2}{s^2} = \underline{\underline{1{,}43 \cdot 10^{15}\,J}}$$

Opgave M35 side 77: **Tryk i vandrør**

a) Trykket i vandrørene i kælderen er større end trykket i vandrørene i lejligheden 23m over kælderen, da det har en 23m høj væskesøjle mere over sig til at øge trykket.
Man har:

$$p_{kælder} = p_{lejlighed} + p_{væskesøjle} \quad \Leftrightarrow \quad p_{lejlighed} = p_{kælder} - \rho_{væske} \cdot g \cdot h_{væskesøjle}$$

$$p_{lejlighed} = 620 \cdot 10^3\,Pa - 978\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}82\,\frac{m}{s^2} \cdot 23m = 399109\,Pa = \underline{\underline{0{,}40MPa}}$$

Opgave M36 side 77: **Elproducerende rygsæk**

a) Formlen for den potentielle energi(-tilvækst) nær jordoverfladen benyttes:

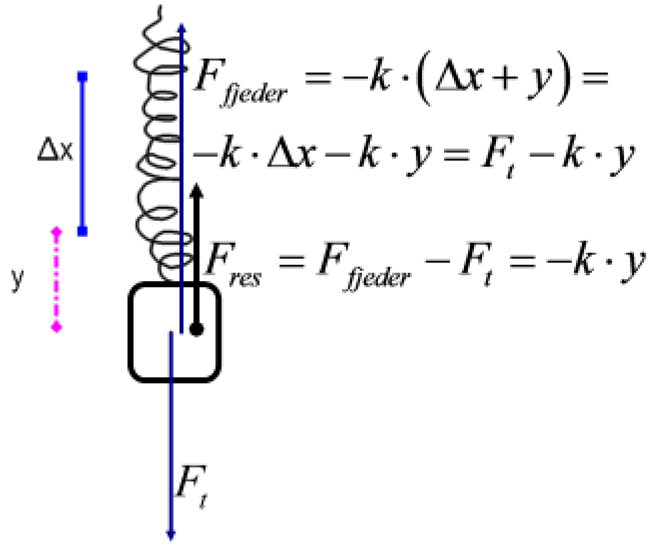
$$\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h = 36kg \cdot 9{,}82\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}050m = 17{,}676J = \underline{\underline{17{,}7J}}$$

b) Så længe fjederen ikke udstrækkes for voldsomt, kan man benytte Hookes lov:
$F_{fjeder} = -k \cdot \Delta x$, hvor k er fjederkonstanten og Δx er forlængelsen af fjederen ud fra ligevægt regnet med fortegn, således at kraften er modsatrettet retningen af udstrækningen.
Når man står stille (og har stået stille så længe, at tasken er stoppet med at svinge og også hænger stille), er den resulterende kraft på tasken 0, og da tasken kun er påvirket af fjederen (der trækker opad) og tyngdekraften (der trækker nedad), har man altså, når nedad vælges som den positive retning:

$$F_{fjeder} + F_{tyngde} = 0$$

$$-k \cdot \Delta x + m \cdot g = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{36kg \cdot 9{,}82\,\frac{m}{s^2}}{3{,}2 \cdot 10^3\,\frac{N}{m}} = 0{,}110475m = \underline{\underline{11{,}0cm}}$$

c) Når den fyldte taske hænger i fjederen, der således er udstrukket stykket Δx, vil denne placering fungere som ligevægtsstillingen for de svingninger, der opstår, når personen begynder at gå:



Tyngdekraften på tasken udlignes af det bidrag fra fjederkraften, der skyldes udstrækningen Δx, og man har derfor en svingning, hvor den resulterende kraft er proportional med udsvinget y fra den nye ligevægtsstilling:

$$F_{res} = -k \cdot y$$

$$m \cdot a = -k \cdot y$$

$$y'' = -\frac{k}{m} \cdot y$$

Dette er en velkendt 2. ordens differentialligning, hvor den søgte løsning er en sinusfunktion:

$$y = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$$

Amplituden A og fasen φ er uden betydning for svingningstiden. Argumentet (udtrykket inden i parentesen) vokser med 2π hver gang tiden vokser med én svingningstid (da sinusfunktionen er periodisk med perioden 2π), så man har:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot T = 2\pi \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{36kg}{3{,}2 \cdot 10^3 \frac{N}{m}}} = 0{,}666432s = \underline{\underline{0{,}67s}}$$

(Ovenstående formel kunne også være fundet i en bog, hvis man ville undlade analysen)

Hvis tasken skal svinge i takt med bærerens gang, skal der foregå én svingning pr. skridt, dvs. at personen på 0,67 sekunder skal tage ét skridt og altså bevæge sig 0,71m frem. Altså skal bæreren gå med farten:

$$v = \frac{\Delta s}{T} = \frac{0{,}71m}{0{,}666432s} = 1{,}0653743\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}07\frac{m}{s}}}$$

Opgave M37 side 78: **Standselængde**

Opgave M38 side 79: **Golfslag**

a) Man kan aflæse den største kraft under slaget på grafen (det giver ca. 7,0kN), eller man kan finde den ved at kigge på funktionsudtrykket. Her fås den største kraft, når nævneren bliver 1, dvs. når t = B, hvilket svarer til præcis halvvejs gennem slaget. Da nævneren er 1, ses den maksimale kraftpåvirkning under slaget altså at være 7,1kN. Og så kan Newtons 2. lov benyttes til at bestemme accelerationen:

$$F_{res} = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{7{,}1 \cdot 10^3 N}{45{,}5 \cdot 10^{-3} kg} = 156043{,}956\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{1{,}56 \cdot 10^5 \frac{m}{s^2}}}$$

b) Ændringen i bevægelsesmængden, der svarer til bevægelsesmængden efter slaget, da bolden lå stille fra start, kan bestemmes som kraftens impuls.
Så man får:

$$p = \int_{0s}^{1{,}0 \cdot 10^{-3}s} F \cdot dt = \int_{0s}^{1{,}0 \cdot 10^{-3}s} \frac{7{,}1 \cdot 10^3 N}{1 + 3{,}6 \cdot 10^{15} s^{-4} \cdot \left(t - 5{,}0 \cdot 10^{-4} s\right)^4} \cdot dt = 2{,}02568816965kg \cdot \frac{m}{s}$$

Når bevægelsesmængden og boldens masse kendes, kan farten bestemmes ved:

$$p = m \cdot v \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{p}{m} = \frac{2{,}0257kg \cdot \frac{m}{s}}{0{,}0455kg} = 44{,}520619\frac{m}{s} = \underline{\underline{45\frac{m}{s}}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>*Opgave M39 side 79:*</u> **Vandbølger**

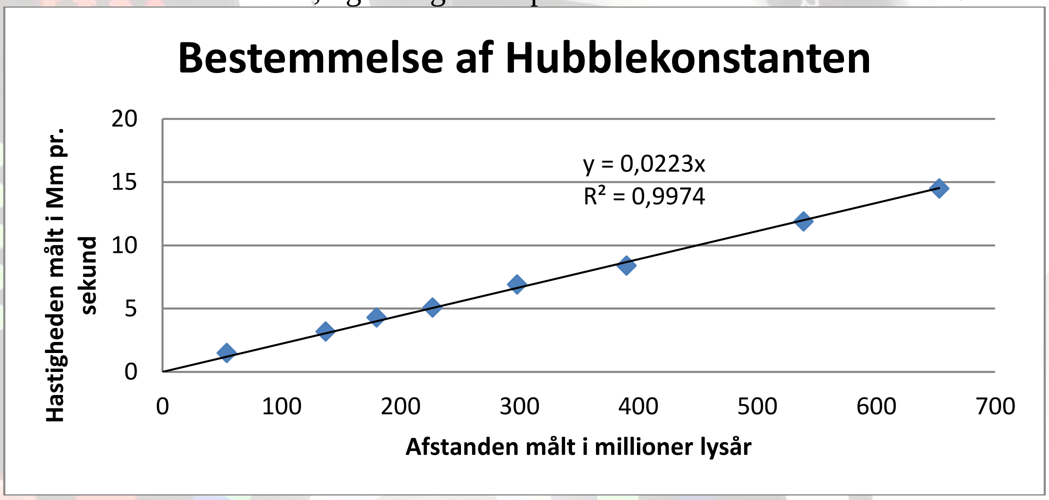
<u>*Opgave M40 side 80:*</u> **Slusen i Falkirk**

<u>*Opgave M41 side 81:*</u> **Linedanser**

<u>*Opgave M42 side 82:*</u> **Basejumper**

<u>*Opgave K1 side 83:*</u> **Hubble konstanten**

a) Ifølge Hubbles lov er hastigheden væk fra os proportional med afstanden til os, og Hubblekonstanten er proportionalitetsfaktoren.
I Excel indtastes tabellens værdier, og hastigheden plottes som funktion af afstanden:



Da det skal være en proportionalitet, er der valgt en lineær tendenslinje, der er tvunget gennem (0,0), og det bemærkes, at punkterne passer fint med tendenslinjen.
Hubblekonstanten aflæses som hældningen (proportionalitetsfaktoren), og den er altså:

$$H_0 = 0{,}0223\frac{10^3\,km/s}{10^6\,lysår} = \underline{\underline{2{,}23\cdot 10^{-5}\,\frac{km/s}{lysår}}}$$

<u>*Opgave K2 side 83:*</u> **Afstand til galakse**

a) Først bestemmes rødforskydningen z, der er den relative forskydning af bølgelængden målt i laboratoriet:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{414{,}12nm - 393{,}37nm}{393{,}37nm} = 0{,}052749319978646$$

Så kan hastigheden væk fra os bestemmes:

$$v = z\cdot c = 0{,}0527\cdot 299792458\frac{m}{s} = 15813848{,}294227\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}5814\cdot 10^7\,\frac{m}{s}}}$$

b) Ud fra Hubbles lov kan afstanden så bestemmes:

$$v = H_0\cdot r \Leftrightarrow$$

$$r = \frac{v}{H_0} = \frac{1{,}5814\cdot 10^7\,\frac{m}{s}}{70{,}8\frac{km}{s}/Mpc} = 223{,}359439184Mpc = \underline{\underline{223Mpc}} = 0{,}729Gly = 6{,}89\cdot 10^{24}\,m$$

<u>*Opgave K3 side 84:*</u> **Kvasarspektrum**

<u>*Opgave K4 side 85:*</u> **Vognhjulsgalaksen**

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave K5 side 86: **Universets alder**

a) Rødforskydningen *z*, der er den relative forskydning af bølgelængden målt i laboratoriet, bestemmes:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{396{,}01nm - 393{,}37nm}{393{,}37nm} = 0{,}0067112387828253 = \underline{\underline{0{,}00671}}$$

Så kan hastigheden væk fra os bestemmes:

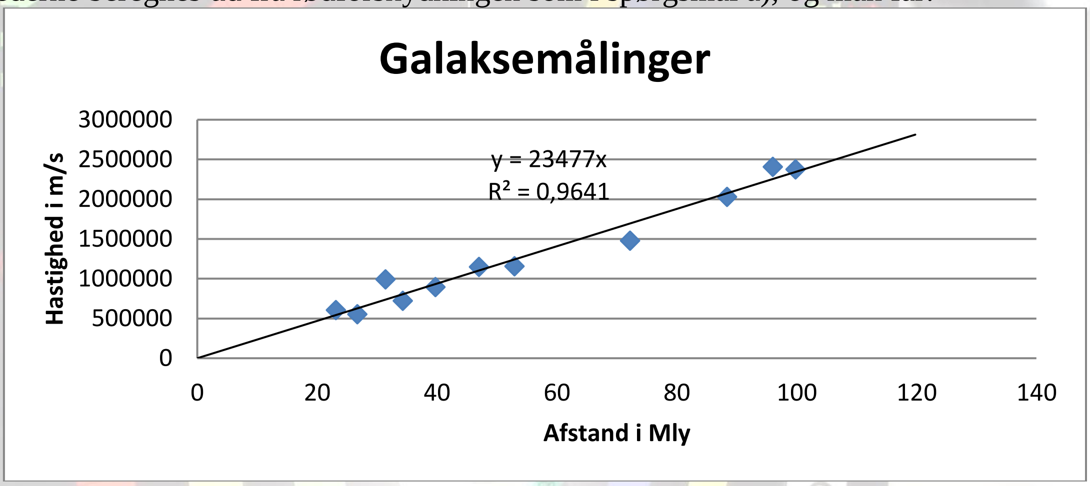
$$v = z \cdot c = 0{,}0067112 \cdot 299792458 \frac{m}{s} = 2011978{,}7709281 \frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}01 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}}$$

b) Hubbles lov lyder: $v = H_0 \cdot r$

Der skal altså laves en graf med hastigheden væk fra os som funktion af afstanden. På denne graf vil hældningen være hubblekonstanten.

(Alternativt kan der laves en (z,v)-graf, hvor rødforskydningen ikke omregnes til en hastighed, men hvor hældningen derefter skal ganges med *c* for at bestemme hubblekonstanten.)

Hastighederne beregnes ud fra rødforskydningen som i spørgsmål a), og man får:



Dvs. hubblekonstanten er: $\underline{\underline{H_0 = 2{,}35 \cdot 10^4 \frac{\frac{m}{s}}{Mly}}}$

c) Når det antages, at hastigheden er konstant, kan man finde Universets alder som den tid, det har taget en galakse i afstanden *r* at bevæge sig dette stykke, dvs. man regner tilbage til det tidspunkt, hvor afstanden mellem Jorden og galaksen ifølge modellen var nul.

Galaksen bevæger sig med hastigheden *v* (bestemt ud fra *r* ved Hubbles lov), så man har altså:

$$t_0 = \frac{r}{v} = \frac{r}{H_0 \cdot r} = \frac{1}{H_0}$$

Universets alder kan altså bestemmes som det reciprokke af Hubbles konstant.

Dette giver:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{2{,}35 \cdot 10^4 \frac{\frac{m}{s}}{Mly}} = 4{,}255 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Mly}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}255 \cdot 10^{-5} \cdot 10^6 \cdot 9.46 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\frac{\text{m}}{\text{s}}} =$$

$$4{,}026 \cdot 10^{17}\, s = \frac{4{,}026 \cdot 10^{17}}{10^9 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600} Går = 12{,}757 Går = \underline{\underline{12{,}8 \text{ milliarder år}}}$$

Opgave K6 side 87: **Messier galakser**

Opgave 1 side 89: **Geotermisk anlæg**

a) Ved at summere de to effekter til en samlet effekt, kan man udregne den årligt leverede energimængde:

$$E_{leveret} = P_{samlet} \cdot \Delta t =$$

$$(300+120)\cdot 10^6 W \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600 s = 1{,}325390895 \cdot 10^{16} J = \underline{\underline{1{,}325 \cdot 10^{16} J}}$$

b) På 1 sekund leveres der en varmemængde på 300MJ (da effekten er defineret som energimængde pr. tid og enheden watt svarer til J/s).
Da man kender temperaturfaldet for vandet, kan man bestemme massen af vand, der passerer anlægget pr. sekund:

$$-Q = m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow$$

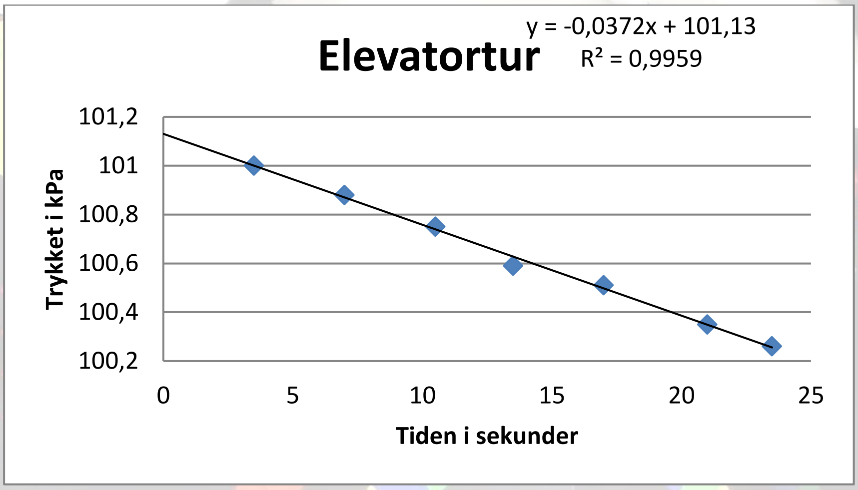
$$m_{vand} = \frac{-Q}{c_{vand} \cdot \Delta T} = \frac{-300 \cdot 10^6 J}{4184 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot (42-83)°C} = 1748{,}82246 kg$$

Det negative fortegn foran Q skyldes, at Q er den leverede varmemængde, der har samme størrelse som, men modsat fortegn af, energitilvæksten for det vand, der nedkøles.
Den specifikke varmekapacitet er fundet i databogen side 153 (version 1998), hvor der er valgt en værdi ved 60°C (nogenlunde midt imellem højeste og laveste temperatur).
Vands densitet ved 62,0°C slås op på side 151 til at være 0,98216 g/cm^3. Hermed kan rumfanget bestemmes:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{1748{,}82246 kg}{982{,}16 \frac{kg}{m^3}} = 1{,}780588 m^3 = \underline{\underline{1{,}78 m^3}}$$

Opgave 2 side 89: **En tur med elevator**

a) Det er oplyst, at der er en lineær sammenhæng, så det ville være nok at lave lineær regression og aflæse b-værdien (skæringen med 2. aksen), men det kan også laves i Excel, hvor man samtidig ser punkterne danne en ret linje:



Dvs. at lufttrykket ved turens start er <u>p = 101,13kPa</u>

b) Trykket fra en gas- eller væskesøjle er givet ved $p_{søjle} = \rho_{gas/væske} \cdot g \cdot h_{søjle}$, og i dette tilfælde med en luftsøjle (gassøjle), kan man regne med en konstant densitet, fordi man ikke kommer så højt op i forhold til atmosfærens tykkelse.

Trykket som funktion af højden over jorden bliver så: $p(h) = \rho \cdot g \cdot (-h) + p_0$, hvor sidste led er trykket ved jordoverfladen, og hvor det negative fortegn på højden skyldes, at luftsøjlen over stedet bliver mindre, når man kommer højere op.

Ses der nu på trykændringen pr. tid (svarende til hældningen på grafen), får man:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{(\rho \cdot g \cdot (-h_2) + p_0) - (\rho \cdot g \cdot (-h_1) + p_0)}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot g \cdot (-h_2) - \rho \cdot g \cdot (-h_1)}{\Delta t} = -\rho \cdot g \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta p}{\Delta t}$ svarer som nævnt til hældning på grafen, og $\frac{\Delta h}{\Delta t}$ er den fart, elevatoren kører med. Da densiteten og tyngdeaccelerationen er konstante, har man derfor også, at $\frac{\Delta h}{\Delta t}$ <u>er en konstant, og dermed er elevatorens fart konstant.</u>

Denne fart kan nu bestemmes ud fra den udledte sammenhæng:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = -\rho \cdot g \cdot \frac{\Delta h}{\Delta t} \Leftrightarrow \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta p}{\Delta t}}{-\rho \cdot g} = \frac{-0,0372 \cdot 10^3 \frac{Pa}{s}}{-1,20 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,82 \frac{m}{s^2}} = 3,15682 \frac{m}{s} = \underline{\underline{3,2 \frac{m}{s}}}$$

Opgave 3 side 90: **Regnsensor**

a) Grænsevinklen når lys bevæger sig fra glas (*n=1,48*) til luft (*n=1*) beregnes:

$$i_g = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1{,}48}\right) = 42{,}5°$$

Da indfaldsvinklen (45°) er større end grænsevinklen, vil der ske totalrefleksion.

Hvis lyset bevæger sig fra glas (*n=1,48*) til vand (*n=1,33*) fås:

$$i_g = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}33}{1{,}48}\right) = 64{,}0°$$

Da indfaldsvinklen her er mindre end grænsevinklen, vil der ikke ske totalrefleksion, dvs. noget af lyset vil reflekteres, mens resten brydes (og altså bevæger sig ud gennem regndråben).

Opgave 4 side 90: **Datering af havvand**

a) I databogen under "Radioaktive nuklider" (side 200 i 1998-udgaven) ses det, at Ar-39 er β^--radioaktiv med halveringstiden 269 år. Det ses også, at argon er grundstof nr. 18, og ved kendskabet til, at der ved henfaldet udsendes en elektron samt ladningsbevarelse (18 = 19 + (-1)) og nukleontalsbevarelse (39 = 39 + 0) får man:

$$\underline{\underline{{}^{39}_{18}Ar \rightarrow {}^{39}_{19}K + {}^{0}_{-1}e + \overline{v}}}$$

Der udsendes også altid en antineutrino (leptontalsbevarelse). At grundstof nr. 19 er kalium ses i det periodiske system.

b) Aktiviteten kan bestemmes ud fra kendskabet til antallet af kerner og halveringstiden:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N = \frac{\ln(2)}{269 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s} \cdot 1{,}3 \cdot 10^5 = 1{,}06150 \cdot 10^{-5}\,Bq = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^{-5}\,Bq}}$$

c) Ved hjælp af henfaldsloven kan man udlede, hvor lang tid det tager for mængden af Ar-39-atomer fra overfladevandet at være reduceret til mængden af Ar-39-atomer i vandet fra 5km's dybde:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \Leftrightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \Leftrightarrow \frac{t}{T_{½}} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) \Leftrightarrow \frac{t}{T_{½}} \cdot \ln\left(\frac{2}{1}\right) = \ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{N_0}{N(t)}\right)}{\ln(2)} \cdot T_{½} = \frac{\ln\left(\frac{1{,}3 \cdot 10^5}{4{,}2 \cdot 10^4}\right)}{\ln(2)} \cdot 269år = 438{,}483555år = \underline{\underline{0{,}4kår}}$$

Opgave 5 side 91: **Cykelrytter**

a) Cykelrytteren kører med konstant fart, dvs. den resulterende kraft er nul. Luftmodstanden udgør det klart største bidrag til den samlede gnidningsmodstand, og det antages, at dens bidrag er 100%.
Luftmodstanden er givet ved:

$$F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_{luft} \cdot A \cdot v^2$$

Den effekt, cykelrytteren yder, er, da kraften peger i samme retning som bevægelsen, givet ved:

$$P = F \cdot v = F_{luft} \cdot v \,.$$

Det sidste lighedstegn kommer af, at den resulterende kraft er nul, således at den kraft cykelrytteren yder skal svare til luftmodstanden.
Da effekten er den samme i oprejst stilling og sammenbøjet stilling, har man nu:

$$P_{op} = P_{bøj}$$

$$F_{luft,op} \cdot v_{op} = F_{luft,bøj} \cdot v_{bøj}$$

$$\frac{1}{2} \cdot c_{w,op} \cdot \rho_{luft} \cdot A_{op} \cdot v_{op}^2 \cdot v_{op} = \frac{1}{2} \cdot c_{w,bøj} \cdot \rho_{luft} \cdot A_{bøj} \cdot v_{bøj}^2 \cdot v_{bøj} \quad \Leftrightarrow$$

$$c_{w,op} \cdot A_{op} \cdot v_{op}^3 = c_{w,bøj} \cdot A_{bøj} \cdot v_{bøj}^3 \quad \Leftrightarrow$$

$$v_{bøj} = \sqrt[3]{\frac{c_{w,op} \cdot A_{op} \cdot v_{op}^3}{c_{w,bøj} \cdot A_{bøj}}} = \sqrt[3]{\frac{1{,}1 \cdot 0{,}51 \cdot \left(25\frac{km}{t}\right)^3}{0{,}88 \cdot 0{,}36}} = 30{,}2458577\frac{km}{t} = \underline{\underline{30\frac{km}{t}}}$$

Opgave 6 side 92: **Bjergbestigning**

a) Man kan med god tilnærmelse se bort fra luftmodstanden, da stenen har stor densitet og falder forholdsvis kort, så det er en bevægelse med den konstante acceleration g og begyndelseshastigheden 0 (antager at stenen ikke skubbes betydeligt nedad fra start):

$$\left.\begin{aligned} v &= g\cdot t \\ \Delta s &= \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\left(\frac{v}{g}\right)^2 \quad\Leftrightarrow\quad v=\sqrt{2\cdot\Delta s\cdot g}=\sqrt{2\cdot 22m\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}}=20{,}7865\frac{m}{s}=\underline{\underline{21\frac{m}{s}}}$$

b) Den største kraft og dermed den største acceleration, som bjergbestigeren udsættes for, mens sikkerhedsrebet strammes, er når dets forlængelse er maksimal, da fjederkraften er størst i dette tilfælde. For at finde accelerationen ses på den resulterende kraft, og da fjederkraften peger opad og er modsat rettet tyngdekraften og større end denne fås:

$$F_{res} = m\cdot a$$

$$a=\frac{F_{res}}{m}=\frac{F_{fjeder}-F_t}{m}=\frac{k\cdot\Delta y-m\cdot g}{m}=\frac{k\cdot\Delta y}{m}-g=$$

$$\frac{1{,}20\cdot 10^3\frac{N}{m}\cdot 5{,}5m}{86kg}-9{,}82\frac{m}{s^2}=66{,}924186\frac{m}{s^2}=\underline{\underline{67\frac{m}{s^2}}}$$

c) Når bjergbestigeren hænger stille, er den resulterende kraft 0, dvs. at tyngdekraften og fjederkraften udligner hinanden. Dermed kan forlængelsen af det elastiske reb beregnes:

$$F_t = F_{fjeder}$$

$$m\cdot g = k\cdot\Delta x \quad\Leftrightarrow$$

$$\Delta x=\frac{m\cdot g}{k}=\frac{86kg\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}}{1{,}20\cdot 10^3\frac{N}{m}}=0{,}70376667m$$

Da rebet er 13,0m langt inde forlængelsen, kommer bjergbestigeren til at hænge følgende stykke under fastgørelsespunktet: $h_{under}=13{,}0m+0{,}70376667m=\underline{\underline{13{,}7m}}$

Dette sted er også centralt i forbindelse med spørgsmålet om, hvornår bjergbestigeren opnår den største fart, for farten øges under faldet så længde der er en acceleration nedad, og det er det indtil det sted, hvor fjederkraften lige netop er så stor som tyngdekraften, dvs. netop det ovenfor fundne sted (kaldet ligevægtspunktet). Før ligevægtspunktet er tyngdekraften større end fjederkraften, og her øges farten. Efter ligevægtspunktet er fjederkraften større end tyngdekraften, og bjergbestigeren bremses.

For at finde farten ved ligevægtspunktet udnyttes kendskabet til energien i en fjeder. Den kinetiske energi i ligevægtspunktet er fuldstændigt omdannet til potentiel energi, når det elastiske reb er helt strakt (maksimal forlængelse). Dermed har man:

$$E_{kin,ligevægtspunkt} = E_{pot,bund}$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2=\frac{1}{2}\cdot k\cdot\Delta x^2_{ligevægtspunkt\rightarrow bund}$$

$$v=\sqrt{\frac{k\cdot\Delta x^2_{ligevægtspunkt\rightarrow bund}}{m}}=\sqrt{\frac{1{,}20\cdot 10^3\frac{N}{m}\cdot(5{,}5m-0{,}70376667m)^2}{86kg}}=17{,}9160267\frac{m}{s}=\underline{\underline{17{,}9\frac{m}{s}}}$$

Opgave 7 side 93: **Laserlys mod spejl**

a) Ud fra lysets fart i vakuum og kendskabet til brydningsindekset, kan lysets fart i krystallen bestemmes:

$$v_{krystal} = \frac{c}{n} = \frac{299792458\,\frac{m}{s}}{1,470} = 203940448\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{2,04\cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}}$$

b) Antallet af overgang kan bestemmes ved at se på energien af de enkelte fotoner samt laserens effekt:

$$n_{overgange} = \frac{E_{laserlys}}{E_{foton}} = \frac{P_{laserlys}\cdot\Delta t}{E_B - E_A} = \frac{0,50W\cdot 1,00s}{(0,201-0,012)\cdot 10^{-18}\,J} = 2,64550265\cdot 10^{18} = \underline{\underline{2,6\cdot 10^{18}}}$$

c) Det er oplyst, at laserlyset har bølgelængden 1053nm, hvilket man egentlig godt selv kunne have regnet ud ud fra kendskabet til energiniveauerne fra spørgsmål b).

De enkelte fotoner har bevægelsesmængden:

$$p_{foton} = \frac{h}{\lambda}$$

Da fotonerne reflekteres og dermed efter mødet med spejlet bevæger sig i modsat retning med en lige så stor bevægelsesmængde, vil ændringen i bevægelsesmængden være numerisk dobbelt så stor som bevægelsesmængden af den enkelte foton. Da man også kender antallet af udsendte fotoner pr. sekund (udregnet i spørgsmål b, da antallet af overgange netop svarer til antallet af udsendte fotoner), kan man hermed beregne kraften:

$$F_{laserlys\to spejl} = F_{spejl\to laserlys} = \frac{\Delta p_{samlet}}{\Delta t} = \frac{n_{fotoner}\cdot\Delta p_{foton}}{\Delta t} = \frac{n_{fotoner}}{\Delta t}\cdot 2\cdot p_{foton} = \frac{n_{fotoner}}{\Delta t}\cdot 2\cdot\frac{h}{\lambda} =$$

$$\frac{2,6455\cdot 10^{18}}{1s}\cdot 2\cdot\frac{6,6261\cdot 10^{-34}\,J\cdot s}{1053\cdot 10^{-9}\,m} = 3,32941407\cdot 10^{-9}\,N = \underline{\underline{3,3\cdot 10^{-9}\,N}}$$

Opgave 8 side 93: **Q-værdi**

a) I databogen under ”Nukliders masse og bindingsenergi” (side 219 i 1998-udgaven) findes atommasserne af de indgående størrelser. Egentlig skal der regnes på kernemasser, men da man ville skulle trække 2 elektronmasser fra på begge sider, betyder det ikke noget for masseforskellen, og der regnes derfor på de fundne atommasser:

$$\Delta m = m_{højreside} - m_{venstreside} = m_{He-3} + m_n - (2\cdot m_{H-2}) =$$

$$3,01604927u + 1,00866490u - (2\cdot 2,01410178u) = -0,00348939u < 0$$

$$Q = -\Delta m\cdot 931,4943\,\frac{MeV}{u} = 0,00348939u\cdot 931,4943\,\frac{MeV}{u} = 3,250346895MeV = \underline{\underline{3,25035MeV}}$$

Opgave 9 side 94: **Verdens hurtigste elevator**

Opgave 10 side 95: **Stoffet mellem stjernerne**

Opgave 11 side 95: **Argonlaser**

Opgave 12 side 96: **Ægyptere i arbejde**

a) Da trækkraften fra den enkelte ægypter kendes sammen med hastigheden af bevægelsen, kan effekten af det arbejde, en enkelt ægypter udfører beregnes ved:

$$P = F \cdot v = 360N \cdot 0{,}45\frac{m}{s} = 162\frac{N \cdot m}{s} = \underline{\underline{162W}}$$

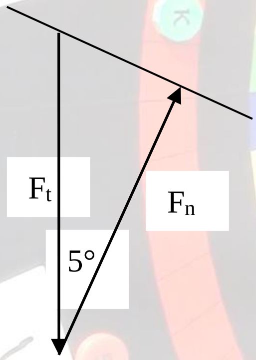
b) Da bevægelsen foregår med konstant fart (langs en ret linje) er den resulterende kraft ifølge Newtons 1. lov nul. Farten er så lille, at der kan ses bort fra luftmodstand. Dermed påvirkes slæden med obelisken af fire kræfter.

1) Tyngdekraften: Peger lodret nedad og har størrelsen:

$$F_t = m \cdot g = 350 \cdot 10^3 kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s} = 3437000N = \underline{3{,}44 \cdot 10^6 N}$$

2) Normalkraften, der peger vinkelret på underlaget.
3) Gnidningskraften, der peger modsat af bevægelsen.
4) Trækkraften, der peger i bevægelsens retning, dvs. langs med underlaget.

Størrelsen af normalkraften kan bestemmes, da den lagt til tyngdekraften skal give en vektor i underlagets retning:



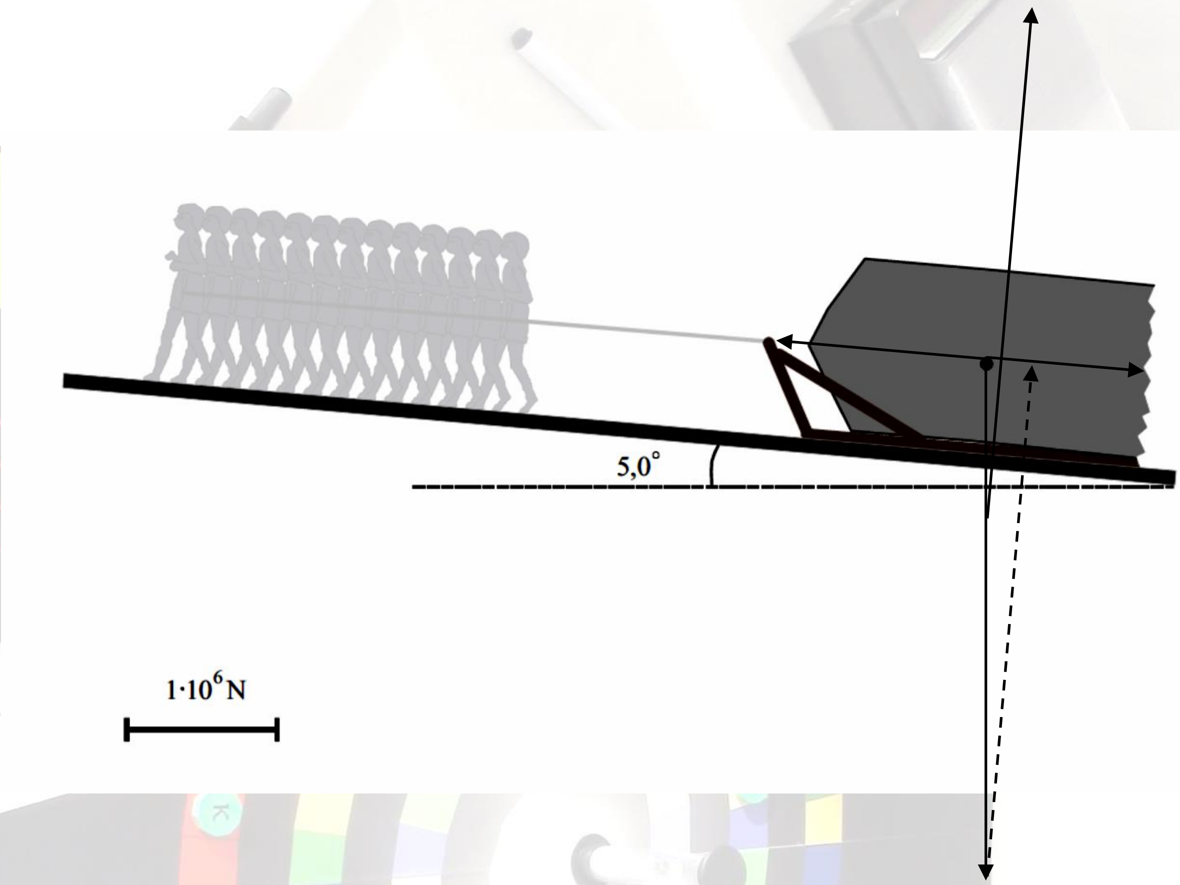
Dermed bliver:

$$F_n = F_t \cdot \cos(5°) = 3423921N = 3{,}42 \cdot 10^6 N$$

Gnidningskraften kan bestemmes ud fra normalkraften:

$$F_g = \mu \cdot F_n = 0{,}31 \cdot 3{,}42 \cdot 10^6 N = 1061416N = 1{,}06 \cdot 10^6 N$$

Hermed kan de fire kræfter indtegnes på bilag 2, hvor det for trækkraftens vedkommende er udnyttet, at den lagt til de tre andre vektorer skal sørge for, at den resulterende kraft bliver 0:



Tyngdekraften og normalkraften giver lagt sammen en vektor ensrettet med gnidningskraften med størrelsen:

$$F_{t+n} = F_t \cdot \sin(5°) = 299554N = 0{,}300 \cdot 10^6\ N$$

Hermed bliver som vist på figuren:

$$F_{træk} = F_{t+n} + F_g = 299554N + 1061416N = 1360970N = 1{,}36 \cdot 10^6 N.$$

Antallet N af ægyptere, der skal til at trække slæden, er dermed:

$$N = \frac{1360970N}{360N} = 3780{,}4718$$

Dvs. at der skal 3780 ægyptere til at trække slæden.

Opgave 13 side 96: **Atlanterhavskabel**

Opgave 14 side 97: **Badekar**

Pigen på billedet er i stand til at løfte badekarret, så dets masse kan sættes til 20kg.
Dimensionerne sættes til 1,8m x 0,5m x 0,50m, og dermed bliver det rumfang, som badekarret kan indeholde $V = 1{,}8m \cdot 0{,}5m \cdot 0{,}5m = 0{,}45m^3$

En gymnasieelevs masse sættes til 70kg.
Vandets massefylde sættes til 1kg/m^3, da det er ferskvand.
Når badekarret flyder i vandet, er opdriften på det lige så stor som tyngdekraften af badekarret og eleverne.
Der søges det maksimale antal elever N_{maks}, og derfor regnes på det tilfælde, hvor badekarrets top ligger i vandoverfladen:

$$F_{opdrift} = F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$\rho_{vand} \cdot V_{badekarret} \cdot g = m_{badekar} \cdot g + N_{maks} \cdot m_{elev} \cdot g \quad \Leftrightarrow$$

$$N_{maks} = \frac{\rho_{vand} \cdot V_{badekarret} - m_{badekar}}{m_{elev}} = \frac{1000\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}45m^3 - 20kg}{70kg} = 6{,}14$$

Dvs. der kan være $\underline{\underline{\text{6 elever}}}$ i badekarret.

Opgave 15 side 97: **Vandseng**

Opgave 16 side 98: **Operahuset**

a) Da tiden og effekten er kendt, kan man bestemme den tilførte energi (i form af varme) ved:

$$E_{tilført} = P \cdot \Delta t = 3{,}4 \cdot 10^6 W \cdot 24 \cdot 3600s = 2{,}9376 \cdot 10^{11} J = \underline{\underline{2{,}9 \cdot 10^{11} J}}$$

b) Den modtagne varmemængde pr. minut er:

$$E_{modtaget} = P \cdot \Delta t = 90 \cdot 10^3 W \cdot 60s = 5400000J = 5{,}4MJ$$

Denne energi er gået til at opvarme havvand, hvis specifikke varmekapacitet er slået op i databogen side 147 (1998-udgaven), og massen af havvand passeret pr. minut er så:

$$E_{modtaget} = m_{havvand} \cdot c_{havvand} \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad m_{havvand} = \frac{E_{modtaget}}{c_{havvand} \cdot \Delta T}$$

$$m_{havvand} = \frac{5{,}4 \cdot 10^6 J}{3{,}93 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot (20{,}1 - 17{,}8)°C} = 597{,}41122kg = \underline{\underline{0{,}60 tons}}$$

Opgave 17 side 98: **Kørsel på glatbane**

a) Da man har en bevægelse med konstant acceleration (med negativt fortegn, da den er modsatrettet bevægelsen) og kender starthastigheden, kan man regne ud, hvornår hastigheden er 0 ved:

$$v(t) = a_0 \cdot t + v_0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v(t) - v_0}{a_0}$$

$$t = \frac{0 - 50 \cdot \frac{1000m}{3600s}}{-2{,}9\,\frac{m}{s^2}} = 4{,}789272s = \underline{\underline{4{,}8s}}$$

b) Bilens fart i bunden kan bestemmes ved at se på to forhold:

1) Da den kører ned ad bakke omdannes noget potentiel energi til kinetisk energi.

2) Da den bremser udføres en negativt arbejde på bilen, der derved mister noget energi.

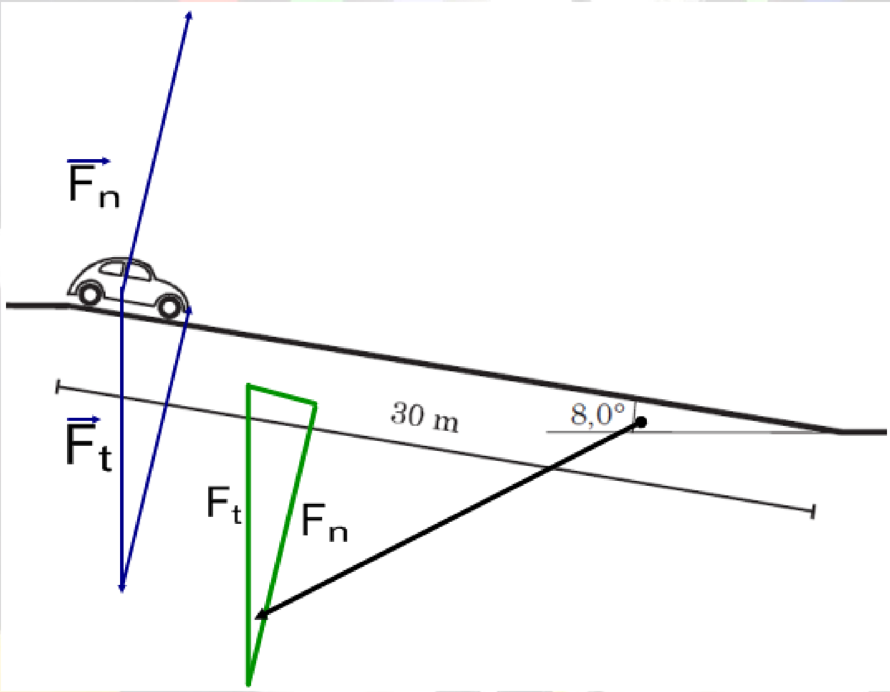
Man har altså:

$$E_{kin,bund} = E_{kin,top} - \Delta E_{pot,top \to bund} + A_{gnidning}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{bund}^2 = E_{kin,top} - \Delta E_{pot,top \to bund} + A_{gnidning}$$

$$v_{bund} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(E_{kin,top} - \Delta E_{pot,top \to bund} + A_{gnidning}\right)}{m}}$$

For at bestemme arbejdet udført af gnidningskraften, skal man kende dens størrelse, og den kan findes ud fra kendskabet til den dynamiske gnidningskoefficient og normalkraften. Altså skal man som det første have bestemt normalkraften.



Da bilen bliver på underlaget, må vektorsummen af tyngdekraften og normalkraften give en vektor parallelt med underlaget, og dermed kan man bestemme normalkraften ved at regne på den retvinklede grønne trekant, der er konstrueret ud fra vektorerne, og hvor det er et synsbedrag, hvis den korteste katete ikke ser ud til at være parallel med underlaget.

$$F_n = \cos(8,0°) \cdot F_t = \cos(8,0°) \cdot m \cdot g = \cos(8,0°) \cdot 975kg \cdot 9,82\frac{m}{s^2} = 9481,3216N$$

$$F_g = \mu \cdot F_n = 0,26 \cdot 9481,3216N = 2465,1436N$$

$$A_g = -F_g \cdot \Delta s = -2465,1436N \cdot 30m = -73954,3J$$

Tabet i potentiel energi bestemmes:

$$-\Delta E_{pot,top \to bund} = m_{bil} \cdot g \cdot (-\Delta h) = 975kg \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot 30m \cdot \sin(8,0°) = 39975,4J$$

Den kinetiske energi fra start er:

$$E_{kin,start} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2 = \frac{1}{2} \cdot 975kg \cdot \left(50 \cdot \frac{1000m}{3600s}\right)^2 = 94039,4J$$

Hermed bliver bilens fart for enden af banen:

$$v_{bund} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(E_{kin,top} - \Delta E_{pot,top \to bund} + A_{gnidning}\right)}{m}} =$$

$$\sqrt{\frac{2 \cdot (94039J + 39975J - 73954J)}{975kg}} = 11,099589\frac{m}{s} = \underline{\underline{11,1\frac{m}{s}}}$$

Opgave 18 side 99: **Planteplankton**

a) Da man kender energien og får at vide, at det er bølgelængden i luft (regnes som vakuum), der skal findes, har man:

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{foton}} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s \cdot 299792458\, \frac{m}{s}}{0,560 \cdot 10^{-18}\, J} = 3,54724 \cdot 10^{-7}\, m = \underline{\underline{355nm}}$$

b) Da man kender brydningsindekset, kan man bestemme lyshastigheden i vandet, og når man husker på, at lyset skal tilbagekastes og derfor bevæge sig den samme strækning to gange (frem og tilbage), kan man bestemme afstanden under havoverfladen, når man samtidig husker, at laseren og detektoren begge er placeret 11,5m under havoverfladen:

$$h_{planteplankton} = 11,5m + \frac{\Delta s_{lys}}{2} = 11,5m + \frac{v_{lys} \cdot \Delta t_{udsendelse \to registrering}}{2} = 11,5m + \frac{\frac{c}{n} \cdot \Delta t_{udsendelse \to registrering}}{2}$$

$$h_{planteplankton} = 11,5m + \frac{\frac{299792458\, \frac{m}{s}}{1,35} \cdot 6,9 \cdot 10^{-8}\, s}{2} = 19,1613628m = \underline{\underline{19,2m}}$$

c) Da lyset svækkes med 11,9dB, og da energien af lyspulsen er 25,0mJ inden, den rammer området, er energien af lyspulsen efter passage af området:

$$dB_{tab} = 10dB \cdot \log\left(\frac{P_{ind}}{P_{ud}}\right) = 10dB \cdot \log\left(\frac{E_{ind}}{E_{ud}}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{E_{ind}}{E_{ud}} = 10^{\frac{dB_{tab}}{10dB}} \quad \Leftrightarrow \quad E_{ud} = \frac{E_{ind}}{10^{\frac{dB_{tab}}{10dB}}} = \frac{25,0mJ}{10^{\frac{11,9dB}{10dB}}} = 1,6141356mJ$$

Dermed er den afsatte energi i området:

$$E_{afsat} = E_{ind} - E_{ud} = 25,0mJ - 1,6141356mJ = 23,385864mJ$$

Antallet af exciterede klorofylmolekyler svarer til antallet af exciterende fotoner, der kan bestemmes, fordi man kender den afsatte energi samt energien af en enkelt foton:

$$n_{klorofylexcitationer} = \frac{E_{afsat}}{E_{foton}} = \frac{23,38586 \cdot 10^{-3}\, J}{0,560 \cdot 10^{-18}\, J} = 4,176047 \cdot 10^{16} = \underline{\underline{4,2 \cdot 10^{16}}}$$

Opgave 19 side 100: **Fusionsenergi**

a) Massen og densiteten er kendt, så rumfanget kan bestemmes ved:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{2,9 \cdot 10^{-7}\,kg}{0,31\,\frac{kg}{cm^3}} = 9,3548387 \cdot 10^{-7}\,cm^3 = \underline{\underline{9,4 \cdot 10^{-13}\,m^3}}$$

b) I databogen under "Nukliders masse og bindingsenergi" (side 219 i 1998-udgaven) findes atommasserne af de indgående størrelser. Egentlig skal der regnes på kernemasser, men da man ville skulle trække 2 elektronmasser fra på begge sider, betyder det ikke noget for masseforskellen, og der regnes derfor på de fundne atommasser:

$$\Delta m = m_{højreside} - m_{venstreside} = m_{He-4} + m_n - \left(m_{H-2} + m_{H-3}\right) =$$

$$4,00260324u + 1,00866490u - \left(2,01410178u + 3,01604927u\right) = -0,01888291u < 0$$

$$Q = -\Delta m \cdot 931,4943\frac{MeV}{u} = 0,01888291u \cdot 931,4943\frac{MeV}{u} = 17,589323MeV = \underline{\underline{17,5893MeV}}$$

Antallet af reaktioner bestemmes ved at se på indholdet af tritium og deuterium-atomer. Da der er lige mange af dem, har man:

$$n_{reaktioner} = \frac{m_{pille}}{m_{H-2-atom} + m_{H-3-atom}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-7}\,kg}{\left(2,01410178u + 3,01604927u\right) \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}\,\frac{kg}{u}} =$$

$$3,4719 \cdot 10^{19}$$

Hermed bliver den energi, der kan frigøres i pillen (hvis samtlige mulige reaktioner forløber):

$$E_{frigivet} = Q \cdot n_{reaktioner} = 17,5893MeV \cdot 1,602176565 \cdot 10^{-19}\,\frac{MJ}{MeV} \cdot 3,4719 \cdot 10^{19} = \underline{\underline{97,8MJ > 3,0MJ}}$$

Den energi, der kan frigives, er altså væsentlig større end den tilførte energi.

Opgave 20 side 100: **Skøjteløber**

a) Det antages, at skøjteløberen vejer 55kg. Skøjterne vurderes at have bredden 0,5cm og længden 15cm, og det antages, at skøjteløberen kun bruger én skøjte ad gangen, dvs. at al vægten fordelen på én fod.

Trykket på isen skyldes, at personen påvirkes nedad af tyngdekraften, så man har:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F_t}{A_{Skøjte}} = \frac{m \cdot g}{l_{skøjte} \cdot b_{skøjte}} = \frac{55kg \cdot 9,82\,\frac{m}{s^2}}{0,15m \cdot 0,005m} = 720133Pa = \underline{\underline{7bar}}$$

Opgave 21 side 101: **Den internationale rumstation ISS**

a) På 56,8 døgn ses rumstationen at have tabt højde fra 344km til 338km. Den taber dermed højde med farten:

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{(344-338)km}{56{,}8døgn}=\frac{6000m}{56{,}8\cdot 24\cdot 3600s}=0{,}001222613459\frac{m}{s}=\underline{\underline{1{,}22\frac{mm}{s}}}$$

b) Rumstationen er kun påvirket af tyngdekraften fra jorden, der dermed udgør den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen. Man har dermed:

$$F_t=F_c \quad\Leftrightarrow$$

$$G\cdot\frac{M_{jord}\cdot m_{ISS}}{r^2}=m_{ISS}\cdot\frac{4\cdot\pi^2\cdot r}{T^2}\quad\Leftrightarrow$$

$$T^2=\frac{4\cdot\pi^2\cdot r^3}{G\cdot M_{jord}}\quad\Leftrightarrow\quad T^2=\frac{4\cdot\pi^2\cdot\left(r_{jord}+h_{ISS}\right)^3}{G\cdot M_{jord}}\quad\Leftrightarrow$$

$$T=\sqrt{\frac{4\cdot\pi^2\cdot(6371000m+338000m)^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}N\cdot\frac{m^2}{kg^2}\cdot 5{,}976\cdot 10^{24}kg}}=5468{,}8794s=\underline{\underline{1{,}52\ timer}}$$

c) Det er en centralbevægelse (med Jorden som centrallegeme), og den mekaniske energi er derfor givet ved:

$$E_{mek}=-\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M\cdot m}{r}$$

Den tilførte energi fra raketmotoren kan dermed bestemmes:

$$E_{raketmotor}=\Delta E_{mek}=E_{mek,høj}-E_{mek,lav}=-\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M_{jord}\cdot m_{ISS}}{r_{jord}+h_{ISS,høj}}-\left(-\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M_{jord}\cdot m_{ISS}}{r_{jord}+h_{ISS,lav}}\right)=$$

$$\frac{1}{2}\cdot G\cdot M_{jord}\cdot m_{ISS}\cdot\left(\frac{1}{r_{jord}+h_{ISS,lav}}-\frac{1}{r_{jord}+h_{ISS,høj}}\right)=$$

$$\frac{1}{2}\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}N\cdot\frac{m^2}{kg^2}5{,}976\cdot 10^{24}kg\cdot 300\cdot 10^3kg\cdot\left(\frac{1}{6371000m+338000m}-\frac{1}{6371000m+345000m}\right)=$$

$$9288749319J=\underline{\underline{9{,}29GJ}}$$

Opgave 22 side 102: **Månehop**

a) Astronauten er kun påvirket af tyngdekraften, der kan regnes for at være konstant i nærheden af måneoverfladen. Den resulterende kraft er altså konstant, og dermed har man ifølge Newtons 2. lov en bevægelse med konstant acceleration. Dermed gælder:

$$v(t) = a \cdot t + v_0$$

Tabellens værdier indtastes derfor i en tabel med tiden (målt i sekunder) i den første kolonne og hastigheden (målt i m/s) i den anden kolonne, hvorefter der laves lineær regression med den anden kolonne (hastigheden) som funktion af den første kolonne (tiden). Dette giver ligningen:

$$v(t) = -1{,}61\frac{m}{s^2} \cdot t + 1{,}11\frac{m}{s}$$

Dermed kan tyngdeaccelerationen på Månen aflæses til : $\underline{\underline{g_{Måne} = 1{,}61\frac{m}{s^2}}}$.

Det negative fortegn viser, at accelerationsvektoren peger nedad.

b) Øverst i hoppet er *v(t)=0*, og derfor kan det søgte tidspunkt bestemmes ved:

$$0 = -1{,}61\frac{m}{s^2} \cdot t_{top} + 1{,}11\frac{m}{s} \quad \Leftrightarrow \quad t_{top} = \frac{1{,}11\frac{m}{s}}{1{,}61\frac{m}{s^2}} = 0{,}6873844s = \underline{\underline{0{,}69s}}$$

Astronautens højde kan bestemmes ud fra en energibetragtning.
Den kinetiske energi fra start er i toppunktet helt omdannes til potentiel energi, så man har:

$$E_{kin,start} = E_{pot,top} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2 = m \cdot g_{måne} \cdot h_{top} \quad \Leftrightarrow$$

$$h_{top} = \frac{v_{start}^2}{2 \cdot g_{måne}} = \frac{\left(1{,}11\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 1{,}61\frac{m}{s^2}} = 0{,}38043845m = \underline{\underline{0{,}38m}}$$

Opgave 23 side 102: **Verdens højest beliggende jernbane**

a) $$\frac{E_{modtaget}}{A}=\frac{P\cdot\Delta t}{A}=430\frac{W}{m^2}\cdot 8,0\cdot 3600s=12384000\frac{J}{m^2}=\underline{\underline{12,4\frac{MJ}{m^2}}}$$

b) Det er ikke muligt at komme med et kvalificeret bud på, hvor stor en procentdel af energien, der vil gå til smeltningen, da det bl.a. afhænger af isens tykkelse og gennemsigtighed. Så det antages, at al energi afsættes i det lag, der smelter, hvor man så bare skal være opmærksom på, at det bliver den øvre grænse for lagtykkelsen, der bestemmes:
Isen skal først opvarmes til smeltepunktet, hvorefter den skal smeltes. Med 41,5MJ til rådighed (svarende til 1m^2) får man:

$$E_{tilført}=m_{is}\cdot c_{is}\cdot\Delta T+m_{is}\cdot L_{s,is}\quad\Leftrightarrow\quad m_{is}=\frac{E_{tilført}}{c_{is}\cdot\Delta T+L_{s,is}}$$

$$m_{is}=\frac{41,5\cdot 10^6 J}{2,1\cdot 10^3\frac{J}{kg\cdot°C}\cdot 5,0°C+334\cdot 10^3\frac{J}{kg}}=120,46444kg$$

Den specifikke varmekapacitet og smeltevarmen for is er fundet på side 153 i databogen (1998-udgaven). Isens densitet findes på side 152, og den benyttes til at omregne massen til et rumfang:

$$V=\frac{m}{\rho}=\frac{120,46444kg}{0,92\cdot 10^3\frac{kg}{m^3}}=0,1309396m^3$$

Da det var et område på 1m^2, svarer dette til en dybde på: $d_{is}=0,1309396m=\underline{\underline{13cm}}$

Dette er som nævnt en øvre grænse.

Opgave 24 side 103: **Brud på lysleder**

a) Lyset reflekteres og bevæger sig altså frem og tilbage, dvs. tiden ind til bruddet er kun det halve af den målte tid, og da lysets hastighed i lyslederen kan beregnes ud fra brydningsindekset, kan afstanden ind til bruddet bestemmes ved:

$$\Delta s=v\cdot\Delta t=\frac{c}{n}\cdot\frac{t_{målt}}{2}=\frac{299792458\frac{m}{s}}{1,453}\cdot\frac{0,186\cdot 10^{-3}s}{2}=19188,3679m=\underline{\underline{19,2km}}$$

b) Det tilladte effekttab er på:

$$dB_{tab}=10\cdot\log\left(\frac{P_{ind}}{P_{ud}}\right)=10\cdot\log\left(\frac{920\mu W}{12,0\mu W}\right)=18,846066dB$$

Da effekttabet er på 0,19dB/km, svarer dette til:

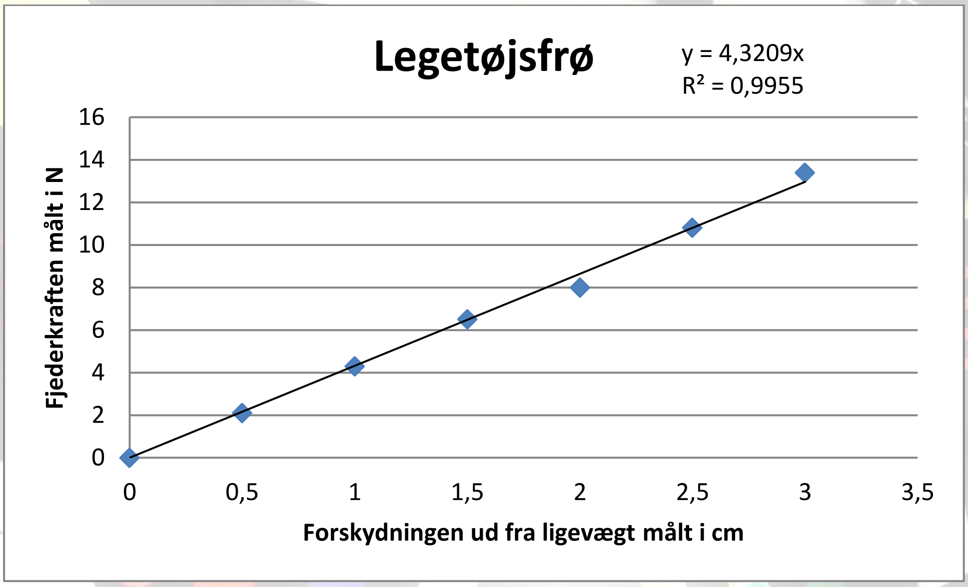
$$\Delta s=\frac{18,846066dB}{0,19\frac{dB}{km}}=99,18982km$$

Da lysstrålen både skal frem og tilbage, svarer dette til et kabelstykke med længden:

$$l_{kabelstykke}=\frac{\Delta s}{2}=\frac{99,18982km}{2}=49,5949km=\underline{\underline{50km}}$$

Opgave 25 side 104: **Legetøjsfrø**

a) Hookes lov siger, at $F = k \cdot x$, hvor x er forskydningen ud fra ligevægtsstillingen, F er fjederkraften vendt mod ligevægtsstillingen og k er fjederkonstanten. Dermed kan fjederkonstanten findes ved at lave lineær regression på tallene fra tabellen og tvinge grafen gennem (0,0), hvorefter hældningskoefficienten er k. Dette gøres i Excel, og man får:



Forskydningen er målt i cm, så man får:

$$k = 4{,}3209\frac{N}{cm} = 432{,}09\frac{N}{m} = \underline{\underline{0{,}43\frac{kN}{m}}}$$

(hvis grafen ikke tvinges gennem (0,0) fås de angivne 0,44kN/m).

b) Den potentielle energi i fjederen, når den er trykket 2,5cm ned fra ligevægt er:

$$E_{pot,\,fjeder} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 432{,}09\frac{N}{m} \cdot (0{,}025m)^2 = 0{,}135028125\,J$$

Denne energi omdannes i første omgang til kinetisk energi, så frøen hopper, og i toppen af hoppet er denne kinetiske energi omdannet til potentiel energi. Dvs. fjederens potentielle energi er blevet til potentiel energi i tyngdefeltet.

Med den energi, der er til rådighed, kan 13,2g hæves:

$$E_{pot,tyngdefeltet} = m \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{E_{pot,tyngdefeltet}}{m \cdot g} = \frac{E_{pot,\,fjeder}}{m \cdot g} = \frac{0{,}135028\,J}{0{,}0132kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}} = 1{,}041691m$$

Hvis det meste af massen er placeret i frøen og fjederen, skal der trækkes knap 2,5cm fra dette tal, men samlet set kan det vurderes, at frøen hopper $\underline{\underline{1{,}0m}}$ opad.

Opgave 26 side 104: **Eksotisk henfald**

a) Ved opslag i det periodiske system ses Ra (radium) at være grundstof nr. 88, og kulstof er nr. 6, så ved at benytte ladningsbevarelse (88 = 6 + 82) og nukleontalsbevarelse (223 = 14 + 209), samt i det periodiske system at se, at grundstof nr. 82 er bly (Pb), får man:

$$\underline{\underline{{}^{223}_{88}Ra \rightarrow {}^{14}_{6}C + {}^{209}_{82}Pb}}$$

Der er ingen leptoner involveret i henfaldet.

For at finde masseændringen, skal man egentlig regne på kernemasser, men da lige mange elektroner skulle trækkes fra på begge sider, kan man nøjes med at regne på atommasser, som slås op under "Nukliders masse og bindingsenergi" begyndende side 219 i databogen (1998-udgaven):

$$\Delta m = m_{højresiden} - m_{venstresiden} = m_{Pb-209-atom} + m_{C-14-atom} - m_{Ra-223-atom} =$$

$$208{,}981065u + 14{,}00324198u - 223{,}018501u = -0{,}03419402u < 0(\text{energifrigivelse})$$

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 0{,}03419402u \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 31{,}8515347241MeV = \underline{\underline{31{,}85MeV}}$$

b) I databogen under "Radioaktive nuklider" ses Ra-223 (som det også fremgår af opgaveteksten) at være alfa-radioaktiv, og halveringstiden for henfaldet er 11,435 døgn.
Man kender massen af Ra-223-atomer fra tidligere, så antallet af alfahenfald pr. minut (dette tidsrum er så kort, at man kan regne med en konstant mængde kerner hele tiden) kan beregnes ved at gange aktiviteten A med tidsrummet:

$$n_{alfahenfald} = A \cdot \Delta t = k \cdot N_{kerner} \cdot \Delta t = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot \frac{m_{Ra-223-klump}}{m_{Ra-223-atom}} \cdot \Delta t$$

$$n_{alfahenfald} = \frac{\ln(2)}{11{,}435 \cdot 24 \cdot 3600s} \cdot \frac{2{,}0g}{223{,}01850u \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-24}\frac{g}{u}} \cdot 60s = 2{,}27335136 \cdot 10^{17}$$

Dette er antallet af alfahenfald, og dermed er antallet af C-14-henfald:

$$n_{C-14-henfald} = \frac{n_{alfahenfald}}{1{,}2 \cdot 10^{9}} = \frac{2{,}27335 \cdot 10^{17}}{1{,}2 \cdot 10^{9}} = 189445947 = \underline{\underline{1{,}89 \cdot 10^{8}}}$$

Opgave 27 side 105: **Svævebane**

a) Da manden bevæger sig med konstant hastighed, er den resulterende kraft 0.
De tre kræfter, der virker på manden, er:

Kraft nr. 1:

Tyngdekraften F_t: Har retning lodret nedad og størrelsen $F_t = m \cdot g = 72kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 707{,}04N$.

Med den angivne målestok, kan kraften indtegnes på bilaget.

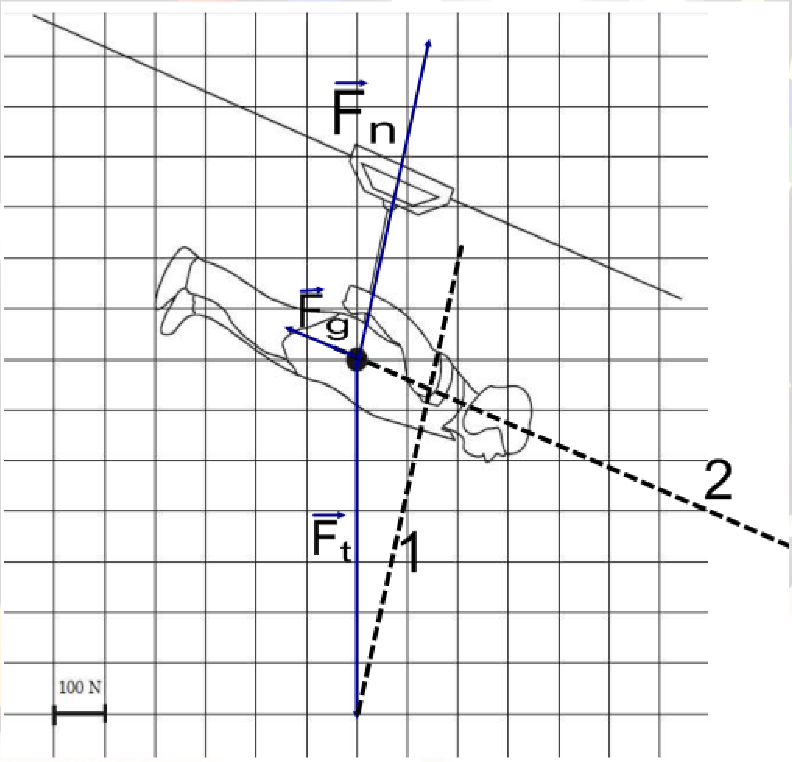
Kraft nr. 2:

Kraften fra snoren ned til selen F_s: Snoren kan kun trække, dvs. denne kraft har samme retning som snoren peger. Der tegnes altså en stiplet linje (linje 1), der er parallel med snoren, og som går gennem endepunktet af tyngdekraften (se figur).

Kraft nr. 3:

Gnidningsmodstanden (inkluderer luftmodstanden) F_g: Den har samme retning som bevægelsen, og derfor tegnes en stiplet linje (linje 2) parallel med bevægelsesretningen og gennem massemidtpunktet (se figur).

Da den resulterende kraft som nævnt er nul, skal kræfterne lagt sammen som vektorer give nulvektoren, og dermed kan normalkraften tegnes fra endepunktet af tyngdekraften og op til linje 2, hvorefter den flyttes, så den får begyndelsespunkt i massemidtpunktet.
Gnidningsmodstanden kan så tegnes så det punkt, hvor linjerne 1 og 2 skærer og ind til massemidtpunktet, hvorefter den flyttes, så begyndelsesmidtpunktet er massemidtpunktet. På denne måde har vektorerne fået både rigtige retninger og længder, da retningerne er fastlagt som beskrevet ovenfor, og da længderne følger af, at den resulterende kraft er nul.



Opgave 28 side 105: **Kobberlaser**

a) Bølgelængderne omregnes til energier (i enheden aJ):

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$E_{foton,1} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 299792458\,\frac{m}{s}}{510,6 \cdot 10^{-9}\,m} = 3,89043 \cdot 10^{-19}\,J = 0,3890aJ$$

$$E_{foton,2} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 299792458\,\frac{m}{s}}{578,2 \cdot 10^{-9}\,m} = 3,43558 \cdot 10^{-19}\,J = 0,3456aJ$$

Laseren fungerer ved, at atomet pumpes op til en exciteret tilstand, hvorfra den henfalder til en lavere exciteret tilstand, hvor den ved stimulering med en foton kan henfalde igen til en endnu lavere tilstand, og dette kan lade sig gøre, hvis atomet anslåes til tilstand D, henfalder til tilstand C, hvorfra laserlyset udsendes, når atomet henfalder fra tilstand C til enten tilstand B eller tilstand A.

Derfor undersøges det, om energiforskellene mellem C og B samt C og A passer med energierne af fotonerne:

$$E_C - E_B = 0,6066aJ - 0,2631aJ = 0,3435aJ$$
$$E_C - E_A = 0,6066aJ - 0,2225aJ = 0,3841aJ$$

Disse tal stemmer faktisk ikke helt overens inden for den opgivne nøjagtighed, men det er de bedste muligheder, og afvigelserne skyldes sandsynligvis, at opgavestillerne har forestillet sig, at man regner med afrundede værdier for Plancks konstant og lysets hastighed.

Så de pågældende overgange må altså være <u>C→B og C→A</u>.

Opgave 29 side 106: **Skibsforlis**

a) Da gennemsnitsfarten og strækningen kendes, kan den benyttede tid findes:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{t} \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{\Delta s}{v_{gen}} = \frac{5550 \cdot 10^3 m}{12{,}0 \frac{m}{s}} = 462500 s = \underline{\underline{5{,}4 døgn}}$$

b) Da de to færger hænger sammen efter sammenstødet (fuldstændig uelastisk sammenstød), kan tabet i kinetisk energi bestemmes ved:

$$E_{kin,tab} = -Q = -\Delta E_{kin} = E_{kin,før} - E_{kin,efter} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{AD} \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_S \cdot u_2^2 - \frac{1}{2} \cdot (m_{AD} + m_s) \cdot v_{fælles}^2 =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10^6 kg \cdot \left(11{,}3 \frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^6 kg \cdot \left(9{,}8 \frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 10^6 kg \cdot \left(10{,}4 \frac{m}{s}\right)^2 =$$

$$269400000 J = \underline{\underline{0{,}27 GJ}}$$

c) Ved sammenstødet er den samlede bevægelsesmængde bevaret.
Bevægelsesmængden i vandret retning må altså efter sammenstødet være:

$$p_{efter,vandret} = p_{før,vandret} = p_{før,AD} + p_{før,S} \cdot \cos(33°) = m_{AD} \cdot u_1 + m_S \cdot u_2 \cdot \cos(33°) =$$

$$40 \cdot 10^6 kg \cdot 11{,}3 \frac{m}{s} + 20 \cdot 10^6 kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s} \cdot \cos(33°) = 616379431 kg \cdot \frac{m}{s}$$

Bevægelsesmængden i lodret retning er:

$$p_{efter,lodret} = p_{før,lodret} = p_{før,S} \cdot \sin(33°) = m_S \cdot u_2 \cdot \sin(33°) =$$

$$20 \cdot 10^6 kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s} \cdot \sin(33°) = 106749251 kg \cdot \frac{m}{s}$$

Størrelsen af bevægelsesmængden er dermed:

$$p_{efter} = \sqrt{p_{efter,vandret}^2 + p_{efter,lodret}^2} = 625554958 kg \cdot \frac{m}{s}$$

Så kan den fælles fart bestemmes:

$$v_{fælles} = \frac{p_{efter}}{m_{AD} + m_S} = \frac{625554958 kg \cdot \frac{m}{s}}{40 \cdot 10^6 kg + 20 \cdot 10^6 kg} = 10{,}4259 \frac{m}{s} = \underline{\underline{10{,}4 \frac{m}{s}}}$$

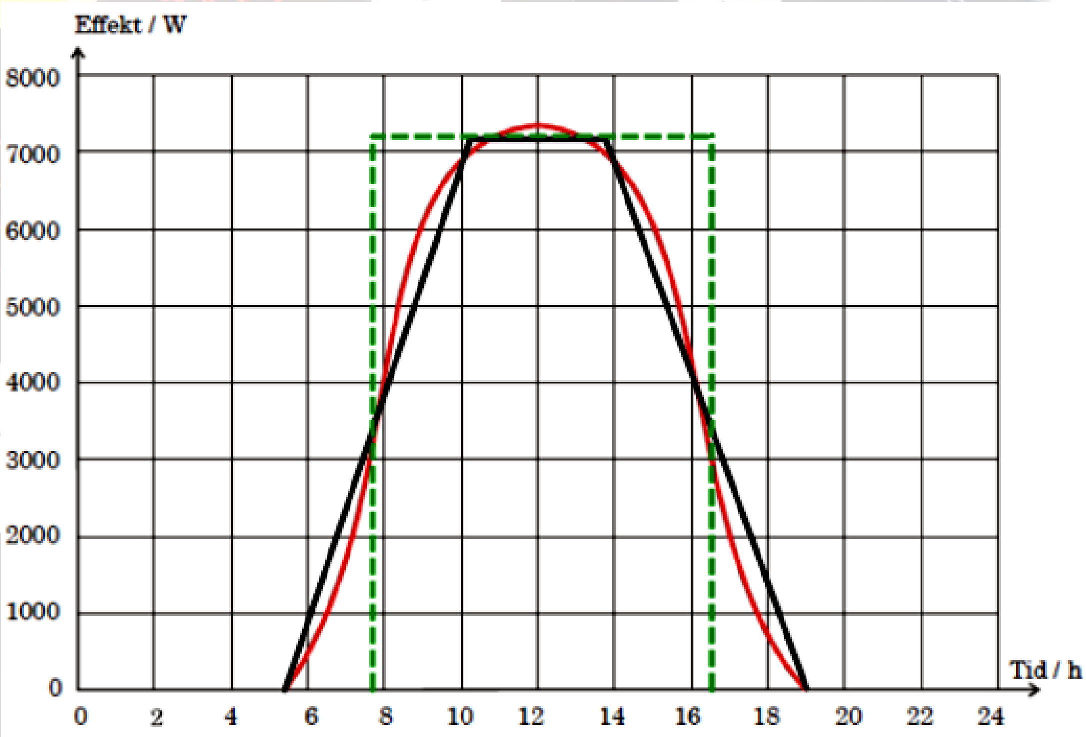
Opgave 30 side 107: **Solcelledrevet vandpumpe**

a) Man kender den afsatte effekt og spændingsfaldet, så strømstyrken kan beregnes ved:

$$P_{afsat} = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P_{afsat}}{U} = \frac{165W}{24V} = 6{,}875A = \underline{\underline{6{,}9A}}$$

b) Den tilførte solenergi kan bestemmes som arealet under grafen, da det er en (t,P)-graf, og da:

$$P(t) = \frac{dE(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad E = \int P(t)dt$$



Arealet bestemmes ved først at tegne et trapez (den sorte figur), hvor lige store dele af arealet skal ligge udenfor som indenfor. Derefter tegnes et rektangel med et lige så stort areal som trapezet (sidelængden gennemsnittet af trapezets sidelængder). Arealet (energien) bliver så:

$$E_{sol} = (16{,}4 - 7{,}7) \cdot 3600s \cdot 7200W = 225504000J = 0{,}23GJ$$

Da kun 4,8% af denne energi udnyttes, og da udnyttes svarer til en omdannelse til potentiel energi, har man så:

$$\Delta E_{pot} = 0{,}048 \cdot E_{sol} = 0{,}048 \cdot 0{,}225504GJ = 10824192J = 11MJ$$

Der regnes med en densitet for vand på 1,0g/cm^3, og da brønden er 80m dyb får man altså:

$$\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h = \rho \cdot V \cdot g \cdot \Delta h \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{\Delta E_{pot}}{\rho \cdot g \cdot \Delta h}$$

$$V = \frac{10824192J}{1{,}0 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot 80m} = 13{,}77825m^3 = \underline{\underline{14m^3}}$$

Opgave 31 side 108: **Lys i svømmebassin**

a) Effekten og spændingsfaldet kendes, så strømstyrken kan beregnes ved:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{150W}{230V} = 0{,}65217391A = \underline{\underline{0{,}65A}}$$

b) Grænsevinklen, der også er den mindste indfaldsvinkel en lysstråle må ramme grænsefladen med, hvis (alt) lyset skal forblive i lyslederens kerne, bestemmes ud fra de opgivne brydningsindeks:

$$i_g = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}403}{1{,}492}\right) = 70{,}110169° = \underline{\underline{70{,}1°}}$$

c) Man kender effekttabet efter 12m, men skal kende det efter 1m for at kunne udregne det i enheden dB/m. Effekten aftager eksponentielt, og man har så:

$P(x) = P(0) \cdot e^{-\alpha \cdot x}$, hvor α er den konstant. Denne konstant bestemmes:

$$0{,}57 \cdot P(0) = P(0) \cdot e^{-\alpha \cdot 12m} \quad \Leftrightarrow \quad e^{-\alpha \cdot 12m} = 0{,}57 \quad \Leftrightarrow \quad -\alpha \cdot 12m = \ln(0{,}57) \quad \Leftrightarrow$$

$$\alpha = -\frac{\ln(0{,}57)}{12m} = 0{,}04684324m^{-1}$$

Hermed kan det procentvise fald i effekten pr. meter bestemmes:

$$\frac{P(1m)}{P(0)} = \frac{P(0) \cdot e^{-\alpha \cdot 1m}}{P(0)} = e^{-0{,}046843m^{-1} \cdot 1m} = 0{,}954236969$$

Udtrykt i dB pr. meter bliver dette:

$$dB_{tab} = 10\frac{dB}{m} \cdot \log\left(\frac{P_{ind}}{P_{ud}}\right) = 10\frac{dB}{m} \cdot \log\left(\frac{P(0)}{P(1m)}\right) = 10\frac{dB}{m} \cdot \log\left(\frac{1}{0{,}9542369}\right) =$$

$$0{,}20343762\frac{dB}{m} = \underline{\underline{0{,}2\frac{dB}{m}}}$$

Opgave 32 side 108: **Protonhenfald**

a) I det periodiske system ses bismuth at være grundstof nr. 83. Henfaldsskemaet bliver:

$$\underline{\underline{{}^{185}_{83}Bi^* \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{184}_{82}Pb}}$$

Protonen er angivet som ${}^{1}_{1}p$, men den kunne også være angivet som en hydrogenkerne ${}^{1}_{1}H$.
Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen er grundstof nr. 82, der i det periodiske system ses at være bly, Pb. Nukleontalsbevarelsen fortæller, at Pb-isotopen skal have 184 nukleoner.
Der indgår ingen leptoner i regnskabet.

b) Da aktiviteten er faldet til 20,7% efter 100 mikrosekunder, kan halveringstiden bestemmes ved:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$0{,}207 \cdot A_0 = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100 \cdot 10^{-6}s}{T_{½}}} \Leftrightarrow$$

$$0{,}207 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100 \cdot 10^{-6}s}{T_{½}}} \Leftrightarrow$$

$$T_{½} = \frac{\ln(0{,}5)}{\ln(0{,}207)} \cdot 100 \cdot 10^{-6}s = 44{,}0083253 \cdot 10^{-6}s = \underline{\underline{44\mu s}}$$

c) Der spørges om massen af Bi-185-<u>atomet</u>, så der regnes med atommasser i stedet for kernemasser. Først bestemmes massen af højresiden i henfaldsskemaet:

$$m_{højreside} = m_{Pb-184} + m_{H-1} = 183{,}9881u + 1{,}00782504u = 184{,}99592504u$$

Da Q-værdien er positiv (der frigives energi), er massen af venstresiden (Bi-185 i exciteret form) større end ovenstående masse. HVIS henfaldet kunne være foregået fra den ikke exciterede tilstand, ville Q-værdien have været: $Q = 0{,}2554\,pJ - 0{,}0352\,pJ = 0{,}2202\,pJ$. Denne energi kan omregnes til masse, og dermed kan massen af Bi-185 i ikke exciteret tilstand bestemmes:

$$m_{Bi-185} = m_{højreside} + \frac{E}{c^2} = 184{,}99592504u + \frac{0{,}2202 \cdot 10^{-12}J}{\left(299792458\frac{m}{s}\right)^2} \cdot \frac{1}{1{,}66054 \cdot 10^{-27}\frac{kg}{u}} =$$

$$184{,}99740049703u = \underline{\underline{184{,}9974u}}$$

Opgave 33 side 109: **Sporvogn i San Francisco**

a) Kablet ligger mellem skinnerne (ifølge opgaveteksten), og det trækker dermed i vognens bevægelsesretning, hvorfor der gælder:

$$P = F \cdot v \quad \Leftrightarrow \quad F = \frac{P}{v} = \frac{380 \cdot 10^3 W}{15 \cdot \frac{1000m}{3600s}} = 91200N = \underline{\underline{9 \cdot 10^4 N}}$$

b) Sporvognen kører med konstant fart, så den resulterende kraft på den er nul.
Den påvirkes af tyngdekraften, gnidningskraften, normalkraften og trækkraften fra kablet.

Trækkraften $F_{træk}$ er ensrettet med bevægelsesretningen.

Gnidningskraften F_g er modsatrettet bevægelsesretningen.

Normalkraften F_n peger vinkelret op fra underlaget.

Tyngdekraften F_t peger lodret nedad.

Trækkraften er angivet til at være 124kN, og med den anviste målestok kan den indtegnes på bilaget.

Tyngdekraften beregnes: $F_t = m \cdot g = 1{,}5 \cdot 10^4 kg \cdot 9{,}82 \dfrac{m}{s^2} = 147300N = 147{,}3kN$. Dette indtegnes på bilaget.

Den komposant af tyngdekraften, der står vinkelret på underlaget (se den sorte, stiplede pil på bilaget), må udlignes af normalkraften, da hverken trækkraften eller gnidningskraften har komposanter i denne retning. Dermed kan normalkraftens størrelse bestemmes ved at regne på den retvinklede trekant dannet af tyngdekraften og den sorte, stiplede pil:

$F_n = \cos(21°) \cdot F_t = \cos(21°) \cdot 147300N = 137516{,}3968N = 137{,}5kN$. Dette indtegnes på bilaget.

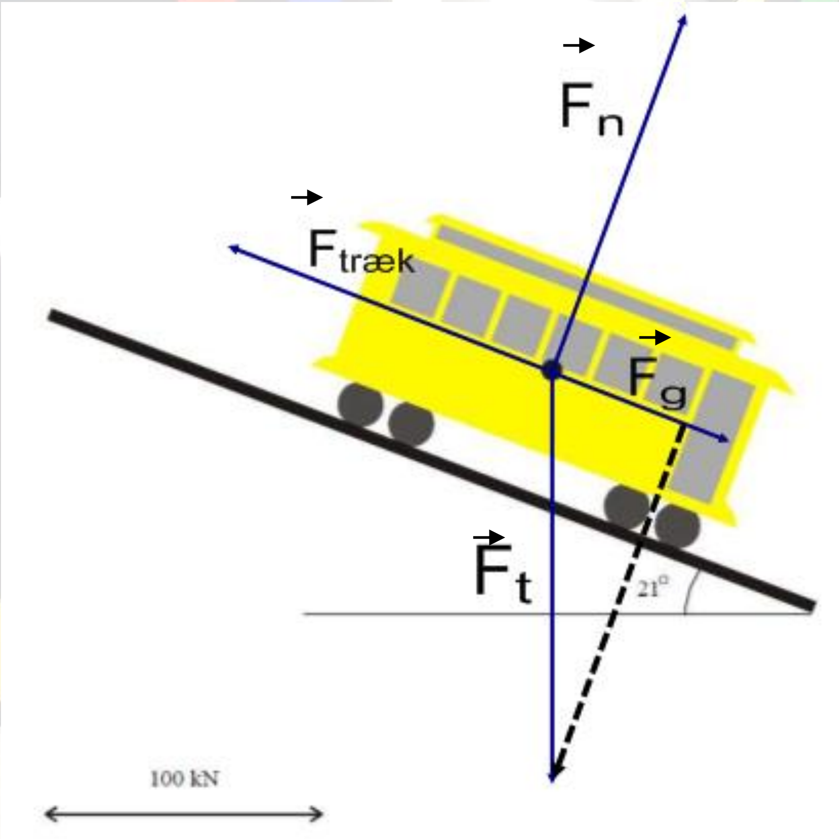
Gnidningskraften kan bestemmes ved at kigge på tyngdekraften og trækkraften, fordi normalkraften står vinkelret på gnidningskraften og dermed ikke har en komposant i dennes retning.

Gnidningskraften må sammen med den del af tyngdekraften, der peger i underlagets retning, udligne trækkraften. Når der ses på størrelserne af kræfterne, har man altså:

$$F_g = F_{træk} - F_{t,underlagskomposant} = F_{træk} - \sin(21°) \cdot F_t = 124kN - \sin(21°) \cdot 147{,}3kN =$$

$$71{,}2124kN = \underline{\underline{7 \cdot 10^4 N}}$$

Dette indtegnes på bilaget:



Opgave 34 side 109: **Laser**

a) Gassen pumpes op i den exciterede tilstand B, hvorefter den henfalder til tilstand A. Det er fra denne tilstand til grundtilstanden, at den stimulerede emission foregår, dvs. at laserstrålingen får bølgelængden:

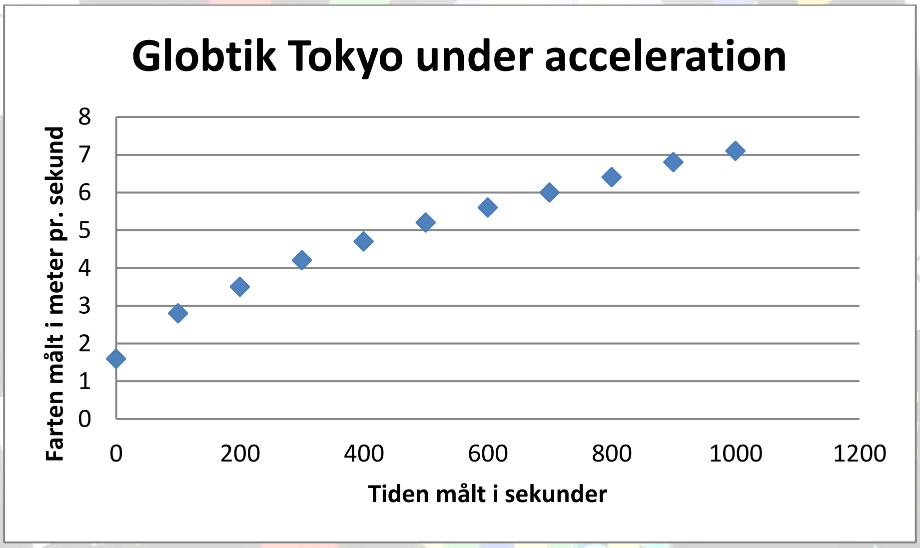
$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_{foton}} = \frac{6,6261 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 299792458 \frac{m}{s}}{0,1282 \cdot 10^{-18} J - 0J} = 1,5495 \cdot 10^{-6} m = \underline{\underline{1550nm}}$$

Opgave 35 side 110: **Globtik Tokyo**

a) Da både farten og massen kendes, kan den kinetiske energi bestemmes ved:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 6,5 \cdot 10^8 kg \cdot \left(7,2 \frac{m}{s}\right)^2 = 1,6848 \cdot 10^{10} J = \underline{\underline{1,68 \cdot 10^{10} J}}$$

b) Der er målt for hver 100s, så tidsintervallerne er lige store, og det ses også, at hastigheden ændrer sig, samt at ændringen IKKE er konstant i de lige store tidsintervaller. Dvs. at det er hverken en bevægelse med konstant hastighed eller acceleration. Man kunne godt forsøge at finde en forskrift for en funktion, der beskrev accelerationen, men det er ikke nødvendigt for at kunne løse opgaverne b) og c), og desuden ses det på punkterne, at der ikke er nogen simpel forskrift, der kan beskrive accelerationen, da punkterne først lægger sig på en bue og derefter danner noget, der kunne minde om en ret linje:



Spørgsmålet besvares derfor ud fra punkterne i tabellen:

For at bestemme accelerationen ved t = 400s, ses på de to punkter på hver side, hvilket ligner en god tilnærmelses, da farten er ændret lige meget til begge sider. Man har altså:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5,2 \frac{m}{s} - 4,2 \frac{m}{s}}{500s - 300s} = \frac{1,0 \frac{m}{s}}{200s} = \underline{\underline{0,0050 \frac{m}{s^2}}}$$

c) For at finde den sejlede strækning på de 1000s, ses på gennemsnitsfarten i hvert interval:

$$\Delta s = \sum v_{gen} \cdot \Delta t = \left(\frac{1,6+2,8}{2} + \frac{2,8+3,5}{2} + \frac{3,5+4,2}{2} + \ldots + \frac{6,4+6,8}{2} + \frac{6,8+7,1}{2}\right) \frac{m}{s} \cdot 100s =$$

$$\left(\frac{1,6}{2} + 2,8 + 3,5 + 4,2 + 4,7 + 5,2 + 5,6 + 6,0 + 6,4 + 6,8 + \frac{7,1}{2}\right) \frac{m}{s} \cdot 100s = 4955m = \underline{\underline{5,0km}}$$

<u>Opgave 36 side 110:</u> **Håndvarme**

a) Det vurderes, at man pr. sekund kan nå at gnide hænderne 5 gange frem og tilbage, hvor hver bevægelse strækker sig over 10 cm, dvs. det pr. sekund drejer sig om en bevægelse over 100cm.
Hver hånd presser med en kraft på 200N (svarende til at skubbe ca. 20kg opad) mod hinanden, dvs. der regnes med en normalkraft på 400N, og hvis gnidningskoefficienten sættes til 0,1, giver det en gnidningskraft på 40N.
Det udførte arbejde er så: $A = F \cdot \Delta s = 40N \cdot 1,0m = 40J$, og da det foregik på et sekund, bliver det til en effekt på: $P = \underline{\underline{40W}}$

<u>Opgave 37 side 111:</u> **Lasersvejsning**

a) Man kender nyttevirkningen η og effekten af laseren, så energiforbruget pr. time bliver:

$$\eta = \frac{E_{laser}}{E_{tilført}} \Leftrightarrow E_{tilført} = \frac{E_{laser}}{\eta} = \frac{P_{laser} \cdot \Delta t}{\eta} = \frac{12 \cdot 10^3 W \cdot 3600s}{0,11} = 392727272,7J = \underline{\underline{0,4GJ}}$$

b) Den maksimale fart svarer til, at der ikke afgives energi til omgivelserne, og at det kun er det område, som laserstrålen rammer, der bliver opvarmet.
For at smelte pladen, skal den først opvarmes til 1515°C, hvorefter den skal skifte fase fra fast til flydende. På 1s afgiver laserstrålen 12kJ, og denne energimængde kan smelte følgende stålmasse:

$$E_{tilført} = m_{stål} \cdot c_{stål} \cdot \Delta T + m_{stål} \cdot L_{s,stål} \Leftrightarrow m_{stål} = \frac{E_{tilført}}{c_{stål} \cdot \Delta T + L_{s,stål}}$$

$$m_{stål} = \frac{12 \cdot 10^3 J}{620 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot (1515 - 20)°C + 2,47 \cdot 10^5 \frac{J}{kg}} = 0,0102223358kg$$

Da man kender densiteten af stålet, kan man omregne massen til et rumfang:

$$V_{stål} = \frac{m_{stål}}{\rho_{stål}} = \frac{0,0102223358kg}{7,86 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}} = 1,3005516 \cdot 10^{-6} m^3 = 1300,55mm^3$$

Det smeltede område regnes som en kasse, og da tykkelsen (højden) er 12,0mm og bredden af strålen 4,0mm, svarer dette rumfang til en kasselængde på:

$$V = h \cdot b \cdot l \Leftrightarrow l = \frac{V}{h \cdot b} = \frac{1300,55mm^3}{12,0mm \cdot 4,0mm} = 27,0948mm$$

Denne længde kan strålen bevæge sig på 1 sekund, så den maksimale fart er: $\underline{\underline{v_{maks} = 2,7 \frac{cm}{s}}}$

Opgave 38 side 112: **Afbrænding af peanuts.**

a) Da den frigivne energi inden for et angivet tidsrum er kendt, kan effekten *P* bestemmes ud fra definitionen

på begrebet: $P_{gen} = \dfrac{E_{frigivet}}{\Delta t} = \dfrac{5{,}8\cdot 10^3\,J}{90s} = 64{,}4444W = \underline{\underline{64W}}$

b) De specifikke varmekapaciteter for aluminium og vand findes i Databogen (henholdsvis side 142 og 147 i 1998-udgaven): $c_{Al} = 896\dfrac{J}{kg\cdot K}$ og $c_{vand} = 4180\dfrac{J}{kg\cdot K}$.

Hermed kan energitilvæksten for dåse og vand bestemmes:

$$\Delta E_{dåse+vand} = \Delta E_{dåse} + \Delta E_{vand} = m_{dåse}\cdot c_{Al}\cdot \Delta T + m_{vand}\cdot c_{vand}\cdot \Delta T =$$

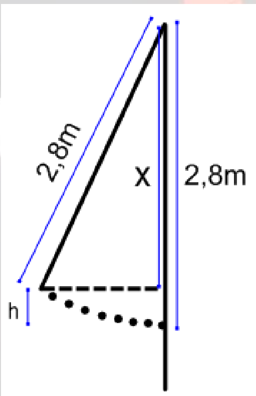
$$0{,}014kg\cdot 896\frac{J}{kg\cdot K}\cdot 8{,}3K + 0{,}142kg\cdot 4180\frac{J}{kg\cdot K}\cdot 8{,}3K = 5030{,}6632J$$

Fra teksten til spørgsmål a) kendes den frigivne (tilførte) energi, og energien modtaget af dåse og vand kendes fra spørgsmål b). Hermed kan nyttevirkningen bestemmes:

$$\eta = \frac{E_{nyttig}}{E_{tilført}} = \frac{5030{,}6632J}{5{,}8\cdot 10^3\,J} = 0{,}86735572413793 = \underline{\underline{87\%}}$$

Opgave 39 side 112: **Gynge**

a) Længden af kablerne vurderes ud fra drengens størrelse til at være 2,8m (Drengens overkrop vurderet til 70cm). Der regnes med, at drengen er på det højeste punkt, dvs. at han står stille, og det antages, at den mekaniske energi er bevaret (dvs. der ses bort fra luftmodstand, og der regnes med, at drengen sidder stille). Udsvingets vinkel vurderes til at være 30°.



Så er drengens højde over det laveste punkt:

$$h = 2{,}8m - x = 2{,}8m - 2{,}8m\cdot\cos(30°) = 0{,}375m$$

Den potentielle energi omdannes til kinetisk energi:

$$E_{kin,bund} = -\Delta E_{pot}$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{bund}^2 = m\cdot g\cdot h \quad\Leftrightarrow\quad v_{bund} = \sqrt{2\cdot g\cdot h} = \sqrt{2\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}375m} = 2{,}7143\frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}7\frac{m}{s}}}$$

Opgave 40 side 113: **Gliese 876**

a) Den udsendte stråling fra Gliese 876 udbreder sig på en kugleflade, dvs. den udsendte effekt *P* vil i den afstand, hvor Jorden befinder sig fra Gliese 876, have fordelt sig på et areal svarende til overfladearealet af en kugle med en radius svarende til afstanden mellem Jorden og Gliese 876:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d_{Jord-Gliese}^2} \quad \Leftrightarrow \quad P = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot d_{Jord-Gliese}^2$$

$$P = 1{,}79 \cdot 10^{-11} \frac{W}{m^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(1{,}45 \cdot 10^{17} m\right)^2 = 4{,}729322 \cdot 10^{24} W = \underline{\underline{4{,}7 \cdot 10^{24} W}}$$

Temperaturen er et udtryk for den gennemsnitlige kinetiske energi, så først skal T bestemmes. Dette gøres med Wiens forskydningslov, da man kender den bølgelængde, hvor intensitetsfordelingen har sit maksimum:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

$$T = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{\lambda_{\max}} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{833 \cdot 10^{-9} m} = 3478{,}9916 K$$

Hermed kan den gennemsnitlige kinetiske energi for partiklerne bestemmes:

$$E_{kin,gen} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = \frac{3}{2} \cdot 1{,}38066 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 3478{,}9916 K = 7{,}2049568 \cdot 10^{-20} J = \underline{\underline{7{,}20 \cdot 10^{-20} J}}$$

b) Tyngdekraften fra Gliese 876 udgør den nødvendige centripetalkraft for den jævne cirkelbevægelse, så man har:

$$F_t = F_c$$

$$G \cdot \frac{M_{Gliese} \cdot m_{planet}}{r_{bane}^2} = m_{planet} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{bane}}{T_{omløb}^2}$$

$$M_{Gliese} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{bane}^3}{G \cdot T_{omløb}^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(3{,}097 \cdot 10^9 m\right)^3}{6{,}6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \left(1{,}938 \cdot 24 \cdot 3600 s\right)^2} =$$

$$6{,}2683499 \cdot 10^{29} kg = \underline{\underline{6{,}27 \cdot 10^{29} kg}}$$

Opgave 41 side 113: **Gasflaske med oxygen**

a) Gassen regnes som en idealgas, da det er simple molekyler og trykket ikke er voldsomt stort. Da rumfanget V og stofmængden n (et mål for antallet af gasmolekyler) ikke ændres ved temperaturstigningen, har man:

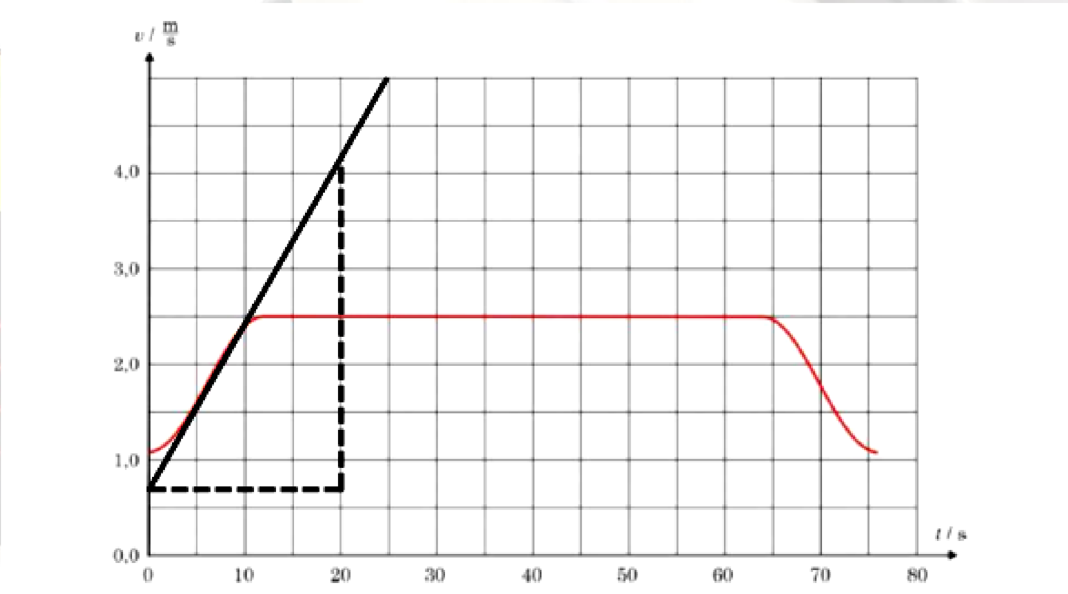
$$\left.\begin{array}{l} p_{start} \cdot V = n \cdot R \cdot T_{start} \\ p_{slut} \cdot V = n \cdot R \cdot T_{slut} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{p_{slut}}{p_{start}} = \frac{T_{slut}}{T_{start}} \quad \Leftrightarrow \quad p_{slut} = \frac{T_{slut}}{T_{start}} \cdot p_{start}$$

Det er den absolutte temperatur (dvs. f.eks. temperaturen målt i Kelvin), der indgår i formlen, så man har:

$$p_{slut} = \frac{T_{slut}}{T_{start}} \cdot p_{start} = \frac{\left(320 + 273{,}15\right) K}{\left(18 + 273{,}15\right) K} \cdot 21{,}3 MPa = 43{,}393766 MPa = \underline{\underline{43{,}4 MPa}}$$

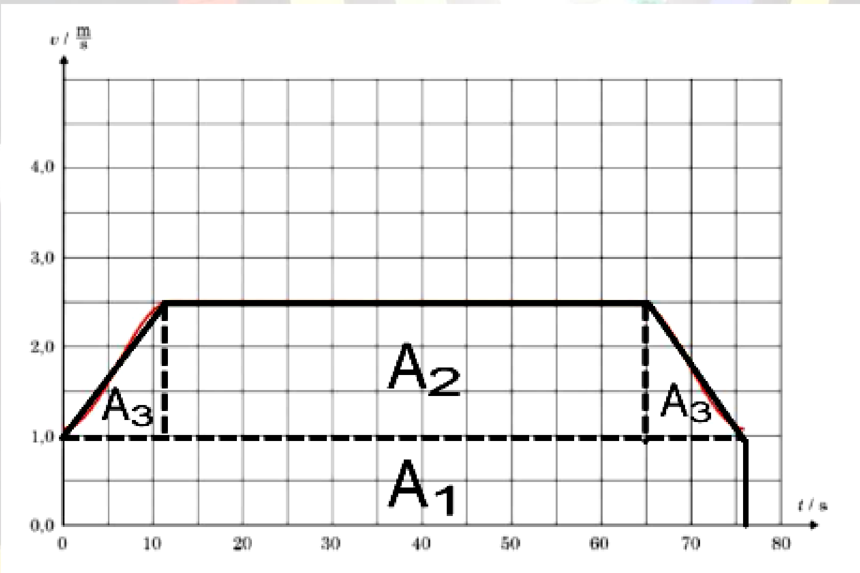
Opgave 42 side 114: **Rullende fortov**

a) Det er en (t,v)-graf, så accelerationen til et bestemt tidspunkt kan bestemmes som hældningen for tangenten til grafen det pågældende sted. Derfor indtegnes tangenten på bilaget:



$$a(5{,}0s)=\frac{(4{,}2-0{,}7)\frac{m}{s}}{20s}=\frac{3{,}5\frac{m}{s}}{20s}=\underline{\underline{0{,}175\frac{m}{s^2}}}$$

b) Det er en (t,v)-graf, så den tilbagelagte strækning kan bestemmes som arealet under grafen. Der indtegnes hjælpefigurer på bilaget til at bestemmes arealet (de to trekanter har samme areal):



$$l_{fortov}=A_1+A_2+2\cdot A_3=1{,}0\frac{m}{s}\cdot 76s+1{,}5\frac{m}{s}\cdot(65-11)s+2\cdot\frac{1}{2}\cdot 1{,}5\frac{m}{s}\cdot 11s=$$

$$76m+81m+16{,}5m=173{,}5m=\underline{\underline{174m}}$$

Opgave 43 side 115: **Bueskydning**

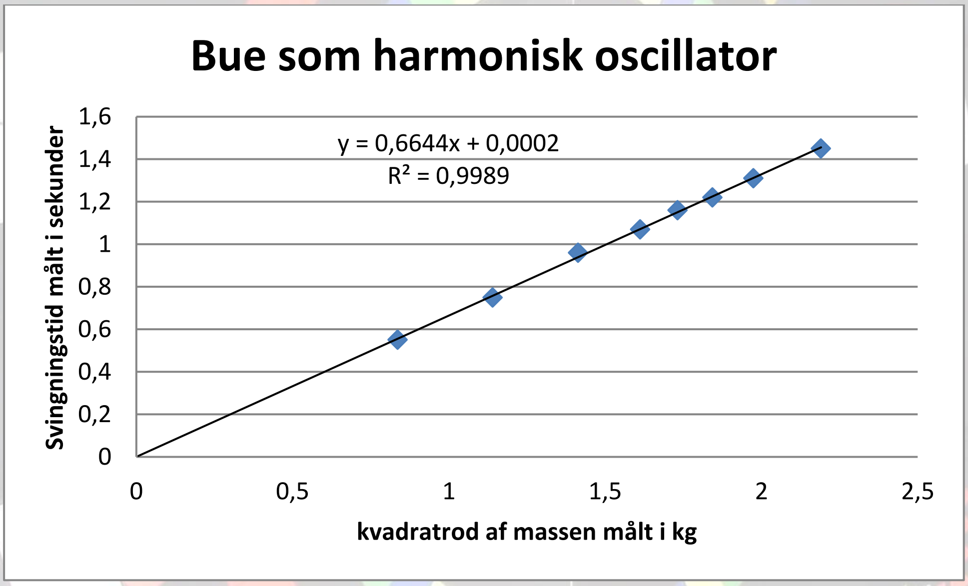
a) Vanddunken hænger stille. Dermed er den resulterende kraft på den nul. Den påvirkes nedad af tyngdekraften, og den må derfor påvirkes opad af buen med en kraft, der er lige så stor som (men modsatrettet) tyngdekraften. Ifølge Newtons 3. lov påvirker vanddunken dermed også buen med en kraft, der er lige så stor som tyngdekraften (og ensrettet med denne):

$$F_{vanddunk} = F_t = m \cdot g = 3,0kg \cdot 9,82\frac{m}{s^2} = 29,46N = \underline{\underline{29N}}$$

b) Når buen fungerer som en fjeder med fjederkonstanten k, hvor vanddunken med massen m hænger og svinger, gælder:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Tabellens værdier indtegnes med tiden som funktion af kvadratroden af massen:



Det ses, at punkterne danner en ret linje i overensstemmelse med formlen ovenfor, og ud fra forskriften kan værdien for k bestemmes:

$$0,6644 = \frac{2 \cdot \pi}{\sqrt{k}} \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{k} = \frac{2 \cdot \pi}{0,6644} \quad \Leftrightarrow \quad k = \left(\frac{2 \cdot \pi}{0,6644}\right)^2 = 89,43355$$

Med enheder har man altså, at:

$$\underline{\underline{k = 0,89\frac{N}{m}}}$$

c) Den potentielle energi, når buen er trukket 0,55m tilbage er:

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 89,43355 \frac{N}{m} \cdot (0,55m)^2 = 13,526825J$$

Da 60% af denne energi går til bevægelsen, bliver den kinetiske energi for pilen:

$$E_{kin} = 0,60 \cdot E_{pot} = 0,60 \cdot 13,526825J = 8,11609466J$$

Pilens masse kendes, så dens fart (der svarer til den vandrette hastighed) kan bestemmes:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,11609466J}{0,0328kg}} = 22,245984 \frac{m}{s}$$

Den lodrette bevægelse er en bevægelse med konstant acceleration og begyndelseshastigheden 0, så tiden inden pilen rammer jorden er:

$$s(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + 0 \cdot t + s_0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,58m}{9,82 \frac{m}{s^2}}} = 0,567267s$$

Dermed kommer pilen i vandret retning:

$$\Delta s_{vandret} = v_{vandret} \cdot t = 22,245984 \frac{m}{s} \cdot 0,567267s = 12,619421m = \underline{\underline{12,6m}}$$

Opgave 44 side 116: **Verdens største accelerator**

a) Da man kender både omkredsen og omløbstiden, kan farten i cirkelbevægelsen bestemmes:

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{O}{T}=\frac{26659m}{8,8925\cdot 10^{-5}s}=299791960\frac{m}{s}=\underline{\underline{2,9979\cdot 10^{8}\frac{m}{s}}}$$

Lysets hastighed er 299792458*m/s*, så det ses, at farten er meget tæt på lysets hastighed (faktisk kan man ikke inden for måleusikkerhederne skelne de to).

b) For at bestemme den elektriske strømstyrke skal man finde ud af, hvor meget ladning der passerer et bestemt sted (tværsnit) i røret.
På ét sekund er antallet *N* af gange hver proton passerer et sted givet ved:

$$N=\frac{\Delta t}{T}=\frac{1s}{8,8925\cdot 10^{-5}s}=11245,4315434$$

Dvs. at antallet af protoner N_p , der hvert sekund passerer det pågældende sted, er:

$$N_p=N\cdot 3,09\cdot 10^{14}=3,47483834692\cdot 10^{18}$$

Da hver proton har én elementarladning, bliver strømmen:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{3,4748383\cdot 10^{18}\cdot 1,602176565\cdot 10^{-19}C}{1s}=0,556730A=\underline{\underline{0,557A}}$$

c) Der dannes en proton og en antiproton (der har samme masse som protonen).
Ifølge Einsteins energi-masse-ækvivalens-formel kræver det:

$$E=m\cdot c^2=2\cdot m_p\cdot c^2=2\cdot 1,672623\cdot 10^{-27}kg\cdot\left(299792458\frac{m}{s}\right)^2=3,006557\cdot 10^{-10}J$$

Da de kolliderende protoner har en energi i størrelsesordnen $10^{-6}J$, er der tilstrækkelig energi til rådighed , til at der kan dannes en proton og en antiproton.

Opgave 45 side 117: **Sutteflaske**

a) Den samlede tilførte energi er 18kJ, og den tilføres i løbet af 240s, så den gennemsnitlige effekt er:

$$P=\frac{\Delta E}{\Delta t}=\frac{18\cdot 10^3 J}{240s}=\underline{\underline{75W}}$$

b) Det antages, at al den frigivne energi går til opvarmning af mælken og stålelementet, så man har:

$E_{frigivet}=m_{stålelement}\cdot c_{stål}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}+m_{mælk}\cdot c_{vand}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}$, hvor det er anvendt, at man for mælk kan regne med samme specifikke varmekapacitet som vand.

I databogen (fra 2000) findes ståls specifikke varmekapacitet på side 143: $c_{stål}=510\frac{J}{kg\cdot K}$

Vands specifikke varmekapacitet er: $c_{vand}=4180\frac{J}{kg\cdot K}$

Hermed kan massen af mælken bestemmes:

$$E_{frigivet}-m_{stålelement}\cdot c_{stål}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}=m_{mælk}\cdot c_{vand}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}\Leftrightarrow$$

$$m_{mælk}=\frac{E_{frigivet}-m_{stålelement}\cdot c_{stål}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}}{c_{vand}\cdot\Delta T_{stålelement\ og\ mælk}}=$$

$$\frac{18\cdot 10^3 J-0,129kg\cdot 510\frac{J}{kg\cdot K}\cdot(37-15)°C}{4180\frac{J}{kg\cdot K}\cdot(37-15)°C}=0,179998kg=\underline{\underline{0,18kg}}$$

Opgave 46 side 117: **Solneutrinoer**

a) I det periodiske system ses B at være grundstof nr. 5, så β^+-henfaldet fra B-8 er:

$$\underline{\underline{{}^{8}_{5}B \rightarrow {}^{8}_{4}Be + {}^{0}_{1}e + \nu}}$$

Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen er grundstof nr. 4, der i det periodiske system ses at være Be (Beryllium), nukleonbevarelsen giver, at datterkernen skal have nukleontallet 8 og leptontalsbevarelsen giver, at det er en neutrino (og ikke en antineutrino), der dannes sammen med positronen (β^+-partiklen).

Den frigivne energi ved reaktionen bestemmes ved at se på forskellen i masserne på de to sider af pilen og benytte energi-masseækvivalensen:

$$\Delta m = m_{Be-8-kerne} + m_e - m_{B-8-kerne} = \left(m_{Be-8-atom} - 4\cdot m_e\right) + m_e - \left(m_{B-8-atom} - 5\cdot m_e\right) =$$

$$m_{Be-8-atom} + 2\cdot m_e - m_{B-8-atom} = 8{,}0053051u + 2\cdot 5{,}4857998\cdot 10^{-4}u - 8{,}024606u = -0{,}018203740u$$

Masserne for de to nuklider (atommasser) er fundet under ”Nukliders masse og bindingsenergi” side 219 i Databogen fra 1995. Positronmassen er værdien fra 2011. Den frigivne energi er altså:

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u}\cdot 1{,}602176565\cdot 10^{-13}\frac{J}{MeV} =$$

$$0{,}01820374\cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u}\cdot 1{,}602176565\cdot 10^{-13}\frac{J}{MeV} = \underline{2{,}7\cdot 10^{-12}J}$$

Positronen og neutrinoen deler den frigivne energi, således at der udsendes både positroner og neutrinoer fordelt i intervallet fra 0 til $2{,}7\cdot 10^{-12}J$ (hvis positronen f.eks. ved et henfald har fået den kinetiske energi $1{,}9\cdot 10^{-12}J$, udsendes neutrinoen med energien $0{,}8\cdot 10^{-12}J$).

Der vil derfor også udsendes neutrinoer med energier større end $1{,}12\cdot 10^{-12}J$, og dermed kan SuperKamiokande detektere neutrinoer fra dette henfald.

Opgave 47 side 118: **Airbus**

a) Der tænkes på tyngdekraften ”nær” jordoverfladen (hvilket både dækker, når flyet står på jorden, og når det flyver i f.eks. 10km’s højde), og den kan bestemmes ud fra den opgivne masse:

$$F_t = m\cdot g = 69{,}0\cdot 10^3 kg\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 677580N = \underline{\underline{678kN}}$$

b) Gnidningskraften dækker over både luftmodstanden og modstanden fra startbanen. Den resulterende kraft på flyet er:

$$F_{res} = F_{motorer} - F_{gnidning} = 284kN - 70{,}7kN = 213{,}3kN$$

Ifølge Newtons 2. lov er dets acceleration så:

$$F_{res} = m\cdot a \quad\Leftrightarrow\quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{213{,}3\cdot 10^3 N}{69{,}0\cdot 10^3 kg} = 3{,}09130\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{3{,}09\frac{m}{s^2}}}$$

c) Accelerationen er defineret som: $a(t) = v'(t)$.

Så hvis man kender accelerationen som funktion af tiden i et interval, kan man findes tilvæksten af hastigheden (der, når flyet står stille fra start, er det samme som hastigheden til slut, dvs. når det letter) ved at udregne det bestemte integral i intervallet:

$$v_{slut} = \Delta v = \int_{t=0}^{t=29s} a(t)dt = \int_{t=0}^{t=29s}\left(-0{,}044\frac{m}{s^3}\cdot t + 3{,}1\frac{m}{s^2}\right)dt = 71{,}398\frac{m}{s} = \underline{\underline{71\frac{m}{s}}}$$

Opgave 48 side 118: **Diodelys**

a) Spændingsfaldet og strømstyrken kendes, så effekten *P* beregnes ved:

$$P = U \cdot I = 2{,}7V \cdot 0{,}50 \cdot 10^{-3} A = 0{,}00135W = \underline{\underline{1{,}35mW}}$$

b) Det bemærkes, at modstanden og dioderne sidder i serieforbindelse, så strømstyrken er den samme (2,0mA) gennem alle komponenterne (ladningen forsvinder ikke).
På grafen, der viser sammenhængen mellem strømstyrken gennem en af lysdioderne og spændingsfaldet over den, aflæses, at når der går en strøm på 2,0mA gennem dioden, vil spændingsfaldet over den være 2,9V.
Da komponenterne sidder i serie, vil spændingsfaldet fordeles over dem, så man har:

$$U_{samlet} = U_R + U_{diode,1} + U_{diode,2} + U_{diode,3} + U_{diode,4} = U_R + 4 \cdot U_{diode} \quad \Leftrightarrow$$

$$U_R = U_{samlet} - 4 \cdot U_{diode} = 12{,}0V - 4 \cdot 2{,}9V = 0{,}4V$$

Da man nu kender både spændingsfaldet over resistoren og strømmen gennem den, kan dens modstand bestemmes ved Ohms lov:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}4V}{2{,}0 \cdot 10^{-3} A} = \underline{\underline{2 \cdot 10^2 \Omega}}$$

Opgave 49 side 120: **Skilift**

a) Vanddråben bevæger sig i en jævn cirkelbevægelse, så den resulterende kraft må pege vandret mod venstre på figuren, da den således udgøres den nødvendige centripetalkraft.
Den lodrette del af F må altså udligne tyngdekraften, der har størrelsen:

$$F_t = m \cdot g = 5{,}0 \cdot 10^{-5} kg \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} = 4{,}91 \cdot 10^{-4} N$$

Den vandrette komposant af F er således den resulterende kraft, og denne udgør sammen med den lodrette komposant og selve F en retvinklet trekant med F som hypotenusen. Den vandrette komposant er den modstående katete til vinklen 25°, mens den lodrette komposant er den hosliggende katete til vinklen.
Dermed har man:

$$F_{res} = F_{vandret} = F_{lodret} \cdot \tan(25°) = 4{,}91 \cdot 10^{-4} N \cdot \tan(25°) = 2{,}289571 \cdot 10^{-4} N$$

Da den resulterende kraft udgør centripetalkraften i cirkelbevægelsen, kan farten i denne bestemmes:

$$F_{res} = F_c = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F_{res} \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{2{,}28957 \cdot 10^{-4} N \cdot 0{,}95m}{5{,}0 \cdot 10^{-5} kg}} = 2{,}0857095 \frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}1 \frac{m}{s}}}$$

<u>*Opgave 50 side 120:*</u> **Bellatrix**

a) Intensitetsfordelingens maksimum bestemmes ved hjælp af Wiens forskydningslov:

$$T \cdot \lambda_{\max} = 0{,}002898 m \cdot K$$

$$\lambda_{\max} = \frac{0{,}002898 m \cdot K}{21{,}5 \cdot 10^3 K} = 1{,}3479069767 \cdot 10^{-7} m = \underline{\underline{134{,}8 nm}}$$

b) Stjernens tilsyneladende lysstyrke L afhænger af den absolutte lysstyrke P (den udstrålede effekt) samt afstanden d til stjernen. Da man kan betragte det udsendte lys, som om det udbreder sig på en kugleskal med effekten fordelt på overfladen, har man:

$$L = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot L}}$$

$$d = \sqrt{\frac{9{,}2 \cdot 10^{29} W}{4 \cdot \pi \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2}}} = 2{,}286783 \cdot 10^{18} m = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^{18} m}} = 242\ lysår$$

c) Da man kender den udstrålede effekt og overfladetemperaturen på Bellatrix, kan man ved hjælp af stefan-boltzmanns lov bestemme stjernens radius r:

$$P = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot T^4}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9{,}2 \cdot 10^{29} W}{4 \cdot \pi \cdot 5{,}6705 \cdot 10^{-8} \cdot \left(21{,}5 \cdot 10^3 K\right)^4}} = 2458110401 m = 2{,}46 \cdot 10^9 m$$

Tyngdeaccelerationen på overfladen af Bellatrix kan så bestemmes ved at sammenholde Newtons 2. lov og gravitationsloven, hvor det udnyttes, at tyngdekraften fra et kugleformet legeme med jævn massefordeling, når man befinder sig på eller uden for kugleskallen kan beregnes som om al massen var placeret i kuglens centrum:

$$F_t = F_{res,objekt}$$

$$G \cdot \frac{m_{objekt} \cdot M_{Bellatrix}}{r^2} = m_{objekt} \cdot a_{objekt} \Leftrightarrow a_{objekt} = G \cdot \frac{M_{Bellatrix}}{r^2}$$

$$a_{objekt} = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}7 \cdot 10^{31} kg}{(2458110401 m)^2} = 187{,}73327 \frac{N}{kg} = \underline{\underline{1{,}9 \cdot 10^2 \frac{m}{s^2}}}$$

Opgave 51 side 121: **Kanoner på Dronningens Bastion**

a) Bevægelsesmængden er bevaret. Før affyringen er der ingen bevægelse, så den samlede bevægelsesmængde er nul, og det skal den altså også være lige efter affyringen, hvor kanonkuglen og kanonen endnu ikke er blevet påvirket af ydre kræfter.

Når man regner den positive retning som kanonkuglens retning, får man altså:

$$p_{samlet} = 0$$

$$m_{kanon} \cdot v_{kanon} + m_{kanonkugle} \cdot v_{kanonkugle} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad v_{kanon} = \frac{-m_{kanonkugle} \cdot v_{kanonkugle}}{m_{kanon}}$$

$$v_{kanon} = \frac{-9,90kg \cdot 610\frac{m}{s}}{3,18 \cdot 10^3 kg} = -1,8990566\frac{m}{s} = \underline{\underline{-1,90\frac{m}{s}}}$$

Det negative fortegn viser, at kanonen triller baglæns.

b) Opgaven kan både løses ved at analysere de virkende kræfter og derefter regne på en bevægelse med konstant acceleration og ved at regne på energierne.

Her regnes på energier. Nulpunktet for den potentielle energi sættes til kanonens startpunkt, så fra start er der udelukkende kinetisk energi, mens kanonen ved sin maksimale højde står stille og derfor udelukkende har den potentielle energi, som den kinetiske energi er blevet omdannet til. Man har altså:

$$m_{kanon} \cdot g \cdot h_{slut} = \frac{1}{2} \cdot m_{kanon} \cdot v_{start}^2 \quad \Leftrightarrow \quad h_{slut} = \frac{v_{start}^2}{2 \cdot g}$$

$$h_{slut} = \frac{\left(1,90\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9,82\frac{m}{s^2}} = 0,18380855m$$

Kanonen triller opad med en vinkel på 5°, så den længde, der trilles på skråplanet, er:

$$\sin(v) = \frac{h_{slut}}{l} \quad \Leftrightarrow \quad l = \frac{h_{slut}}{\sin(v)} = \frac{0,18380855m}{\sin(5,0°)} = 2,10896664m = \underline{\underline{2,1m}}$$

c) Der regnes uden luftmodstand. Kanonkuglens bevægelse består hermed af en vandret bevægelse med den konstante fart 610 m/s og en lodret bevægelse med begyndelseshøjden 12m (højden sættes til 0 ved vandoverfladen), begyndelsesfarten 0 og den konstanten acceleration -9,82 m/s², hvor det negative fortegn viser, at kuglen accelereres nedad.

Den tid, det varer, inden kuglen rammer vandet, kan bestemmes ved at kigge på den lodrette bevægelse og sætte stedfunktionens værdi til 0:

$$0 = -\frac{1}{2} \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot t^2 + 0\frac{m}{s} \cdot t + 12m \quad \Leftrightarrow \quad 12m = \frac{1}{2} \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$t = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot 12m}{9,82\frac{m}{s^2}}} = \pm 1,563327s$$

Det er den positive løsning, der er den rigtige tid, da det andet tidspunkt ligger FØR affyringen.

På denne tid når kanonkuglen i sin vandrette bevægelse:

$$\Delta s = v_0 \cdot t = 610\frac{m}{s} \cdot 1,563327s = 953,629576m = \underline{\underline{0,95km}}$$

Opgave 52 side 122: **Hjertestarter**

a) Da spændingsfaldet og strømstyrken er kendt, kan resistansen beregnes ved:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{1{,}75 \cdot 10^3 V}{35A} = \underline{\underline{50\Omega}}$$

b) Sammenhængen mellem energi og gennemsnitseffekt er givet ved $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta E = P \cdot \Delta t$.

Da effekten ikke er konstant i det pågældende tidsrum, men givet ved et kendt funktionsudtryk, findes den afsatte energi ved integrationen:

$$E_{afsat} = \int_0^{4{,}1 \cdot 10^{-3} s} P(t) \cdot dt = \int_0^{4{,}1 \cdot 10^{-3} s} 61{,}3 \cdot 10^3 W \cdot e^{-180 s^{-1} \cdot t} \cdot dt = 177{,}74646821853J = \underline{\underline{178J}}$$

Opgave 53 side 122: **Mælk i kaffen**

a) Mælk og kaffe består mest af vand, og man kan så regne med, at de har nogenlunde ens specifikke varmekapaciteter. Så der regnes med ens specifikke varmekapaciteter, og det antages, at der i det korte tidsrum, der går, fra kaffen er hældt op, og til mælken er blandet i, ikke udveksles energi med omgivelserne. Kaffens begyndelsestemperatur sættes til $80°C$ og mælken, der er taget direkte fra køleskabet, har temperaturen 5°C. Der er 170g kaffe, og der iblandes 30g mælk.

Hermed får man:

$$\Delta E_{kaffe} + \Delta E_{mælk} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$m_{kaffe} \cdot c \cdot (T_{slut} - 80°C) + m_{mælk} \cdot c \cdot (T_{slut} - 5°C) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$m_{kaffe} \cdot (T_{slut} - 80°C) + m_{mælk} \cdot (T_{slut} - 5°C) = 0$$

Løses på lommeregneren med:

$solve(170 \cdot (x - 80) + 30 \cdot (x - 5) = 0, x)$, der giver x = 68,75

Dvs. at blandingens sluttemperatur er: $T_{slut} = \underline{\underline{69°C}}$

Opgave 54 side 123: **Bremsesvigt**

a) Da det er bevægelse med konstant fart, har man:

$$v=\frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t=\frac{\Delta s}{v}=\frac{6{,}2km}{79km/t}=0{,}07848101266 timer=4.7088607595\min=\underline{\underline{4{,}7\min}}$$

b) Den mekaniske energi består af kinetisk energi og potentiel energi, og tabet i mekanisk energi er dermed givet ved:

$$E_{mek,tab}=-\Delta E_{mek}=-\Delta E_{kin}-\Delta E_{pot}=-\left(E_{kin,slut}-E_{kin,start}\right)-\Delta E_{pot}=$$

$$-\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{slut}^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{start}^2\right)-m\cdot g\cdot\Delta h=$$

$$-m\cdot\left(g\cdot\Delta h+\frac{1}{2}\cdot v_{slut}^2-\frac{1}{2}\cdot v_{start}^2\right)=$$

$$-64\cdot 10^3 kg\cdot\left(9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot(-200m)+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{110}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{10}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2\right)=$$

$$96066370{,}370374J=\underline{\underline{96MJ}}$$

c) Det fremgår implicit af opgaveformuleringen, at luftmodstanden og gnidningskraften fra kontakten mellem dæk og gruset tilsammen udgør den gnidningskraft, der er oplyst til at være konstant på 120kN (hvilket er en urimelig antagelse).
Gnidningskraften peger modsat bevægelsesretningen, og kan således med den viste målestok indtegnes som vist på figuren.

Udover gnidningsmodstanden er lastbilen også påvirket af tyngdekraften og normalkraften.
Tyngdekraften peger lodret nedad, og dens størrelse beregnes til:

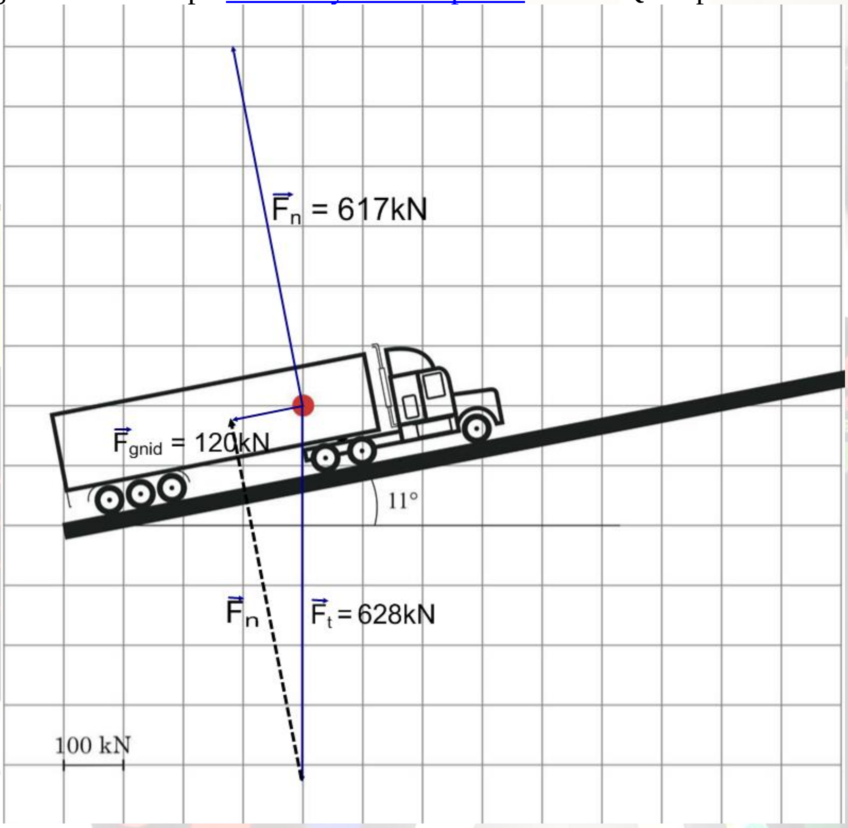
$$F_t=m\cdot g=64\cdot 10^3 kg\cdot 9.82\frac{m}{s^2}=628480\text{N}=\underline{628\text{kN}}$$

Dette indtegnes på figuren.

Normalkraften står – som navnet fortæller – vinkelret på underlaget. Summen af normalkraften og tyngdekraften må være en vektor, der er parallel med underlaget (og peger modsat bevægelsesretningen). Dette ses på figuren, hvor normalvektoren er angivet med en stiplet linje. At den ender næsten oven i gnidningskraftens endepunkt er et tilfælde.
Vinklen på 11° genfindes mellem normalvektoren og tyngdekraften, og dermed kan man ved at se på den retvinklede trekant, som de danner, beregne normalkraftens størrelse til:

$$F_n=F_t\cdot\cos(11°)=616933{,}05225319N=\underline{617kN}$$

Dette stemmer fint overens med vektoren, der blev fundet ud fra tyngdekraften, og som er indtegnet på figuren, hvor de blå vektorer altså angiver de virkende kræfter.



Størrelsen af den resulterende kraft på lastbilen kan bestemmes (retningen er modsat bevægelsen):

$$F_{res} = F_{gnid} + F_t \cdot \sin(11°) = 120 \cdot 10^3\,N + 628480\,N \cdot \sin(11°) = 239919{,}63741425\,N$$

Ifølge Newtons 2. lov er så (den konstante) acceleration:

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{239919{,}64N}{64 \cdot 10^3\,kg} = 3{,}7487443345977\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

For en bevægelse med konstant acceleration gælder:

$$v = a \cdot t + v_0$$

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

Hvis tiden t isoleres i den øverste ligning og indsættes i den nederste fås:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 + v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} + s_0 \quad \Leftrightarrow$$

$$s - s_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2 + v_0^2 - 2 \cdot v \cdot v_0}{a} + \frac{v \cdot v_0 - v_0^2}{a} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta s = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a}$$

Da farten fra start er 110km/t og med en sluthastighed på 0, har man så:

$$\Delta s = \frac{0 - \left(\frac{110}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot \left(-3{,}7487\frac{m}{s^2}\right)} = 124{,}52729393839m = \underline{\underline{125m}}$$

Opgave 55 side 124: **Vindmølle**

a) Når der er 20 omdrejninger pr. minut, er perioden 3,0 sekunder. Da man også kender radius i cirkelbevægelsen, kan farten bestemmes:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 45m}{3{,}0s} = 94{,}24778\frac{m}{s} = \underline{\underline{94\frac{m}{s}}}$$

b) Når vindhastigheden er 12,5 m/s aflæses det på grafen, at møllen leverer effekten 2,6MW.

Samtidig kan vindens leverede effekt beregnes:

$$P_{vind} = 0{,}61\frac{kg}{m^3} \cdot A \cdot v^3 = 0{,}61\frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (45m)^2 \cdot \left(12{,}5\frac{m}{s}\right)^3 = 7579399W = 7{,}6MW$$

Nyttevirkningen er altså:

$$\eta = \frac{P_{mølle}}{P_{vind}} = \frac{2{,}6MW}{7{,}6MW} = 0{,}343035 = \underline{\underline{34\%}}$$

Opgave 56 side 125: **Vakuumkammer**

a) Da man kender rumfanget af kammeret og luftens densitet, kan massen af luften beregnes:

$$m = \rho \cdot V = 1{,}25\frac{kg}{m^3} \cdot 27{,}1 \cdot 10^3 m^3 = 33875kg = \underline{\underline{34\ ton}}$$

Luften betragtes som en idealgas. Der gælder dermed $p \cdot V = N \cdot k_B \cdot T \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{p \cdot V}{N \cdot k_B}$, hvor *p* er trykket, *V* er rumfanget, *N* er antallet af partikler, k_B er Boltzmanns konstant og *T* er temperaturen.

Da temperaturen holdes konstant, og da rumfanget er konstant (kammerets størrelse ændres ikke), får han altså:

$$\frac{p_{start} \cdot V}{N_{start} \cdot k_B} = \frac{p_{slut} \cdot V}{N_{slut} \cdot k_B} \quad \Leftrightarrow \quad p_{slut} = \frac{N_{slut}}{N_{start}} \cdot p_{start}$$

Da det er den samme slags luft, der befinder sig i kammeret fra start til slut (dvs. man går ud fra, at der ikke er fjernet en større procentdel af en bestemt type luftmolekyler end andre), er forholdet mellem antallene af molekylerne det samme som forholdet mellem masserne. Dermed fås:

$$p_{slut} = \frac{m_{slut}}{m_{start}} \cdot p_{start} = \frac{0{,}70kg}{33875kg} \cdot 101 \cdot 10^3\ Pa = 2{,}08708Pa = \underline{\underline{2{,}1Pa}}$$

Opgave 57 side 125: **Brune dværge**

a) Gassen kan betragtes som en idealgas, da tætheden ikke er særlig stor, og man har så:

$$p = \frac{\rho \cdot k_B \cdot T}{m} =$$

$$\frac{1{,}2 \cdot 10^{-17}\,\frac{kg}{m^3} \cdot 1{,}381 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K} \cdot 10K}{0{,}60 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\,kg} = 1{,}6629048381852 \cdot 10^{-12}\,Pa = \underline{\underline{1{,}7 \cdot 10^{-12}\,Pa}}$$

b) Skyens masse beregnes for at vurdere, om den vil ende som en brun dværg (hvilket ifølge opgaveteksten sker, hvis dens masse er mindre end 0,08 gange Solens masse).
Skyen er kugleformet, og man har derfor:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 1{,}2 \cdot 10^{-17}\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(1{,}3 \cdot 10^{15}\,m\right)^3 = 1{,}1043326 \cdot 10^{29}\,kg$$

Desuden har man:

$$0{,}08 \cdot M_{\Theta} = 0{,}08 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\,kg = 1{,}5912 \cdot 10^{29}\,kg$$

<u>Da skyens masse er mindre end ovenstående masse, vil gasskyen altså ende som en brun dværg.</u>

c) Da systemet er stabilt, gælder virialsætningen, der giver, at halvdelen af den omdannede potentielle energi er blevet til kinetisk energi, mens den resterende halvdel er udsendt som stråling. Da man kender det tidsrum, strålingen er udsendt i, kan den udstrålede effekt bestemmes:

$$P = \frac{E_{udstrålet}}{\Delta t} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot \Delta E_{pot}}{\Delta t} = \frac{7{,}3 \cdot 10^{36}\,J}{2 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s} = 5{,}7832 \cdot 10^{24}W = \underline{\underline{5{,}8 \cdot 10^{24}W}}$$

Opgave 58 side 126: **Antistatisk børste**

a) I databogen under radioaktive nuklider (side 207 i 1998-udgaven) ses det, at Po-210 har halveringstiden 138,4 døgn.
Henfaldsloven kan så bruges til at bestemme aktiviteten efter et år:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$A(365\ døgn) = 9{,}25 MBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{365 døgn}{138{,}4 døgn}} = 1{,}486758 MBq = \underline{\underline{1{,}487 MBq}}$$

b) Da aktiviteten og halveringstiden kendes, kan man beregne antallet af Po-210-kerner, hvorefter massen af Po-210 kan bestemmes:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N$$

$$N = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln(2)} = \frac{9{,}25 \cdot 10^6 Bq \cdot 138{,}4 \cdot 24 \cdot 3600 s}{\ln(2)} = 1{,}595754597 \cdot 10^{14}$$

I databogen under nukliders masse (side 226 i 1998-udgaven) findes massen af et Po-210-atom til 209,982848u, og da det ovenfor bestemte antal kerner svarer til antallet af atomer, har man:

$$m = m_{Po-210-atom} \cdot N =$$

$$209{,}982848 u \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{u} \cdot 1{,}59575 \cdot 10^{14} = 5{,}5641556 \cdot 10^{-11} kg = \underline{\underline{55{,}6 ng}}$$

c) I databogen under radioaktive nuklider (side 207 i 1998-udgaven) findes energien af de udsendte alfa-henfald til 5,30MeV.
Da man kender aktiviteten ved produktionen, kan man bestemme den samlede energi alfa-partiklerne bærer med sig pr. sekund:

$$E_{pr.sekund} = A \cdot E_\alpha = 9{,}25 \cdot 10^6 Bq \cdot 5{,}30 \cdot 10^6 eV \cdot 1{,}602176565 \cdot 10^{-19} \frac{J}{eV} = 7{,}85467 \cdot 10^{-6} \frac{J}{s}$$

Dvs. at antallet af ioniserede luftmolekyler er:

$$N_{luftmolekyler\ pr.sekund} = \frac{E_{pr.sekund}}{E_{ionisering}} = \frac{7{,}85467 \cdot 10^{-6} \frac{J}{s}}{5{,}45 \cdot 10^{-18} J} = 1{,}44122 \cdot 10^{12} s^{-1} = \underline{\underline{1{,}441 \cdot 10^{12} s^{-1}}}$$

Opgave 59 side 126: **Radioaktivt sporstof**

a) Da Rb-82 dannes ved elektronindfangning, ved man som udgangspunkt følgende om reaktionen:

$$X + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{82}Rb + \nu$$

Neutrinoen har leptontallet 1 ligesom elektronen, og dermed er leptontallet bevaret.
I det periodiske system ses rubidium at være grundstof nr. 37.
Da der er ladningsbevarelse, må moderkernen altså være grundstof nr. 38, dvs. Sr.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det må være Sr-82-isotopen. Dvs. reaktionsskemaet bliver:

$$\underline{\underline{{}^{82}_{38}Sr + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{82}_{37}Rb + \nu}}$$

b) Halveringstiden for Rb-82 slås op i databogen under radioaktive nuklider (side 201 i 1998-udgaven). Man finder: $T_{½} = 1{,}25\,\text{min}$

Man kan altså se, at aktiviteten hverken er, eller kan regnes som værende, konstant i et tidsrum på 4,0 minutter, og derfor kan man ikke bare tage aktiviteten og gange med tiden for at finde antallet af henfald. Man er i stedet nødt til ved hjælp af henfaldsloven at finde antallet af kerner fra start og antallet af kerner efter 4,0 minutter, hvorefter antallet af henfald kan bestemmes:

$$A_0 = k \cdot N_0 = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N_0 \quad \Leftrightarrow$$

$$N_0 = \frac{A_0 \cdot T_{½}}{\ln(2)} = \frac{1{,}48 \cdot 10^9\,Bq \cdot 1{,}25 \cdot 60s}{\ln(2)} = 160139149539 = 1{,}60 \cdot 10^{11}$$

Antallet af kerner efter 4,0 minutter er:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$N(4{,}0\,\text{min}) = 1{,}60 \cdot 10^{11} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4{,}0\,\text{min}}{1{,}25\,\text{min}}} = 17426153355 = 1{,}74 \cdot 10^{10}$$

Så antallet af henfald inden for de første 4,0 minutter er:

$$N_{henfald} = N_0 - N(4{,}0\,\text{min}) = 1{,}60 \cdot 10^{11} - 1{,}74 \cdot 10^{10} = 142712996184 = \underline{\underline{1{,}43 \cdot 10^{11}}}$$

Opgave 60 side 127: **Gravity Probe-B**

a) Definitionen på begrebet effekt anvendes til at finde den søgte tid:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{5{,}40 \cdot 10^3\,J}{12{,}8W} = 421{,}875s = 7{,}03125\,\text{min} = \underline{\underline{7{,}0\,\text{min}}}$$

b) Heliumbeholdningen opvarmes (ingen faseovergang), så man har:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T \Leftrightarrow \quad m = \frac{\Delta E}{c \cdot \Delta T} = \frac{5{,}40kJ}{2{,}1\frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (1{,}838 - 1{,}826)K} = 214{,}2857kg = \underline{\underline{2{,}1 \cdot 10^2\,kg}}$$

Dette kan række til:

$$t_{He} = \frac{m_{He}}{\frac{-\Delta m_{He}}{\Delta t}} = \frac{214{,}2857kg}{0{,}030\frac{kg}{time}} = 7142{,}8571 time = 297{,}6190 døgn = \underline{\underline{3{,}0 \cdot 10^2\,døgn}}$$

Opgave 61 side 127: **Armstrækninger**

a) Det antages, at armlængden er ca. 50cm, og at massemidtpunktet for personen uden de dele af armene, der går fra albuen og ud og derfor ikke indgår i hævningen, ligger inde i maven i højde med navlen derfor hæves omkring ca. 25cm.
Massen af personen uden de nævnte dele af armene sættes til 65kg.

Hævningen tager ca. 0,5 sekunder, dvs. hævningen sker med farten $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0{,}25m}{0{,}5s} = 0{,}5\frac{m}{s}$

Hermed bliver effekten:

$$P = F \cdot v = F_{t,krop\ uden\ armdele} \cdot v = m \cdot g \cdot v = 65kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}5\frac{m}{s} = 319{,}15W = \underline{\underline{0{,}3kW}}$$

Opgave 62 side 128: **Kanonkonge**

a) Først omregnes kanonkongen fart til enheden m/s: $60km/t = \frac{60}{3{,}6}\frac{m}{s} = 16{,}67\frac{m}{s}$

Da det er den gennemsnitlige acceleration, der skal bestemmes, regnes der, som om det er bevægelse med konstant acceleration, og der er ingen begyndelseshastighed, så man har:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \text{og} \quad v = a \cdot t$$

Tiden isoleres i det sidste udtryk og indsættes i det første:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 2 \cdot s = \frac{v^2}{a} \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(16{,}67\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 5{,}1m} = 27{,}233115\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{27\frac{m}{s^2}}}$$

b) Først ses på den lodrette del afbevægelsen. Tyngdekraften virker i denne retning, og man har dermed en bevægelse med den konstante acceleration *g*, og med affyringsvinklen 35° har man begyndelseshastigheden i lodret retning givet ved: $v_{y,start} = v_{start} \cdot \sin(35°)$.

Tiden der går inden kanonkongen rammer sikkerhedsnettet 3,2m lavere end kanonens munding beregnes ved:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$-3{,}2m = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_{y,start} \cdot t + 0$$

Denne ligning løses ved: $solve(-3{,}2 = -\frac{1}{2} \cdot 9{,}82 \cdot t^2 + \left(\frac{60}{3{,}6}\right) \cdot \sin(35°) \cdot t, t)$, der giver t=-0,29 eller t=2,2382

Den negative løsning kan ikke bruges, da den er før kanonkongen skydes ud, dermed er t = 2,24s den søgte tid.
I dette tidsrum bevæger kanonkongen sig i sin vandrette bevægelse med konstant hastighed, og dermed kan man beregne det stykke, han når:

$$s(t) = v_0 \cdot t$$

$$s(2{,}24s) = v_x \cdot 2{,}24s = v_{start} \cdot \cos(35°) \cdot 2{,}24s = \left(\frac{60}{3{,}6}\frac{m}{s}\right) \cdot \cos(35°) \cdot 2{,}24s =$$

$$30{,}5565249884m = \underline{\underline{31m}}$$

Opgave 63 side 128: **Automatisk parkeringskælder**

a) $F_t = m \cdot g = 2{,}5 \cdot 10^3 kg \cdot 9{,}82 \dfrac{m}{s^2} = 24550N = \underline{\underline{25kN}}$

b) Hastigheden er defineret som $v(t) = s'(t)$, så strækningen kan beregnes ved:

$\Delta s = \int_0^{12} v(t)dt$ (grænserne kunne også være sat til 1,1 og 11,4).

Dette svarer til arealet af området mellem 1. aksen og grafen, og da figuren er et trapez, fås arealet som:

$$\Delta s = A_{trapez} = h \cdot \frac{l_{øvre} + l_{nedre}}{2} = 1{,}0 \frac{m}{s} \cdot \frac{(11{,}4-1{,}1)s + (9{,}1-3{,}7)s}{2} = 7{,}85m = \underline{\underline{7{,}9m}}$$

c) Platformen er påvirket af tyngdekraften og kraften fra de to kæder. Kæderne trækker opad, mens tyngdekraften har retning nedad. Det ses, at platformen accelereres opad, så kraften fra kæderne er større end tyngdekraften, og man har derfor:

$F_{res} = 2 \cdot F_{kæde} - F_t$

Den resulterende kraft kan – da man kender massen af platformen med bilen – bestemmes ved at finde accelerationen, der er hældningen af grafen på det pågældende tidspunkt.

Hældningen (accelerationen) aflæses til:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0-(-1{,}0)\frac{m}{s}}{11{,}4s - 9{,}1s} = \frac{1}{2{,}3} \frac{m}{s^2}$$

Så har man:

$$F_{kæde} = \frac{F_{res} + F_t}{2} = \frac{m \cdot a + F_t}{2} = \frac{2{,}5 \cdot 10^3 kg \cdot \frac{1}{2{,}3} \frac{m}{s^2} + 24550N}{2} = 12818{,}478N = \underline{\underline{12{,}8kN}}$$

Opgave 64 side 129: **Proxima Centauri**

a) Wiens forskydningslov anvendes til at finde den søgte bølgelængde:

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\, m \cdot K}{T} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3}\, m \cdot K}{2{,}67 \cdot 10^{3}\, K} = 1{,}08539326 \cdot 10^{-6}\, m = \underline{\underline{1085 nm}}$$

b) Da den udstrålede effekt er kendt, kan Stefan-Boltzmanns lov bruges til at bestemme radius:

$$P = A_{stjerne} \cdot \sigma \cdot T^4 = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \quad \Leftrightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot T^4}} = \sqrt{\frac{4{,}41 \cdot 10^{22}\, W}{4 \cdot \pi \cdot 5{,}6705 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot \left(2{,}67 \cdot 10^{3}\, K\right)^4}} = 34896443 m = \underline{\underline{3{,}49 \cdot 10^{7}\, m}}$$

c) Tyngdekraften fra dobbeltstjernesystemet på Proxima Centauri udgør den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen:

$$F_t = F_c$$

$$G \cdot \frac{m_{PC} \cdot m_{dobbeltstjerne}}{r^2} = m_{PC} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r^3}{G \cdot m_{dobbeltstjerne}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot \left(0{,}18 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{15}\, m\right)^3}{6{,}6726 \cdot 10^{-11}\, N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot 4{,}01 \cdot 10^{30}\, kg}} =$$

$$2{,}69924302197 \cdot 10^{13}\, s = \frac{2{,}69924302197 \cdot 10^{13}}{3600 \cdot 24 \cdot 365{,}2422}\, år = 855356{,}76546047 år = \underline{\underline{8{,}6 \cdot 10^{5}\, år}}$$

Opgave 65 side 130: **Nære galakser**

a) Da rødforskydningen er under 0,1, kan hastigheden bestemmes ved:

$$v = z \cdot c = 0{,}03005 \cdot 299792458\frac{m}{s} = 9008763\frac{m}{s} = \underline{\underline{9{,}009 \cdot 10^6\frac{m}{s}}}$$

b) Hubbles lov siger, at $v = H_0 \cdot r$, hvor *v* er farten, *r* er afstanden og H_0 er Hubbles konstant.

Hubbles konstant kan altså bestemmes som hældningen af en (r,v)-graf (hvis punkterne danner en proportionalitet). Afstanden kendes, og derfor skal hastigheden for de enkelte galakser bestemmes. Dette gøres ved at kigge på bølgelængderne og ud fra dem udregne rødforskydningen, der så ligesom i spørgsmål a) kan bruges til at bestemme farten.

Her ses en udregning på galakse nr. 5:

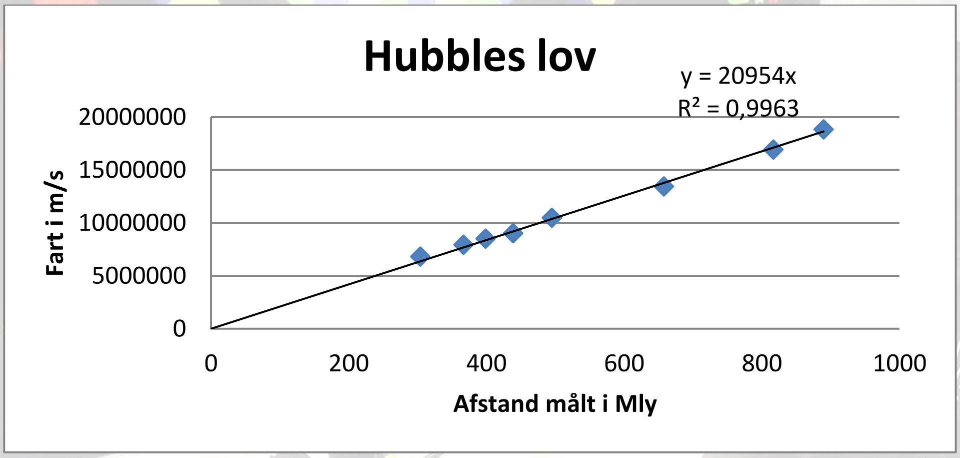
$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{679{,}2nm - 656{,}28nm}{656{,}28nm} = 0{,}03492$$

$$v = z \cdot c = 0{,}03492 \cdot 299792458\frac{m}{s} = 1{,}0470 \cdot 10^7\frac{m}{s}$$

Disse udregninger foretages med formler i Excel, der giver dette skema:

Galakse nr.	Afstand /Mly	Bølgelængde / nm	Rødforskydning (z)	Fart / m/s
1	304	671,2	0,02273	6815541
2	367	673,6	0,02639	7911875
3	399	674,9	0,02837	8505723
4	439	676	0,03005	9008209
5	495	679,2	0,03492	10469987
6	658	685,7	0,04483	13439224
7	817	693,3	0,05641	16910948
8	890	697,5	0,06281	18829532

Farten afsættes som funktion af afstanden:



Punkterne danner en ret linje gennem (0,0) (tendenslinjen er tvunget gennem origo), så Hubbles lov er opfyldt, og Hubbles konstant (hældningen) er altså: $H_0 = 20954\frac{m/s}{Mly} = \underline{\underline{21{,}0\frac{km/s}{Mly}}}$

Opgave 66 side 130: **Nattehimlens klareste stjerne**

a) Da man både kender den udstrålede effekt og stjernens størrelse (radius), kan man ved hjælp af Stefan-Boltzmanns lov finde overfladetemperaturen:

$$P = A_{stjerne} \cdot \sigma \cdot T^4 \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{A_{stjerne} \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{8{,}96 \cdot 10^{27} W}{4 \cdot \pi \cdot \left(1{,}22 \cdot 10^9 m\right)^2 \cdot 5{,}6705 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}}} = 9587{,}14470 K = \underline{\underline{9{,}6 kK}}$$

Opgave 67 side 131: **Skydiving**

a) Da det er en (t,v)-graf, kan accelerationen til et givet tidspunkt bestemmes som hældningen for tangenten i punktet. Så ved t = 5,0s indtegnes en tangent, og på den aflæses hældningen – og dermed accelerationen - at være:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{50\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}}{7{,}4s - 1{,}4s} = \underline{\underline{5{,}0\frac{m}{s^2}}}$$

b) På grafen ser det ud til, at udspringeren efter 16s har nået den konstante fart 52m/s.
Det stykke udspringeren når på de første 16s svarer til arealet under grafen, der bestemmes ved at tælle antallet af tern – der er ca. 138 – og se at hver tern svarer til $\Delta s = 5\frac{m}{s} \cdot 1s = 5m$

Udspringeren skal falde 2,0km, og da stykket efter de 16s er bevægelse med konstant fart, har man altså, at tiden <u>efter</u> 16s er:

$$s = v_0 \cdot t + s_0 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{s - s_0}{v_0}$$

$$t = \frac{2{,}0 \cdot 10^3 m - 138 \cdot 5m}{52\frac{m}{s}} = 25{,}1923s$$

Altså er faldtiden for 2,0km: $t_{fald} = 16s + 25s = \underline{\underline{41s}}$

Opgave 68 side 132: **Mikrobatteri**

a) I databogen (side 200 i 1998-udgaven under "Radioaktive nuklider") ses Ni-63 at være β^--radioaktiv med halveringstiden 100år.
Reaktionsskemaet er altså:

$$\underline{\underline{{}^{63}_{28}Ni \rightarrow {}^{63}_{29}Cu + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

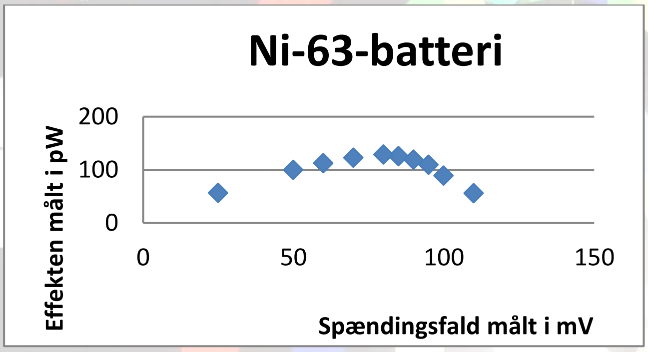
Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen er grundstof nummer 29, der er Cu.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det er Cu-63-isotopen.
Leptontallet er bevaret, når antineutrinoen indgår i reaktionsskemaet.

b) Den afsatte effekt i resistoren er givet ved $P_{resistor} = U \cdot I$.

Så effekten kan udregnes ved at multiplicere tallene i de to rækker. Dette foretages i Excel, hvor man får:

U / mV	I / nA	P / pW
110	0,51	56,1
100	0,89	89
95	1,15	109,25
90	1,32	118,8
85	1,48	125,8
80	1,61	128,8
70	1,75	122,5
60	1,87	112,2
50	2	100
25	2,25	56,25

Effekten afbildes som funktion af spændingsfaldet og punkterne ses at danne en kurve, hvor der helt tydeligt er ét maksimumspunkt:



Den maksimalt afsatte effekt i resistoren er altså $\underline{\underline{P_{\max} = 129\,pW}}$,

og den afsættes, når spændingsfaldet er $\underline{\underline{U = 80mV}}$

c) En strømstyrke på 2,40nA svarer til følgende antal elektroner pr. sekund:

$$N_{elektroner} = \frac{Q_{1s}}{e} = \frac{2{,}40nC}{1{,}602176565 \cdot 10^{-19}C} = 14979622424 = 1{,}498 \cdot 10^{10}$$

Hvis dette er 15% af henfaldene, har antallet af henfald været: $N_{henfald} = \frac{N_{elektroner}}{0{,}15} = 99864149492 = 9{,}99 \cdot 10^{10}$

Aktiviteten fra Ni-63 skal altså være: $A_{Ni-63} = 9{,}99 \cdot 10^{10}\,Bq$

Da man kender halveringstiden fra opslaget i forbindelse med spørgsmål a), kan man så også bestemme antallet af Ni-63-kerner (og dermed antallet af Ni-63-atomer):

$$A_{Ni-63} = k \cdot N_{Ni-63} = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N_{Ni-63} \quad \Leftrightarrow$$

$$N_{Ni-63} = \frac{A_{Ni-63} \cdot T_{½}}{\ln(2)} = \frac{9{,}99 \cdot 10^{10}\,Bq \cdot 100 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s}{\ln(2)} = 4{,}546517 \cdot 10^{20}$$

Massen af et Ni-63-atom slås op på side 221 i databogen (1998-udgaven) til at være 62,929670u

Hermed kan den nødvendige masse Ni-63 beregnes:

$$m_{Ni-63} = N_{Ni-63} \cdot m_{Ni-63-atom} = 4{,}5465 \cdot 10^{20} \cdot 62{,}929670 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}\,kg = 4{,}75098 \cdot 10^{-5}\,kg = \underline{\underline{48mg}}$$

Opgave 69 side 133: **Eridani B**

a) Den bølgelængde, hvor intensitetsfordelingen som funktion af bølgelængden har sit maksimum, bestemmes ved Wiens forskydningslov:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2{,}898 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

$$\lambda_{\max} = \frac{2{,}898 \cdot 10^{-3} m \cdot K}{16{,}8 \cdot 10^{3} K} = 1{,}725 \cdot 10^{-7} m = \underline{\underline{173nm}}$$

b) For at kunne besvare spørgsmålet, skal man kende intensiteten af lyset i Jordens afstand, og derfor skal man først kende stjernens udstrålede effekt. Denne bestemmes ved Stefan-Boltzmanns lov, da radius af stjernen også er kendt:

$$P = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot T^4 = 4 \cdot \pi \cdot \left(9{,}47 \cdot 10^6 m\right)^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot \left(16{,}8 \cdot 10^3 K\right)^4 = 5{,}09014 \cdot 10^{24} W$$

Det udsendte lys breder sig som en kugleskal ud i verdensrummet, så i Jordens afstand er intensiteten:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d_{jord}^2} = \frac{5{,}09014 \cdot 10^{24} W}{4 \cdot \pi \cdot \left(16{,}5 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{15} m\right)^2} = 1{,}66235 \cdot 10^{-11} \frac{W}{m^2}$$

Da teleskopets åbning er $0{,}20 m^2$ er den indkomne effekt:

$$P_{indkomne} = 1{,}66235 \cdot 10^{-11} \frac{W}{m^2} \cdot 0{,}20 m^2 = 3{,}324692319 \cdot 10^{-12} W$$

Da man skal modtage mindst $5{,}0 \cdot 10^{-8} J$, skal teleskopet mindst være belyst i:

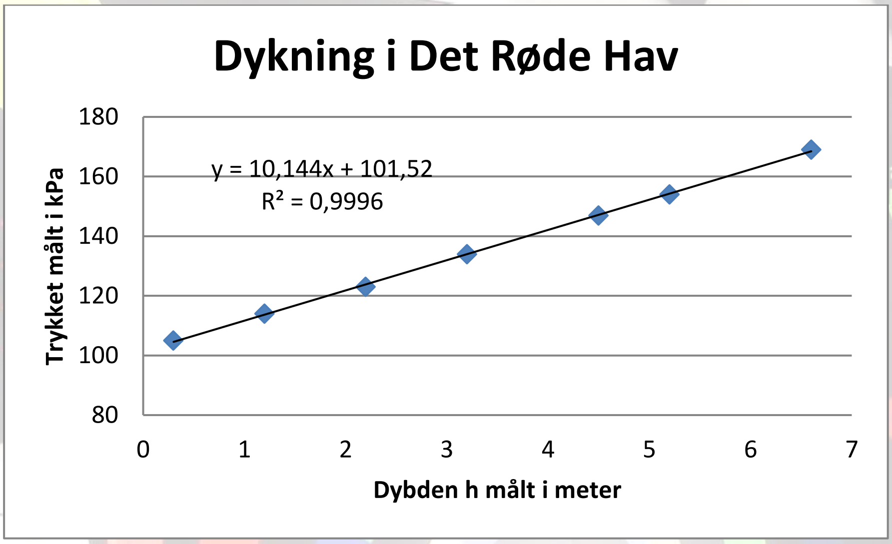
$$P_{indkomne} = \frac{E_{nødvendig}}{t_{nødvendig}} \Leftrightarrow t_{nødvendig} = \frac{E_{nødvendig}}{P_{indkomne}} = \frac{5{,}0 \cdot 10^{-8} J}{3{,}3247 \cdot 10^{-12} W} = 15039 s = \underline{\underline{4{,}2\, timer}}$$

Opgave 70 side 133: **Dykning i Det Røde Hav**

a) Trykket nede under vandet kommer både fra atmosfæren p_0 og fra væskesøjlen $p_{væskesøjle}$ over stedet. Trykket p som funktion af dybden h er altså:

$$p(h) = p_0 + p_{væskesøjle} = p_0 + \rho_{vand} \cdot g \cdot h$$

Der er altså en lineær sammenhæng mellem højden og trykket, så tabellens værdier indtegnes i et koordinatsystem i Excel, og der vælges en lineær tendenslinje:



Af tendenlinjens ligning fremgår det altså, at: $p_0 = 101{,}52kPa = \underline{\underline{101{,}5kPa}}$

b) Tendenslinjen hældning er 10,144 kPa/m, og den kan bruges til at finde vandets densitet.

$$\rho_{vand} \cdot g = 10{,}144kPa/m \quad \Leftrightarrow \quad \rho_{vand} = \frac{10144\frac{Pa}{m}}{9{,}82\frac{m}{s^2}} = 1032{,}99389\frac{kg}{m^3} = \underline{\underline{1{,}033\frac{g}{cm^3}}}$$

Opgave 71 side 134: **Solfanger**

a) Strømstyrken kan beregnes ved hjælp af Ohms lov (selvom det ikke er en resistor, gælder sammenhængen mellem U, R og I stadigvæk. R er bare ikke konstant):

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U}{R} = \frac{12V}{9{,}3\Omega} = 1{,}29032258A = \underline{\underline{1{,}3A}}$$

b) For at finde den energi, som luften har modtaget ved opvarmningen, skal man kende den specifikke varmekapacitet for luft. I databogen (side 149 i 1998-udgaven) findes denne til: $1{,}00 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K}$.

Luften har altså modtaget:

$$\Delta E_{luft} = m \cdot c \cdot \Delta T = 95kg \cdot 1{,}00 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (17{,}0 - 8{,}0)K = 855000J = 855kJ$$

Energien af sollyset, der rammer solfangeren i løbet af en time er:

$$E_{tilført} = P_{sollys} \cdot \Delta t = 588W \cdot 3600s = 2116800J = 2116{,}8kJ$$

Hermed er nyttevirkningen: $\eta = \frac{\Delta E_{luft}}{E_{tilført}} = \frac{855kJ}{2116{,}8kJ} = 0{,}4039116 = \underline{\underline{40\%}}$

Opgave 72 side 135: **Båd for anker**

a) Kraften er parallel med bevægelsesretningen, så effekten er:

$$P = F \cdot v = 386N \cdot 18\frac{m}{60s} = 115{,}8W = \underline{\underline{0{,}12kW}}$$

b) For at bestemme opdriften skal man kende rumfanget af ankeret. Da man kender massen, skal man finde densiteten af aluminium for at bestemme rumfanget. Densiteten findes i det periodiske system på siderne 14 og 15 i databogen 1998-udgaven: $\rho_{Al} = 2{,}698\frac{g}{cm^3} = 2698\frac{kg}{m^3}$.

Så bestemmes rumfanget af ankeret:

$$V_{anker} = \frac{m_{anker}}{\rho_{Al}} = \frac{14{,}4kg}{2698\frac{kg}{m^3}} = 0{,}005337287m^3$$

Opdriften afhænger af vandets densitet. Det antages, at båden sejler på havet, og vandets densitet sættes så til 1020kg/m^3.

Så bliver opdriften:

$$F_{op} = \rho_{vand} \cdot V_{anker} \cdot g = 1020\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}005337287m^3 \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 53{,}46040N = \underline{\underline{53N}}$$

c) De fire kræfter, der virker på båden, er:

Opdriften F_{op}: Har retning lodret opad og størrelsen 6,22kN

Tyngdekraften F_t: Har retning lodret nedad og størrelsen $F_t = m \cdot g = 560kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 5{,}50kN$

Kraften fra vinden F_{vind}: Er rettet vandret mod højre på figuren.

Ankerkraften F_A : Er rettet fra skibet (rødt punkt) og ned mod ankeret, dvs. mod venstre med en vinkel på 17° i forhold til vandret.

Båden ligger stille, så F_{res}=0, og dermed må de fire kræfter udligne hinanden.

F_{vind} har ingen lodret komponent, så det er den lodrette del af F_A, der udligner forskellen mellem tyngdekraften og opdriften:

$$F_{A,lodret} = 6{,}22kN - 5{,}50kN = 0{,}72kN$$

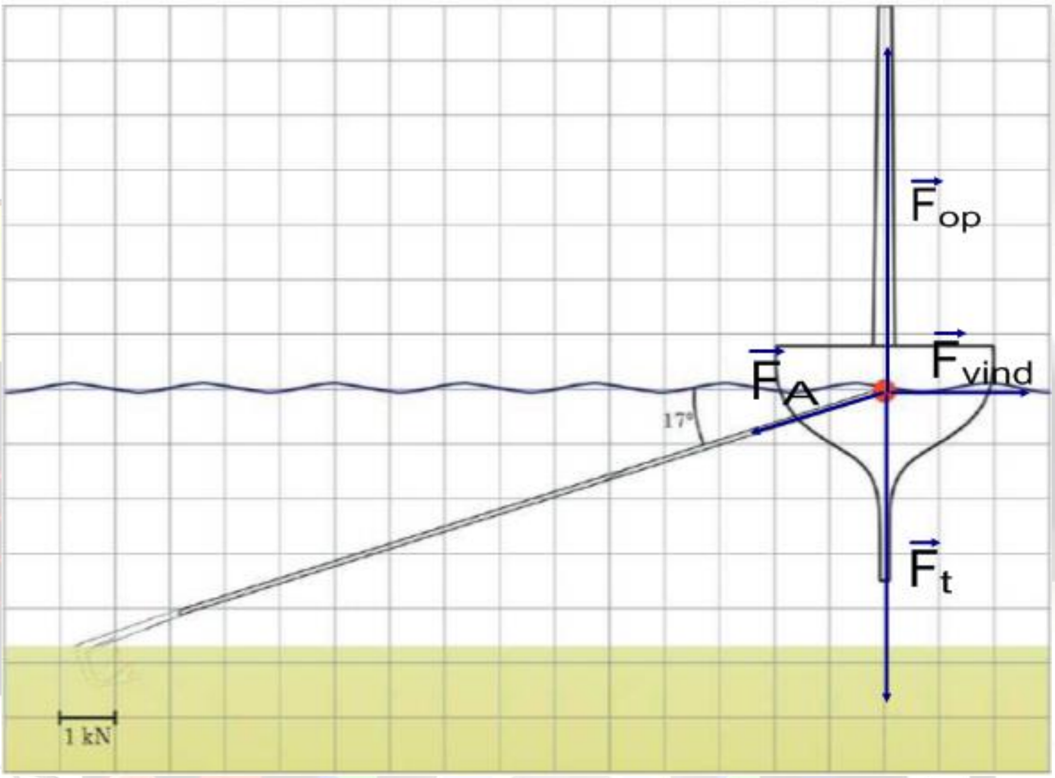
Da vinklen med vandret er på 17°, er størrelsen af ankerkraften:

$$F_A = \frac{F_{A,lodret}}{\sin(17°)} = \frac{0{,}72kN}{\sin(17°)} = 2{,}46kN$$

Den vandrette del af ankerkraften (og dermed også kraften fra vinden) er så:

$$F_{vind} = F_{A,vandret} = \cos(17°) \cdot F_A = \cos(17°) \cdot 2{,}46kN = 2{,}36kN$$

Dermed kan de fire kræfter indtegnes på bilaget:



Opgave 73 side 136: **Türanor**

a) Nyttevirkningen er forholdet mellem den levede effekt og den indstrålede effekt:

$$\eta = \frac{P_{leveret}}{P_{indstrålet}} = \frac{P_{leveret}}{I_{sol} \cdot A_{solceller}} = \frac{93{,}5 \cdot 10^3 W}{930 \frac{W}{m^2} \cdot 536 m^2} = 0{,}18757021344888 = \underline{\underline{18{,}76\%}}$$

b) Først bestemmes den tid Türanor er i stand til at sejle med farten 14 km/h:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{E_{omsat}}{P} = \frac{E_{batteri}}{P_{motorer}} = \frac{4{,}7 \cdot 10^9 J}{20 \cdot 10^3 W} = 235000 s = 65{,}27778 \; timer$$

Med 14 km/h som konstant fart svarer dette til:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 14 \frac{km}{t} \cdot 65{,}28 t = 914 km$$

Der går også lidt energi til andre ting end motorerne, så Türanor kan nok sejle omkring $\underline{\underline{900 km}}$ på et fuldt opladet batteri.

Opgave 74 side 136: **Dobbeltstjernen Sirius**

a) Wiens forskydningslov giver: $\lambda_{\max} = \dfrac{2{,}898\cdot 10^{-3}\, m\cdot K}{T_{overflade}} = \dfrac{2{,}898\cdot 10^{-3}\, m\cdot K}{2{,}48\cdot 10^{4}\, K} = 1{,}168548\cdot 10^{-7}\, m = \underline{\underline{116{,}9 nm}}$

b) Massen af Sirius B er opgivet, så for at finde den gennemsnitlige densitet, skal man finde radius, så rumfanget kan bestemmes. Radius kan bestemmes ud fra Stefan-Boltzmanns lov, da den udstrålede effekt er opgivet, og da man fra tidligere har overfladetemperaturen:

$$P_{udstrålet} = A_{overflade}\cdot\sigma\cdot T^4 = 4\cdot\pi\cdot r^2\cdot\sigma\cdot T^4 \quad\Leftrightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{P_{udstrålet}}{4\cdot\pi\cdot\sigma\cdot T^4}} = \sqrt{\frac{9{,}95\cdot 10^{24} W}{4\cdot\pi\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\dfrac{W}{m^2\cdot T^4}\cdot\left(2{,}48\cdot 10^4 K\right)^4}} = 6075647{,}5m$$

Hermed bliver den gennemsnitlige densitet:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3} = \frac{2{,}09\cdot 10^{30} kg}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(6075647{,}5m)^3} = 2224743614\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \underline{\underline{2{,}22\cdot 10^9\,\frac{kg}{m^3}}}$$

Opgave 75 side 137: **Meget gammelt vand**

a) I databogen under radioaktive nuklider (side 201) ses det, at Kr-81 henfalder ved elektronindfangning. Så reaktionsskemaet bliver: $\underline{\underline{{}^{81}_{36}Kr + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{81}_{35}Br + \nu}}$

Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen har atomnummeret 35, som er brom.
Nukleonbevarelsen fortæller, at det er Br-81-isotopen, der dannes.
Leptontalsbevarelsen giver, at der må udsendes en neutrino (leptontallet 1).

b) Samme sted som henfaldstypen for Kr-81 blev fundet, ses det også, at halveringstiden for henfaldet er 0,21Mår. Da antallet af kerner er opgivet, kan aktiviteten bestemmes:

$$A = k\cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}}\cdot N = \frac{\ln(2)}{0{,}21\cdot 10^6\cdot 365{,}2422\cdot 24\cdot 3600s}\cdot 2{,}32\cdot 10^6 = 2{,}4266\cdot 10^{-7}\, s^{-1} = \underline{\underline{0{,}24\mu Bq}}$$

c) Alderen af vandet kan bestemmes ved hjælp af henfaldsloven:

$$N(t) = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \quad\Leftrightarrow\quad \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \frac{t}{T_{½}}\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad\Leftrightarrow$$

$$t = T_{½}\cdot\frac{\ln\left(\dfrac{N_0}{N(t)}\right)}{\ln(2)} = 2{,}1\cdot 10^5\, år\cdot\frac{\ln\left(\dfrac{1900}{450}\right)}{\ln(2)} = 436381 år = \underline{\underline{4{,}4\cdot 10^5\, år}}$$

Da vandet under Gum Horia er $2{,}30\cdot 10^5\, år$ gammelt, er den tid, det bruger på at sive de 220km fra Gum Horia til Farafra altså: $t_{sivning} = 436381 år - 2{,}30\cdot 10^5\, år = 206381 år$

Hermed bliver gennemsnitsfarten:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{220\cdot 10^3 m}{206381\cdot 365{,}2422\cdot 24\cdot 3600} = 3{,}377997\cdot 10^{-8}\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{3{,}4\cdot 10^{-8}\,\frac{m}{s}}}$$

Opgave 76 side 138: **Enterprise**

a) Kabinerne udfører en jævn cirkelbevægelse, så farten beregnes ved:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5{,}3m}{4{,}2s} = 7{,}92878\frac{m}{s} = \underline{\underline{7{,}9\frac{m}{s}}}$$

b) Der virker to kræfter på kabinen (der ses bort fra luftmodstand og den tilsvarende kraft fra karrussellens motor, der skal sørge for konstant fart): Tyngdekraften og kraften fra hængslet.
Disse to kræfter udgør tilsammen den nødvendige centripetalkraft, der har størrelsen:

$$F_c = m \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} = 215kg \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 5{,}3m}{(4{,}2s)^2} = 2550{,}207N$$

Tyngdekraftens størrelse er: $F_t = m \cdot g = 215kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 2111{,}3N$

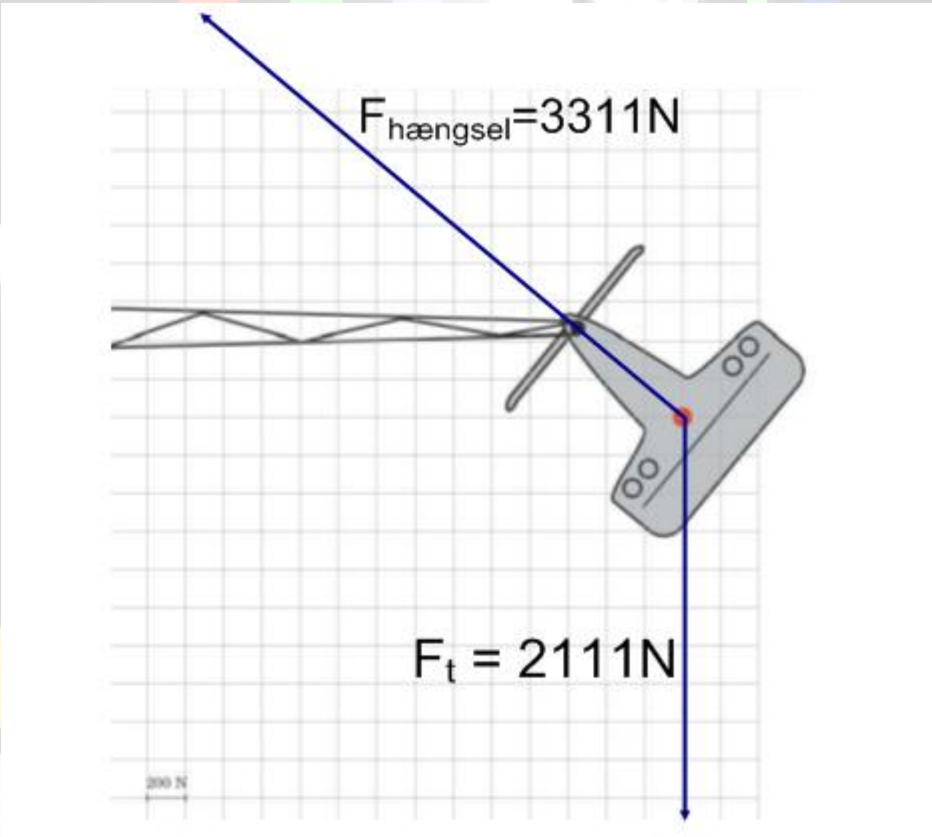
Da den resulterende kraft (svarende til centripetalkraften) er vandret, må den lodrette del af hængselkraften være lige så stor som tyngdekraften (og pege opad). Desuden er det den vandrette del af hængselkraften, der udgør centripetalkraften. Man har altså:

$$F_{hængsel,lodret} = 2111{,}3N$$

$$F_{hængsel,vandret} = 2550{,}2N$$

Hermed bliver størrelsen af hængselkraften:

$F_{hængsel} = \sqrt{F_{hængsel,vandret}^2 + F_{hængsel,lodret}^2} = \sqrt{(2550{,}2N)^2 + (2111{,}3N)^2} = 3310{,}762N = 3311N$ Nu kan størrelse og retning indtegnes på figuren, da man ved, at kraften virker fra massemidtpunktet (den røde prik) op mod hængslet:



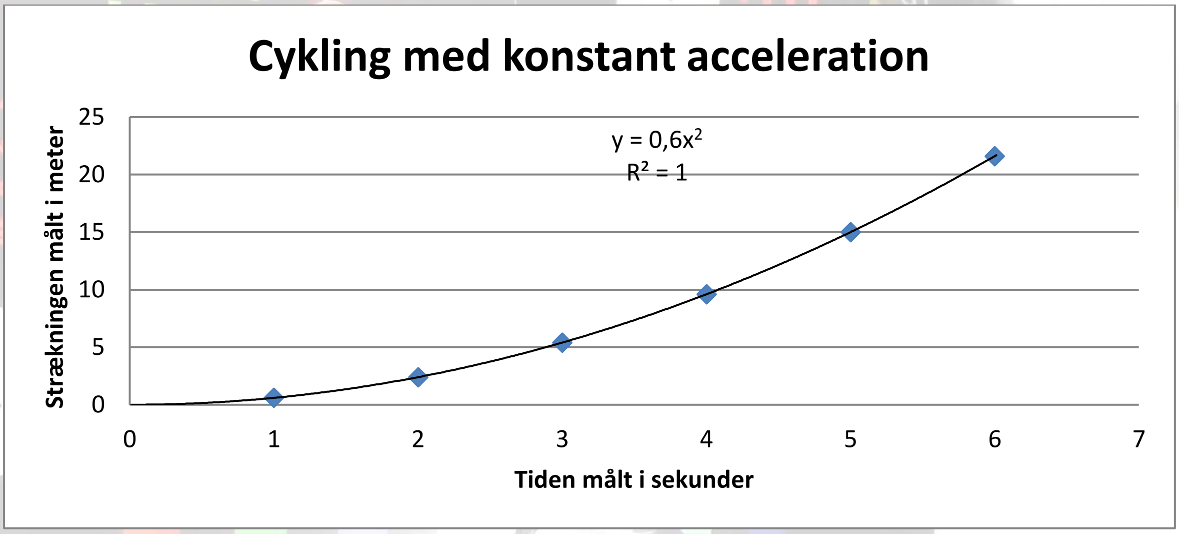
Opgave 77 side 138: **E-bike**

a) Da bevægelsen er med konstant fart kan tiden beregnes ved:

$$t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{5{,}0km}{25\frac{km}{t}} = 0{,}2timer = \underline{\underline{12\,\text{min}}}$$

b) For bevægelse med konstant acceleration gælder: $s(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$

Tabellens værdier indtegnes på en (t,s)-graf, og da accelerationen er konstant (og begyndelsessted og –fart er 0), vælges regression med en potensfunktion med eksponenten 2:



Ud fra tendenslinjens forskrift aflæses accelerationen til 1,2m/s².

Farten omregnes fra km/t til m/s: $v = 25\frac{km}{t} = 25 \cdot \frac{1000m}{3600s} = 6{,}94\frac{m}{s}$

Så kan man regne ud, hvornår cyklisten opnår denne fart:

$$v = a \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{v}{a} = \frac{6{,}94\frac{m}{s}}{1{,}20\frac{m}{s^2}} = 5{,}787s = \underline{\underline{5{,}8s}}$$

c) Effekten er givet ved: $P = F \cdot v$, hvor *F* er kraften på cyklen og *v* er cyklings fart.
Kraften på cyklen er den resulterende kraft, der fører til accelerationen. Da accelerationen er konstant, er den resulterende kraft også konstant (massen ændres ikke), og dermed vil effekten øges, når farten øges. Da hjælpemotoren yder en konstant hjælpeeffekt, skal cyklisten altså selv yde den største effekt, når farten er størst, dvs. efter 6 sekunder.

Først bestemmes farten efter 6 sekunder: $v = a \cdot t = 1{,}2\frac{m}{s^2} \cdot 6s = 7{,}2\frac{m}{s}$

Hermed kan cyklistens største effekt bestemmes:

$$P_{maks} = P_{6\,sekunder} - P_{motor} = F_{res} \cdot v_{6\,sekunder} - P_{motor} = m \cdot a \cdot v_{6\,sekunder} - P_{motor} =$$

$$65{,}2kg \cdot 1{,}2\frac{m}{s^2} \cdot 7{,}2\frac{m}{s} - 250W = 313{,}328W = \underline{\underline{313W}}$$

Opgave 78 side 139: **Stålværk**

a) Da den afsatte effekt og spændingsfaldet er kendt, kan strømstyrken gennem jernet (der kan betragtes som en simpel resistor) beregnes:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{40 \cdot 10^6 W}{900V} = 44444{,}444A = \underline{\underline{44kA}}$$

b) Det antages, at systemet er isoleret (dvs. der er ikke varmeafgivelse til omgivelserne) og at jernet fra start er 20°C. Jernet skal først opvarmes til smeltepunktet, så man har brug for at kende den specifikke varmekapacitet for jern. Den findes på side 142 i databogen (version 1998) og er $c_{jern} = 452\frac{J}{kg \cdot K}$ (ved stuetemperatur). Den specifikke varmekapacitet afhænger en lille smule af temperaturen, men den regnes som konstant. Jernets smeltepunkt kan findes i det periodiske system (databogen side 14), hvor det ses at være 1540°C. Hermed fås:

$$\Delta t = \frac{E_{omsat}}{P} = \frac{E_{opvarmning} + E_{smeltning}}{P} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L_s}{P} = \frac{m \cdot (c \cdot \Delta T + L_s)}{P} =$$

$$\frac{80 \cdot 10^3 kg \cdot \left(452\frac{J}{kg \cdot K} \cdot (1540 - 20)K + 275 \cdot 10^3 \frac{J}{kg}\right)}{40 \cdot 10^6 W} = \frac{7{,}69632 \cdot 10^{10} J}{40 \cdot 10^6 W} = 1924s = \underline{\underline{32\min}}$$

Opgave 79 side 140: **Metro**

a) Først bestemmes massen af den luft, der skal nedbremses:

$$m_{luft} = \rho \cdot V = \rho \cdot A_{tværsnit} \cdot l_{tog} = 1{,}21\frac{kg}{m^3} \cdot 4{,}0m^2 \cdot 38{,}5m = 186{,}34kg$$

Overtrykket på (101,03-100,98)kPa = 50Pa omregnes til den ekstra kraft, der virker på forruden:

$$p = \frac{F}{A} \quad \Leftrightarrow \quad F = p \cdot A = 50Pa \cdot 4{,}0m^2 = 200N$$

Dette er kraften, der bruges til at nedbremse luftmassen, så Newtons 2. lov giver accelerationen:

$$F_{res} = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{200N}{186{,}34kg} = 1{,}073307\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{1{,}07\frac{m}{s^2}}}$$

Det er ovenfor benyttet, at luften befinder sig i et accelereret system, hvorfor man kan regne på det, som om det var i et tyngdefelt (med accelerationen 1,07m/s²), så princippet i opgaven er egentlig det samme, som når man benyttet trykket ved jordoverfladen til at vurdere atmosfærens masse.

Opgave 80 side 141: **En ukendt stjerne**

a) Den bølgelængde, hvor intensiteten er størst, aflæses til at være 505nm.

Da stjernen kan betragtes som et absolut sort legeme, kan Wiens forskydningslov benyttes til at beregne overfladetemperaturen:

$$\lambda_{maks} \cdot T = 0,002898K \cdot m \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{0,002898K \cdot m}{\lambda_{maks}} = 5738,61K = \underline{\underline{5,74kK}}$$

b) Det antages, at lyset ikke absorberes på sin vej fra stjernen til Jorden. Så udbreder det sig på en kugleskal:

$I = \dfrac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$, hvor P er stjernens lysstyrke, I er intensiteten observeret på Jorden og r er afstanden mellem stjernen og Jorden.

$$r = \sqrt{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot I}} = \sqrt{\frac{1,42 \cdot 10^{28} W}{4 \cdot \pi \cdot 2,00 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2}}} = 2,376973 \cdot 10^{17} m = \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{17} m}} \quad \text{(25 lysår)}$$

Opgave 81 side 141: **Sukker**

a) På målebægeret kan man aflæse, at 1,00L svarer til 850g sukker. Hermed kan densiteten af sukkeret beregnes til:

$$\rho_{sukker} = \frac{m_{sukker}}{V_{sukker}} = \frac{850g}{1,00 \cdot 10^3 cm^3} = \underline{\underline{0,85 \frac{g}{cm^3}}}$$

Opgave 82 side 142: **Knivkast**

a) Når kniven rammer skiven og borer sig ind i den, bliver den påvirket af en resulterende kraft, der virker modsat bevægelsesretningen og dermed bremser bevægelsen.
Den resulterende krafts (negative) arbejde svarer til den (negative) tilvækst i kinetisk energi:

$$A_{res} = \Delta E_{kin}$$

$$-F_{res,gennemsnit} \cdot x_{indtrængning} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{res,gennemsnit} = \frac{m \cdot v_{start}^2}{2 \cdot x_{indtrængning}} = \frac{0,21kg \cdot \left(13,6\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 0,0060m} = 3236,8N = \underline{\underline{3,2kN}}$$

b) Der ses bort fra luftmodstand, så bevægelsen kan deles op i en vandret bevægelse med konstant hastighed og en lodret med konstant acceleration.
Den konstante hastighed i den vandrette bevægelse kan bestemmes, da man kender kastevinklen og begyndelsesfarten:

$$v_{vandret} = \cos(8,4°) \cdot v_{start} = \cos(8,4°) \cdot 15,3\frac{m}{s} = 15,13586669\frac{m}{s}$$

Da man nu kender den vandrette bevægelses hastighed, kan man beregne, hvor lang tid der går, inden kniven rammer skiven:

$$v_{vandret} = \frac{x_{skive}}{t_{skive}} \quad \Leftrightarrow \quad t_{skive} = \frac{x_{skive}}{v_{vandret}} = \frac{2,2m}{15,13586669\frac{m}{s}} = 0,145350s$$

Nu kendes det tidsrum kniven flyver i luften, og accelerationen i den lodrette bevægelse er tyngdeaccelerationen. Da man kender starthøjden og kan beregne den lodrette begyndelseshastighed, kan man hermed bestemme den højde kniven vil være i, når den rammer skiven. Den positive retning vælges opad:

$$y(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 - v_{start} \cdot \sin(8,4°) \cdot t + y_0$$

$$y(0,14535s) = -\frac{1}{2} \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot (0,14535s)^2 - 15,3\frac{m}{s} \cdot \sin(8,4°) \cdot 0,14535s + 1,1m$$

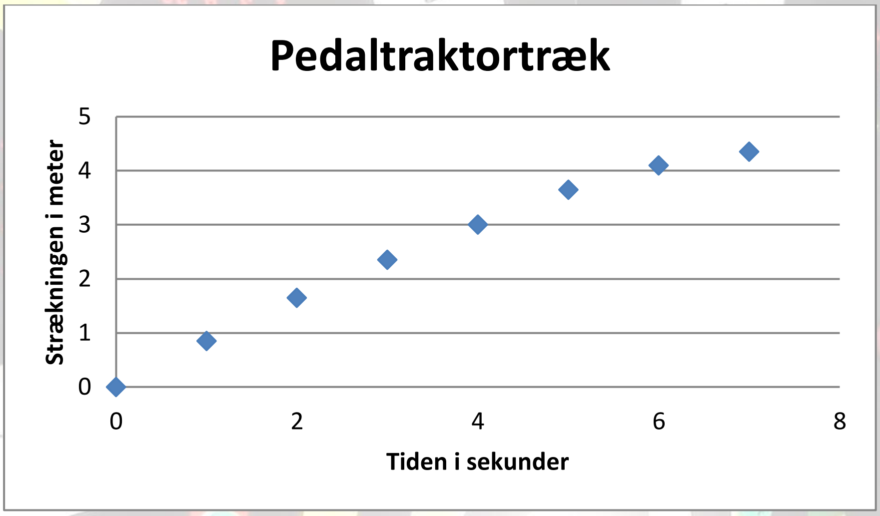
$$y(0,14535s) = 0,67140038m = \underline{\underline{0,7m}}$$

Opgave 83 side 143: **Pedaltraktortræk**

a) Da man kender massen og den resulterende kraft, kan accelerationen bestemmes ved Newtons 2. lov:

$$F_{res} = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{41N}{190kg} = 0,215789\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{0,22\frac{m}{s^2}}}$$

b) For at se, om man kan bruge en simpel matematisk model til at beskrive bevægelsen, indtegnes tabellens punkter i et koordinatsystem:



Punkterne ser ud til at danne en tilnærmelsesvis ret linje på det første stykke (let buet), men så bøjer den af, og da desuden punktet (0,0) indgår, kan stedfunktionen ikke beskrives ved en lineær, eksponentiel eller potensudvikling.
MEN, som det ses på punkternes placering, kan man med god tilnærmelse bestemme farten til tiden t = 4,0s som gennemsnitsfarten i intervallet [3s;5s].

$$v_{4,0s} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3,65m - 2,35m}{5,0s - 3,0s} = \frac{1,30m}{2,0s} = \underline{\underline{0,65\frac{m}{s}}}$$

c) Gnidningskraften som funktion af strækningen er oplyst at være $F_{gnid} = 105\frac{N}{m} \cdot s + 84N$.

En krafts arbejde er generelt defineret som $A = F \cdot \Delta s \cdot \cos(v)$, hvor v er vinklen mellem kraftens retning og bevægelsens retning. I dette tilfælde er det to modsatte retninger (v = 180°), så arbejdet bliver negativt, men man er interesseret i den effekt arbejdet udføres med, og derfor ses bort fra fortegnet.
Da kraften ikke er konstant, findes det samlede arbejde ved at integrere kraftudtrykket med hensyn til strækningen, og da trækkets tid kendes, kan effekten beregnes:

$$P = \frac{A_{gnidning}}{\Delta t} = \frac{\int_{0m}^{10,0m} (105\frac{N}{m} \cdot s + 84N) \cdot ds}{\Delta t} = \frac{\left[\frac{1}{2} \cdot 105\frac{N}{m} \cdot s^2 + 84N \cdot s\right]_{0m}^{10,0m}}{\Delta t} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot 105\frac{N}{m} \cdot (10,0m)^2 + 84N \cdot 10,0m}{13,1s} = 464,885496W = \underline{\underline{0,46kW}}$$

<u>Opgave 84 side 144:</u> **Alnilam**

a) Da man kender både radius og stjernens effektive overfladetemperatur, kan stefan-boltzmanns lov benyttes til at bestemme den udsendte effekt (lysstyrken):

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4 = \sigma \cdot 4\pi r^2 \cdot T^4$$

$$P = 5{,}6705 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot 4 \cdot \pi \cdot \left(1{,}81 \cdot 10^{10} m\right)^2 \cdot \left(2{,}5 \cdot 10^4 K\right)^4 = 9{,}1190249 \cdot 10^{31} W = \underline{\underline{9{,}1 \cdot 10^{31} W}}$$

b) For at bestemme tyngdeaccelerationen på overfladen af Alnilam udnyttes det, at man kan regne, som om al massen var placeret i centrum af stjernen (dvs. man betragter enhver tilpas tynd kugleskal af stjernen som homogen). Det er kun tyngdekraften, der virker ved overfladen, så den udgør den resulterende kraft. Newtons 2. lov og gravitationsloven kan så kombineres:

$$F_{res} = F_t$$

$$m \cdot a = G \cdot \frac{m \cdot M_{Alnilam}}{r^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$a = G \cdot \frac{M_{Alnilam}}{r^2} = 6{,}6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{40 \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30} kg}{\left(1{,}81 \cdot 10^{10} m\right)^2} = 16{,}20439 \frac{m}{s^2} = \underline{\underline{16{,}2 \frac{m}{s^2}}}$$

Opgave 85 side 144: **Katastrofen i Kyshtym**

a) I databogen under radioaktive nuklider (side 204 i 1998-udgaven) ses Ce-144 at være β^--radioaktiv med halveringstiden 284 døgn. Desuden ses Ce at være grundstof nr. 58.
Da isotopen er β^--radioaktiv, udsendes en elektron, og man får altså:

$$\underline{\underline{{}^{144}_{58}Ce \rightarrow {}^{144}_{59}Pr + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}}}$$

Elektronen ledsages altid af en antineutrino (beskrevet ved leptontalsbevarelse).
Ladningsbevarelsen (58 = 59 -1) giver, at datterkernen er grundstof nr. 59, der i det periodiske system ses at være Pr.
Nukleontalsbevarelsen (144 = 144 + 0) giver, at det er isotopen Pr-144, der dannes.

b) Man kender halveringstiden og aktiviteten (det ikke så ofte benyttede præfiks P – peta – står for 10^{15}), så antallet af kerner kan bestemmes, hvorefter massen kan findes:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N \quad \Leftrightarrow \quad N = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln(2)}$$

$$m_{Ce-144-udslip} = N \cdot m_{Ce-144-atom} = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln(2)} \cdot m_{Ce-144-atom}$$

$$m_{Ce-144-udslip} = \frac{24,4 \cdot 10^{15}\,Bq \cdot 284 \cdot 24 \cdot 3600s}{\ln(2)} \cdot 143,913643 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}\,kg =$$

$$0,206418kg = \underline{\underline{206g}}$$

Atommassen af Ce-144 er slået op i databogen under ”Nukliders masse og bindingsenergi” side 223 i 1998-udgaven.

c) I databogen under radioaktive nuklider (side 201) ses Sr-90 at have en halveringstid på 28,8 år.
Da man for begge radioaktive nuklider kender begyndelsesaktiviteten og halveringstiden, kan man ved hjælp af henfaldsloven opskrive følgende udtryk for at bestemme, hvornår aktiviteten af Sr-90 overstiger aktiviteten af Ce-144:

$$A_{Sr-90}(t) > A_{Ce-144}(t)$$

$$A_{0,Sr-90} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{28,8år}} > A_{0,Ce-144} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{0,7776år}}$$

$$2,0PBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{28,8år}} > 24,4PBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{0,7776år}}$$

Halveringstiden for Ce-144 er omregnet til år ved: $T_{½} = \frac{284døgn}{365,2422døgn/år} = 0,777566år$

På TI n’spire indtastes:

$$\text{solve}\left(2 \cdot (0.5)^{\frac{t}{28.8}} > 24.4 \cdot (0.5)^{\frac{t}{0.777566}}, t\right) \qquad t > 2.88395062993$$

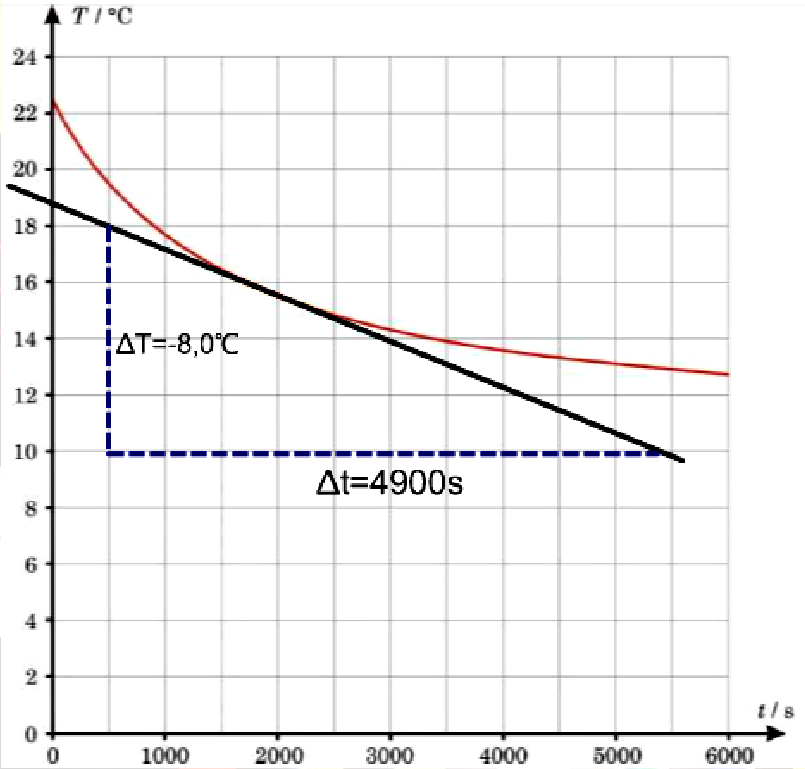
Dvs. at <u>efter 2,9 år er aktiviteten af Sr-90 større end aktiviteten af Ce-144</u>

Opgave 86 side 145: **Elektrisk køletaske**

a) Da man kender strømstyrken, spændingsfaldet og længden af det betragtede tidsrum, kan man beregne den omsatte energi ved:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = U \cdot I \cdot \Delta t = 12V \cdot 4,2A \cdot 3,0 \cdot 3600s = 544320J = \underline{\underline{0,5MJ}}$$

b) På bilaget indtegnes en tangent til grafen til tiden 2000s:



Hældningen for tangenten fortæller, hvor meget temperaturen ændrer sig pr. tid efter 2000s:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-8,0°C}{4900s} = -0,00163265\frac{°C}{s}$$

For at bestemme med hvilken effekt køletasken modtager varme fra omgivelserne efter 2000s, ses på energiregnskabet:

$$\Delta E_{køletaske} = \Delta E_{køleelement} + \Delta E_{omgivelser}$$

Da man kender køletaskens varmekapacitet, bliver dette til tidspunktet t = 2000s:

$$C_{køletaske} \cdot dT = dE_{køleelement} + dE_{omgivelser}$$

$$\frac{C_{køletaske} \cdot dT}{dt} = \frac{dE_{køleelement}}{dt} + \frac{dE_{omgivelser}}{dt}$$

$$C_{køletaske} \cdot \frac{dT}{dt} = P_{køleelement} + P_{omgivelser}$$

$$P_{omgivelser} = C_{køletaske} \cdot \frac{dT}{dt} - P_{køleelement} =$$

$$2,4 \cdot 10^3 \frac{J}{K} \cdot \left(-0,00163265\frac{°C}{s}\right) - \left(18,0W\right) = 14,0816W = \underline{\underline{14,1W}}$$

Opgave 87 side 146: **Nissan Leaf**

a) Man kender spændingsfaldet U over batteriet og den effekt P hvormed batteriet modtager energi, så strømstyrken I kan beregnes ved:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{50 \cdot 10^3 W}{400V} = \underline{\underline{125A}}$$

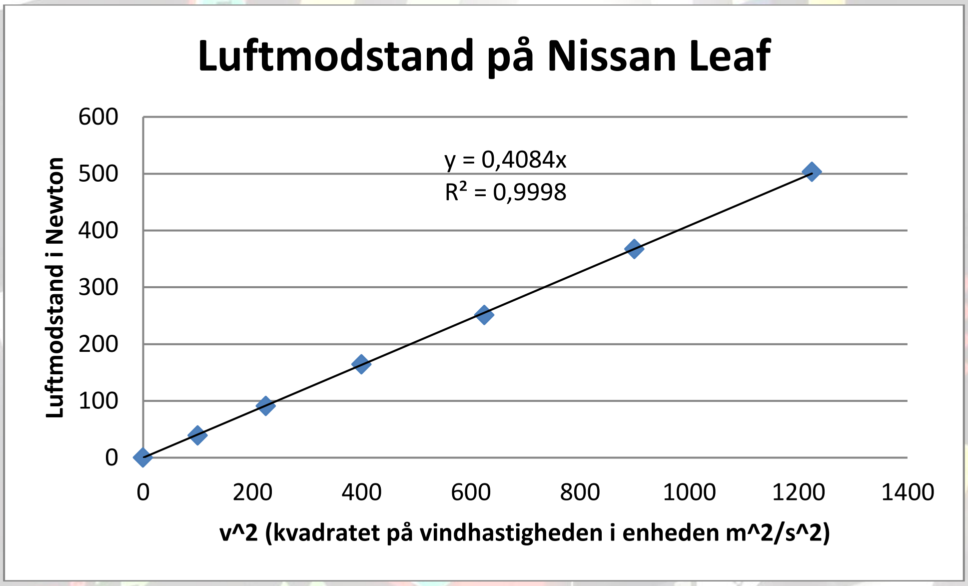
b) Man kan godt omregne til SI-enheder, men i dette tilfælde er det nemmest at bestemme energi i enheden kWh, da den afgivne energi er opgivet i denne enhed.
Den energi batteriet har modtaget efter en opladning på 30 minutter (svarende til 0,50 timer) er altså:

$$E_{batteri} = P \cdot \Delta t = 50kW \cdot 0,50h = 25kWh$$

Da man også kender den afgivne energi, kan nyttevirkningen bestemmes:

$$\eta = \frac{E_{nyttig}}{E_{tilført}} = \frac{E_{afgivet}}{E_{batteri}} = \frac{19kWh}{25kWh} = 0,76 = \underline{\underline{76\%}}$$

c) Luftmodstanden kan ofte beskrives ved udtrykket $F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$, hvor c_w er formfaktoren, ρ er luftens densitet, A er tværsnitsarealet vinkelret på bevægelsesretningen og v er farten.
I dette tilfælde er det bilen, der holder stille, og luften, der bevæger sig, så v vil i dette tilfælde være vindhastigheden. Hvis dette udtryk gælder, er v^2 proportional med F_{luft}, hvilket undersøges ved at lave en (v^2,F_{luft})-graf i Excel (der er valgt en lineær tendenslinje, der er tvunget gennem (0,0)):



Punkterne danner tydeligvis den søgte proportionalitet, og da luftens densitet kan findes i databogen (1998-udgaven) under densitet for gasser til at være 1,293 g/L (svarende til 1,293 kg/m^3) (godt nok ved 0°C, hvor forsøget næppe er udført, men man kender alligevel ikke den rette temperatur), kan man ved at benytte hældningen α = 0,4084N/(m^2 /s^2) bestemme formfaktoren:

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \quad \Leftrightarrow \quad c_w = \frac{\alpha \cdot 2}{\rho \cdot A} = \frac{0,4084 \frac{N \cdot s^2}{m^2} \cdot 2}{1,293 \frac{kg}{m^3} \cdot 2,27m^2} = 0,27828599 = \underline{\underline{0,28}}$$

<u>Opgave 88 side 147:</u> **Skybrud**

a) Trykket fra en 37,5m høj vandsøjle kan bestemmes, når man kender vandets densitet. Den slås op i databogen side 161 til at være 998,2kg/m³ ved 20°C, der må være en rimelig temperatur for et regnskyl om sommeren.

$$p_{vandsøjle} = \rho_{vand} \cdot h_{søjle} \cdot g = 998,2\frac{kg}{m^3} \cdot 37,5m \cdot 9,82\frac{m}{s^2} = 367587,15Pa$$

Udover trykket var væskesøjlen, vil det opadrettede tryk i vandet i højde med kloakdækslet også afhænge af lufttrykket ved jordoverfladen, og da kloakken må have forbindelse med atmosfæren et eller andet sted, vil dette tryk skulle lægges oven i ovenstående udtryk (der derfor ville blive 378 kPa i stedet for 368 kPa). Samme tryk ville dog også virke nedad på selve kloakdækslet, og da det interessante i opgaven er, hvor meget skruerne skal kunne holde, må opgaveformuleringen nok skulle forstås på den måde, at man helt skal se bort fra luftens påvirkninger.

Dermed bliver kraften fra vandet (pga. vandsøjlen) på dækslet:

$$P = \frac{F}{A_{dæksel}} \Leftrightarrow F = P \cdot A_{dæksel} = P \cdot \pi \cdot r_{dæksel}^2 = 367587,15Pa \cdot \pi \cdot (0,29m)^2 = 97119N = \underline{\underline{97kN}}$$

<u>Opgave 89 side 147:</u> **Datering af jordlag**

a) I databogen under "Radioaktive nuklider" (side 207 i 1998-udgaven) findes halveringstiden for Pb-210 til at være 22,3 år. Lad *t* betegne den tid, der er gået mellem aflejringen af de to jordlag. Da der er lige meget Pb-210 i hvert gram nylagret materiale, vil en jordprøve med aktiviteten 22,9mBq efter tiden *t* have aktiviteten 2,1mBq, og man har dermed:

$$2,1mBq = 22,9mBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \Leftrightarrow \frac{2,1}{22,9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{22,3år}} \Leftrightarrow \ln\left(\frac{2,1}{22,9}\right) = \frac{t}{22,3år} \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{2,1}{22,9}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \cdot 22,3år = 76,8655659år = \underline{\underline{77år}}$$

b) Da man kun måler i 3,0døgn, der er et meget kort tidsrum i forhold til halveringstiden på 22,3år, kan man med meget god tilnærmelse regne antallet af Pb-210-kerner som konstant, når man bruger:

$$A = k \cdot N$$

Hermed kan antallet af Pb-210-kerner i jordprøven bestemmes:

$$N = \frac{A}{k} = \frac{A}{\ln(2)} \cdot T_{½} = \frac{672}{3,0døgn \cdot \ln(2)} \cdot 22,3år =$$

$$\frac{672}{3,0døgn \cdot \ln(2)} \cdot 22,3 \cdot 365,2422døgn = 2632136$$

Hermed ses det også, at det var rimeligt at betragte antallet af Pb-210 som konstant, da det kun aftager med 0,03%.

Atommassen af Pb-210 findes i databogen under "Nukliders masse og bindingsenergi" til at være 209,984163u (man kunne også, da man kun regner med 2 betydende cifre, have brugt tommelfingerreglen, at Pb-210 ca. vejer 210u).

Hermed bliver massen:

$$m = N \cdot m_{Pb-210-atom} = 2632136 \cdot 209,984 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}kg = 9,17791 \cdot 10^{-19}kg = \underline{\underline{9,2 \cdot 10^{-19}kg}}$$

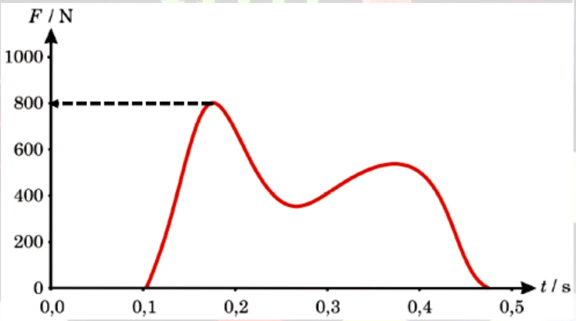
Opgave 90 side 148: **100 meter løb**

a) Man kender strækningen og tiden, og dermed kan gennemsnitsfarten bestemmes:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100m}{10,49s} = 9,53288847\frac{m}{s} = \underline{\underline{9,53\frac{m}{s}}} \quad \left(34,3\frac{km}{t}\right)$$

b) Sammenhængen mellem den samlede vandrette kraft på løberen og den vandrette acceleration er givet ved Newtons 2. lov: $F_{res,vandret} = m \cdot a_{vandret}$

Da massen ikke ændrer sig, finder den største acceleration sted, når kraften er størst. Den største kraft aflæses på bilaget til at være 800N:

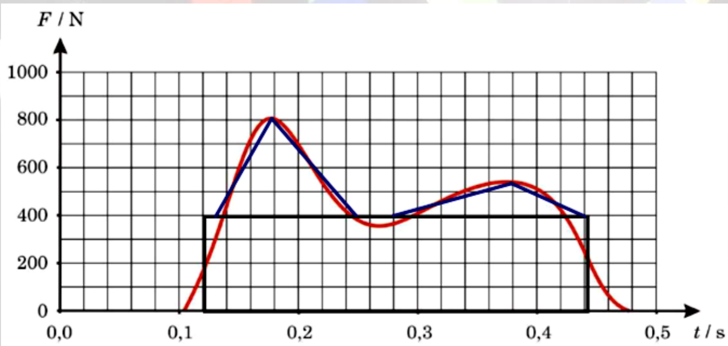


Hermed bliver den største vandrette acceleration: $F_{res} = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{800N}{62kg} = 12,9032258\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{12,9\frac{m}{s^2}}}$

c) Løberens fart, når hun forlader startblokken, kan beregnes ved først at bestemme kraftens impuls:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta p = \int F \cdot dt$$

Højresiden i dette udtryk (kraftens impuls) svarer til arealet under (t,F)-grafen. Dette areal bestemmes ved at opdele figuren i et sort rektangel, hvis areal tilnærmelsesvist svarer til den del af det samlede areal, der ligger under 400N, samt to blå trekanter, der tilnærmelsesvist udgør den resterende del af arealet.



Kraftens impuls er altså:

$$\Delta p = \int F \cdot dt = A_{rektangel} + A_{trekanter} =$$

$$400N \cdot (0,44s - 0,12s) + \frac{1}{2} \cdot 400N \cdot 0,115s + \frac{1}{2} \cdot 140N \cdot 0,16s = 162,2N \cdot s$$

Da løberen står stille inden startskuddet lyder, bliver farten når startblokken forlades:

$$v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{162,2N \cdot s}{62kg} = 2,6161290\frac{m}{s} = \underline{\underline{2,6\frac{m}{s}}} \quad \left(9,4\frac{km}{t}\right)$$

Opgave 91 side 149: **Rumsonden Messenger**

a) Da man kender både Messengers masse og fart, kan dens kinetiske energi bestemmes:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 512kg \cdot \left(3,81 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 = 3716121600J = \underline{\underline{3,72GJ}}$$

b) Det er afstandene til Merkurs overflade, der er opgivet, men når tyngdekraften skal bestemmes, skal man betragte massen af Merkur som samlet i planetens centrum, og dermed skal man kende Merkurs radius. I databogen under "Planetsystemet" (side 236 i 1998-udgaven) findes radius til 2439km (og planeten er ikke fladtrykt).

Hermed kan tyngdekraften bestemmes ud fra Newtons gravitationslov:

$$F_{tyngde} = G \cdot \frac{M_{Merkur} \cdot m_{Messenger}}{r^2} =$$

$$6,6726 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{3,29 \cdot 10^{23} kg \cdot 512kg}{\left(2,00 \cdot 10^5 m + 2,439 \cdot 10^6 m\right)^2} = 1613,9206N = \underline{\underline{1614N}}$$

c) Metode 1 (energibevarelse): Det er et isoleret mekanisk system, dvs. den mekaniske energi er bevaret, og den energiomdannelse, der finder sted, er altså udelukkende mellem kinetisk og potentiel energi. Man har dermed:

$$E_{mek,tættest} = E_{mek,længst} \quad \Leftrightarrow$$

$$E_{kin,t} + E_{pot,t} = E_{kin,l} + E_{pot,l} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{Messenger} \cdot v_t^2 - G \cdot \frac{M_{Merkur} \cdot m_{Messenger}}{r_t} = \frac{1}{2} \cdot m_{Messenger} \cdot v_l^2 - G \cdot \frac{M_{Merkur} \cdot m_{Messenger}}{r_l} \quad \Leftrightarrow$$

$$v_t^2 - 2 \cdot G \cdot \frac{M_{Merkur}}{r_t} = v_l^2 - 2 \cdot G \cdot \frac{M_{Merkur}}{r_l} \quad \Leftrightarrow$$

$$v_l = \sqrt{v_t^2 + 2 \cdot G \cdot M_{Merkur} \cdot \left(\frac{1}{r_l} - \frac{1}{r_t}\right)}$$

$$v_l = \sqrt{\left(3,81 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2 + 2 \cdot G \cdot 3,29 \cdot 10^{23} kg \cdot \left(\frac{1}{1,56 \cdot 10^7 m + 2,439 \cdot 10^6 m} - \frac{1}{2,00 \cdot 10^5 m + 2,439 \cdot 10^6 m}\right)}$$

$$v_l = 559,2678162 \frac{m}{s} = \underline{\underline{559 \frac{m}{s}}}$$

For at få plads til ovenstående udregning, er værdien for G ikke skrevet ind i udregningen, men samme værdi som i spørgsmål b) er benyttet.

Metode 2 (Keplers 2. lov): Der skal overstryges lige store arealer til lige store tider, dvs. forholdet mellem afstandene til centrum skal være det reciprokke af forholdet mellem farten de to steder:

$$\frac{v_l}{v_t} = \frac{r_t}{r_l} \quad \Leftrightarrow \quad v_l = \frac{r_t}{r_l} \cdot v_t$$

$$v_l = \frac{2,00 \cdot 10^5 m + 2,439 \cdot 10^6 m}{1,56 \cdot 10^7 m + 2,439 \cdot 10^6 m} \cdot 3,81 \cdot 10^3 \frac{m}{s} = \underline{\underline{557 \frac{m}{s}}}$$

Opgave 92 side 150: **Stort badebassin**

a) Badebassinet på billedet ser ud til at have en radius på 3m og en højde på 1,5m. Dermed er mængden af vand i bassinet (massefylden sættes til 1000kg/m³):

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot \pi \cdot (3m)^2 \cdot 1{,}5m = 42412kg$$

Solarkonstanten slås op i databogen under "solenergi" side 182 i 1998-udgaven til at være 1353W/m². Den fortæller, hvad intensiteten af solens lys er i Jordens afstand til Solen. Sollyset skal både gennem atmosfæren og rammer ikke vinkelret ned på bassinet, da Solen i Danmark aldrig står i zenit. Hvis solen er oppe i 18 timer, regner jeg med en gennemsnitlig intensitet på 500W/m² vinkelret på badebassinet. En del af dette lys vil ikke afgive energi til vandet, men blot reflekteres, men hvis man regner med, at 30% af energien af sollyset går til opvarmning af vandet, får vandet tilført energimængden:

$$\Delta E_{vand} = P \cdot \Delta t = I \cdot A_{bassin} \cdot \Delta t = 0{,}3 \cdot 500 \frac{W}{m^2} \cdot \pi \cdot (3m)^2 \cdot 18 \cdot 3600s = 274826525J = 0{,}27GJ$$

Vandet vil nok have en lidt mindre temperatur en den omgivende luft, men hvis man regner med, at der ikke sker udveksling af energi med omgivelserne, vil ovenstående give en temperaturstigning på:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{m \cdot c} = \frac{274826525J}{42412kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot °C}} = \underline{\underline{1{,}6°C}}$$

Opgave 93 side 150: **Betelgeuse**

a) Den effektive overfladetemperatur er i dag (6. juni 2012 kl. ca. 12:47) 3450K efter en stigning på 8,5%. Dermed var den effektive overfladetemperatur i 1993 på:

$$T_{1993} \cdot 1{,}085 = T_{2012} \quad \Leftrightarrow \quad T_{1993} = \frac{T_{2012}}{1{,}085} = \frac{3450K}{1{,}085} = 3179{,}7235K$$

Da man kender stjernens udstrålede effekt *P* og effektive overfladetemperatur, kan man ved hjælp af Stefan-Boltzmanns lov bestemme radius af Betelgeuse i 1993:

$$P = 4 \cdot \pi \cdot r_{1993}^2 \cdot \sigma \cdot T_{1993}^4 \quad \Leftrightarrow \quad r_{1993} = \sqrt{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot T_{1993}^4}}$$

$$r_{1993} = \sqrt{\frac{2{,}12 \cdot 10^{31} W}{4 \cdot \pi \cdot 5{,}6705 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4} \cdot (3179{,}7235K)^4}} = 539477836659m = 5{,}39 \cdot 10^{11} m \quad (3{,}6AE)$$

b) Man kender den tilsyneladende lysstyrke *I* (intensiteten) og afstanden, så den forventede (absolutte) lysstyrke vil være:

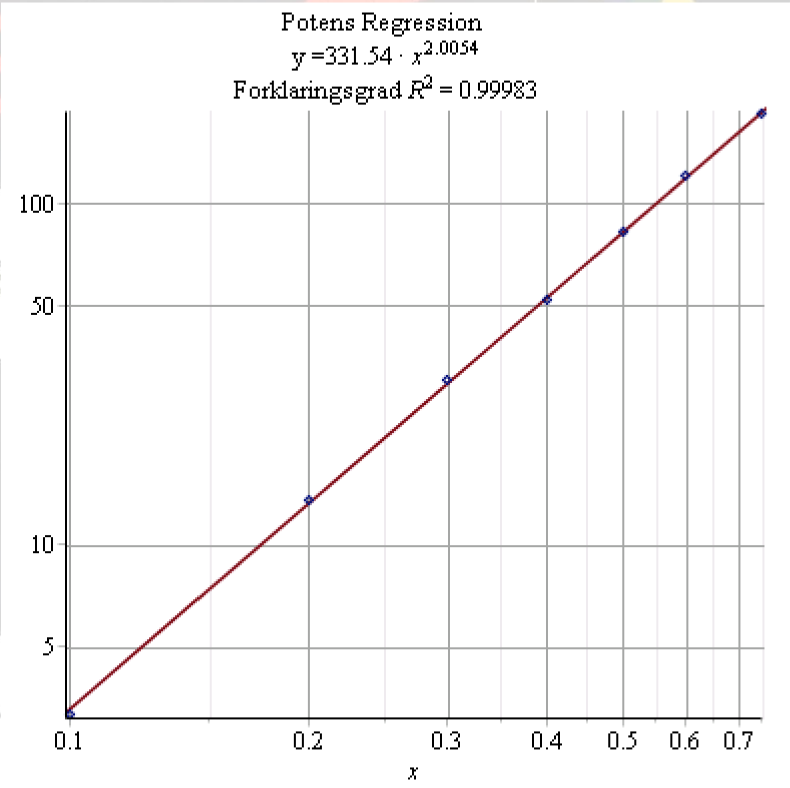
$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d_{Jorden-Betelgeuse}^2} \quad \Leftrightarrow \quad P = I \cdot 4 \cdot \pi \cdot d_{Jorden-Betelgeuse}^2 =$$

$$3 \cdot 10^{-3} \frac{W}{m^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (640 \cdot 9{,}46 \cdot 10^{15} m)^2 = 1{,}38204 \cdot 10^{36} W = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{36} W}}$$

Opgave 94 side 151: **Varmelegeme til akvarium**

a) Varmelegemet kan regnes som en ohmsk modstand, hvor $U = R \cdot I$ og $P = U \cdot I$.
Sammenhængen mellem effekten og strømstyrken skulle altså være $P = R \cdot I^2$, hvor modstanden R er en konstant. Det skulle altså være en potensfunktion, og dette undersøges ved at tjekke, om punkterne danner en ret linje i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem (Strømmen omregnes til ampere i tabellen):

```
with(Gym) :
strøm := [0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.600, 0.750] :
effekt := [3.20, 13.5, 30.2, 52.3, 82.3, 120, 183] :
PowReg(strøm, effekt)
```



Det ses, at punkterne danner en ret linje, og det ses desuden, at eksponenten er meget tæt på 2, så antagelsen om, at det er en ohmsk modstand, er styrket.
Modstanden aflæses ud fra forskriften til $R = 331{,}54\Omega$.

Effekten ved et spændingsfald på 230V er så:

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R} = \frac{(230V)^2}{331{,}54\Omega} = 159{,}558W = \underline{\underline{160W}}$$

Opgave 95 side 152: **Fødevarebestråling**

a) Under radioaktive nuklider i databogen (side 200 i 1998-udgaven) ses det, at Co-60 er betaminusradioaktiv, så henfaldet kan skrives op:

$$\underline{\underline{{}^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

Nukleontallet er bevaret med 60 på begge sider, og ladningstallet passer også, når datterkernen har ladningstallet 28. At det er grundstoffet Ni, slås op i Det Periodiske System.

b) Effekten afhænger af aktiviteten (antal henfald pr. tid) og energien udsendt ved de enkelte henfald. Den udsendte energi pr. henfald er angivet i opgaveteksten, og man kan beregne aktiviteten, hvis man kender antallet af Co-60-kerner samt halveringstiden for Co-60.
I databogen under nukliders masse og bindingsenergi (side 220) ses det, at et Co-60-atom vejer 59,933820u. Desuden ses det under radioaktive nuklider på side 200, at halveringstiden er 5,272 år.
Så man har:

$$P = A \cdot E_{pr.henfald} = k \cdot N \cdot E_{pr.henfald} = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N \cdot E_{pr.henfald} = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot \frac{m_{samlet}}{m_{Co-60-atom}} \cdot E_{pr.henfald}$$

$$P = \frac{\ln(2)}{5,272 \cdot 365,2422 \cdot 24 \cdot 3600s} \cdot \frac{0,707kg}{59,933820 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}\,kg} \cdot 4,01 \cdot 10^{-13}\,J =$$

$$11868,555W = \underline{\underline{11,87kW}}$$

Opgave 96 side 152: **Segway**

a) Det er bevægelse med konstant fart, så man har:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{800m}{5,6\frac{m}{s}} = 142,857s = \underline{\underline{143s}}$$

b) For en bevægelse med konstant acceleration gælder $2 \cdot a \cdot (s - s_0) = v^2 - v_0^2$, der kan udledes ud fra $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 \quad og \quad v = a \cdot t + v_0$ ved at isolere *t* i den sidste formel og indsætte dette i den første.
Bremselængden svarer til $s - s_0$, og sluthastigheden er nul, da segwayen skal stå stille. Så man har (bemærk, at accelerationen er negativ, da man bremser):

$$s - s_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} = \frac{0 - \left(4,2\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot \left(-4,7\frac{m}{s^2}\right)} = 1,8765957446809m = \underline{\underline{1,88m}}$$

c) Når segwayen kører med konstant hastighed, er den resulterende kraft 0, dvs. at alle kræfterne lagt sammen som vektorer skal give nulvektoren. Luftmodstanden, gnidning i lejer og rullemodstand er lagt sammen i én kraft, der kaldes $F_{gnidning}$.

Ud over denne kraft er segwayen påvirket af tyngdekraften, normalkraften og en motorkraft. Tyngdekraften peger lodret nedad, og dens størrelse beregnes ved:

$$F_t = m \cdot g = 145kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 1423{,}9N$$

Normalkraften peger vinkelret op fra underlaget, og den står derfor vinkelret på både gnidningskraften og motorkraften, der virker langs underlaget. Normalkraften kan derfor beregnes ud fra tyngdekraften som illustreret på figuren nedenfor, da vektoren skal ende, så der dannes en retvinklet trekant:

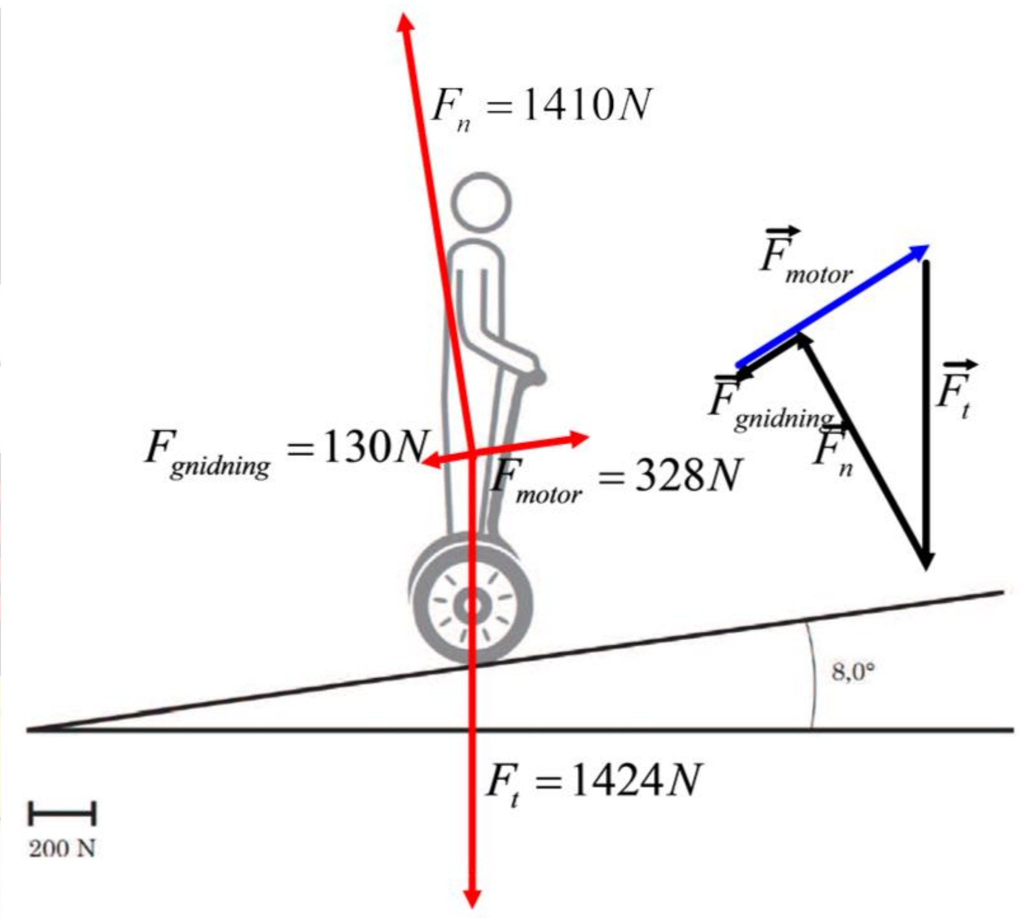
$$F_n = F_t \cdot \cos(8°) = 1423{,}9N \cdot \cos(8°) = 1410{,}043N$$

Med $\vec{F}_{sum}$ betegnes summen af tyngdekraften og normalkraften, og man har så:

$$F_{sum} = F_t \cdot \sin(8°) = 1423{,}9N \cdot \sin(8°) = 198{,}169N$$

Denne vektor peger langs underlaget i samme retning som gnidningskraften, og motorkraften skal derfor netop have samme størrelse som summen af disse, da den skal ophæve deres virkning, for at segwayen kan køre med konstant hastighed:

Så man har: $F_{motor} = F_{sum} + F_{gnidning} = 198{,}169N + 130N = 328{,}169N$. Så kan kræfterne tegnes ind:



<u>Opgave 97 side 153:</u> **Wolf-Rayet stjerne**

a) Stjernen regnes som kugleformet, dvs. rumfanget et givet ved $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Den gennemsnitlige densitet bliver dermed:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3} = \frac{4{,}9 \cdot 10^{31} kg}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(2{,}1 \cdot 10^9 m\right)^3} = 1263{,}1344689833 \frac{kg}{m^3} = \underline{\underline{1{,}26 \frac{g}{cm^3}}}$$

b) Stjerners lysstyrke afhænger af deres overfladetemperatur T og overfladeareal A, og sammenhængen er udtrykt i Stefan-Boltzmanns lov. Man har derfor:

$$P = A \cdot \sigma \cdot T^4 = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma \cdot T^4 \Leftrightarrow$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sigma}} = \sqrt[4]{\frac{4{,}2 \cdot 10^{31} W}{4 \cdot \pi \cdot \left(2{,}1 \cdot 10^9 m\right)^2 \cdot 5{,}670373 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}}} = 60464{,}05954 K = \underline{\underline{6{,}0 \cdot 10^4 K}}$$

Opgave 98 side 154: **Titan og Cassini-Huygens**

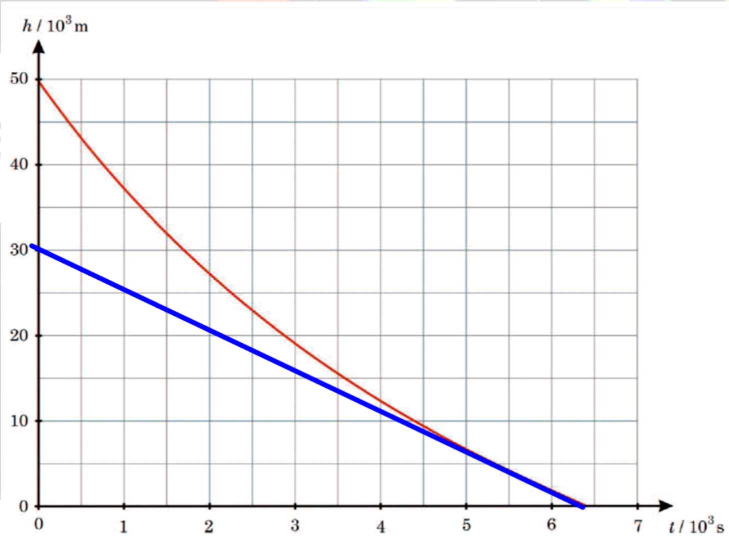
a) Når man står på overfladen af Titan og mærker tyngdekraften, kan man regne massen som samlet i centrum af Titan. Den resulterende kraft ved et frit fald udgøres af gravitationskraften, og accelerationen kaldes tyngdeaccelerationen *g*, så man har:

$$F_{res} = F_t \Leftrightarrow m \cdot g = G \cdot \frac{m \cdot m_{Titan}}{r_{Titan}^2} \Leftrightarrow g = G \cdot \frac{m_{Titan}}{r_{Titan}^2} \Leftrightarrow r_{Titan} = \sqrt{G \cdot \frac{m_{Titan}}{g}}$$

$$r_{Titan} = \sqrt{6,6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1,34 \cdot 10^{23} kg}{1,35 \frac{m}{s^2}}} = 2573552,668m = \underline{\underline{2,6 \cdot 10^6 m}}$$

b) Luftmodstanden på Cassini-Huygens er givet ved: $F_g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_{atmosfære} \cdot v^2$, hvor c_W er formfaktoren, *A* er tværsnitsarealet og *v* er farten.

For at finde farten nær overfladen af Titan, indtegnes en tangent, hvis hældning kan bestemmes. Da det er farten, der skal beregnes, regnes med positive fortegn på højden:



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{30 \cdot 10^3 m}{6,3 \cdot 10^3 s} = 4,7619 \frac{m}{s}$$

Grafen er tilnærmelsesvist lineær på det sidste stykke, så man kan regne med, at hastigheden er nogenlunde konstant på det sidste stykke, og dermed må luftmodstanden være lige så stor som tyngdekraften.

Tyngdekraften kan beregnes, da man kender tyngdeaccelerationen, så man har:

$$F_t = F_g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_{atmosfære} \cdot v^2 \Rightarrow m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \cdot \rho_{atmosfære} \cdot v^2 \Leftrightarrow \rho_{atmosfære} = \frac{2 \cdot m \cdot g}{c_w \cdot A \cdot v^2}$$

$$\rho_{atmosfære} = \frac{2 \cdot 239kg \cdot 1,35 \frac{m}{s^2}}{0,89 \cdot \pi \cdot (1,51m)^2 \cdot \left(4,7619 \frac{m}{s}\right)^2} = 4,463818 \frac{kg}{m^3} = \underline{\underline{4,5 \frac{kg}{m^3}}}$$

Opgave 99 side 155: **Teegardens stjerne**

a) Først skal det beregnes, hvor mange grader stjernen har flyttet sig. Det vurderes, at den har bevæget sig 4,7 tern ned og 4 tern til venstre. Hver tern svarer til 0,01°, så Pythagoras giver stykket målt i grader:

$$d_g = \sqrt{4{,}7^2 + 4^2} \cdot 0{,}01° = 0{,}061717096°$$

Dette kan omregnes til en strækning, da man kender afstanden til stjernen. Vinklen er så lille, at man kan tilnærme stykket med en del af en cirkel, og vinklen udgår derfor samme del af 360°, som stykket udgør af cirklens omkreds (hvor cirklen har afstanden som radius):

$$\frac{d_g}{360°} = \frac{s}{2 \cdot \pi \cdot r} \Leftrightarrow$$

$$s = \frac{d_g}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \frac{0{,}061717096°}{360°} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1{,}19 \cdot 10^{17}\, m = 1{,}28 \cdot 10^{14}\, m$$

Det har taget stjernen 38 år at bevæge sig denne strækning, så dens fart vinkelret på synslinjen har været:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1{,}28 \cdot 10^{14}\, m}{38 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600 s} = 106893{,}556 \frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}1 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}}$$

b) Man kan regne med, at lyset udbreder sig på en kugleskal, så intensiteten ved Jorden bliver:

$$I = \frac{P}{A_{kugle}} = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2} = \frac{3{,}8 \cdot 10^{21} W}{4 \cdot \pi \cdot \left(1{,}19 \cdot 10^{17}\, m\right)^2} = 2{,}1354028 \cdot 10^{-14} \frac{W}{m^2}$$

Så et teleskop med arealet 0,79 m^2 modtager energien:

$$E = P_{teleskop} \cdot \Delta t = I \cdot A_{teleskop} \cdot \Delta t =$$

$$2{,}1354028 \cdot 10^{-14} \frac{W}{m^2} \cdot 0{,}79 m^2 \cdot 8{,}0 \cdot 3600 s = 4{,}8584685 \cdot 10^{-10}\, J = \underline{\underline{4{,}9 \cdot 10^{-10}\, J}}$$

Opgave 100 side 155: **Kraftig laser**

a) Da man kender både den afsatte energi og tiden, kan effekten bestemmes ved:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1,2 \cdot 10^6\, J}{2,9 \cdot 10^{-9}\, s} = 4,1379310344828 \cdot 10^{14} W = \underline{\underline{4,1 \cdot 10^{14} W}}$$

b) Hvis man antager, at der ikke sker faseovergang, kan man udregne temperaturtilvæksten ved:

$$E_{tilført} = C \cdot \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \frac{E_{tilført}}{C} = \frac{1,2 \cdot 10^6\, J}{0,025 \frac{J}{K}} = \underline{\underline{4,8 \cdot 10^7\, K}}$$

c) Bevægelsesmængden af en enkelt foton med bølgelængden 351 nm er: $p_{foton} = \frac{h}{\lambda}$.

Da fotonerne absorberes, påvirker de pillen med en kraft, der svarer til, at fotonen inden for et vist tidsrum mister hele sin bevægelsesmængde. Hvis man regner tidsrummet som det tidsrum, hvor pillen bestråles, får man det bidrag til en samlet kraft, som hver enkelt foton leverer inden for det pågældende tidsrum:

$$F_{foton} = \frac{\Delta p_{foton}}{\Delta t} = \frac{p_{foton}}{\Delta t} = \frac{h}{\lambda \cdot \Delta t}$$

Den samlede kraft fra fotonerne afhænger af antallet N af fotoner, og det kan beregnes, da man kender lysets bølgelængde og den samlede afsatte energi:

$$N = \frac{E_{laser}}{E_{foton}} = \frac{E_{laser}}{\frac{h \cdot c}{\lambda}} = \frac{E_{laser} \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

Så den samlede kraft bliver:

$$F_{samlet} = F_{foton} \cdot N = \frac{h}{\lambda \cdot \Delta t} \cdot \frac{E_{laser} \cdot \lambda}{h \cdot c} = \frac{E_{laser}}{\Delta t \cdot c}$$

Dermed bliver trykket:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{E_{laser}}{\Delta t \cdot c \cdot A} = \frac{1,2 \cdot 10^6\, J}{2,9 \cdot 10^{-9}\, s \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}\, m^2} = 114942528736 \frac{N}{m^2} = \underline{\underline{1,1 \cdot 10^{11}\, Pa}}$$

Opgave 101 side 156: **Springvand med solceller**

a) Det er elektronerne, der transporterer energien, og da spændingsfaldet er defineret som $U = \frac{-\Delta E_{pot}}{q}$, dvs. tabet i elektrisk potentiel energi pr. ladning, hvor den tabte elektriske potentielle energi netop svarer til den afgivne energi, har man:

$$U = \frac{E_{afgivet}}{Q_{samlet}} \Leftrightarrow Q_{samlet} = \frac{E_{afgivet}}{U} = \frac{70 \cdot 10^3 J}{6,0V} = 11666,66667C = \underline{\underline{1,17 \cdot 10^4 C}}$$

(Man kunne også have sammensat formlen for 'Energi afsat i en komponent' $\Delta E = U \cdot I \cdot \Delta t$ og definitionen på strøm $I = \frac{Q}{\Delta t}$, men det ville have været en lille omvej)

b) Der regnes med, at de 300L vand vejer 300kg, da man ikke kender vandets temperatur og derfor ikke kan fastsætte massefylden mere præcist end til 1,0g/cm^3.
Når der på én time skydes 300kg vand 0,80m op i luften, er der blevet dannet følgende mængde mekanisk energi (i form af potentiel energi når vandet er højst oppe):

$$\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 300kg \cdot 9,82 \frac{m}{s^2} \cdot 0,80m = 2356,8J$$

Da nyttevirkningen er 15%, vil den omdannede elektriske energi være:

$$\Delta E_{pot} = \eta \cdot E_{el,omdannet} \Leftrightarrow E_{el,omdannet} = \frac{\Delta E_{pot}}{\eta} = \frac{2356,8J}{0,15} = 15712J$$

Og da batteriet indeholder 70kJ, kan springvandet altså fungere i:

$$\Delta t = \frac{70 \cdot 10^3 J}{15712 \frac{J}{time}} = 4,455 timer = \underline{\underline{4,5 timer}}$$

Opgave 102 side 157: **Marie Curies notesbøger**

a) Under 'Radioaktive nuklider' i databogen findes henfaldstyperne. Her ses det, at Radium-226 er alfa-radioaktiv, dvs. den henfalder ved reaktionsskemaet:

$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$ (halveringstid 1,6 tusinde år)

Datterkernen radon-222 henfalder med alfa-henfald:

$^{222}_{86}Rn \rightarrow {}^{218}_{84}Po + {}^{4}_{2}He$ (halveringstid 3,824 dage)

Datterkernen polonium-218 henfalder ved alfa-henfald:

$^{218}_{84}Po \rightarrow {}^{214}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$ (halveringstid 3,05 minutter)

Datterkernen bly-214 henfalder ved betaminus-henfald:

$^{214}_{82}Pb \rightarrow {}^{214}_{83}Bi + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}$ (halveringstid 26,8 minutter)

En lille del af datterkernen Bi-214's henfald er alfa-henfald:

$^{214}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He$ (halveringstid 19,7 minutter)

På denne måde kan Tl-210 dannes ud fra Ra-226. Det er væsentligt at bemærke den første af halveringstiderne. Alle de andre henfald har korte halveringstider, så hvis det ikke var for den første halveringstid på over 1000 år, ville der ikke være mere Tl-210 tilbage.

Tl-210 ses i databogen at være beta-minus-radioaktiv, så reaktionsskemaet er:

$$\underline{\underline{^{210}_{81}Tl \rightarrow {}^{210}_{82}Pb + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Der er 107 år mellem 1898 og 2005. Så aktiviteten i 1898 kan beregnes, når man kender halveringstiden på 1,6*kår*. Henfaldsloven opskrives på formen med halveringstiden, da det er nemmere end først at skulle beregne henfaldskonstanten:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} \Leftrightarrow A_0 = \frac{A(t)}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}} = \frac{2,8kBq}{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{107\,år}{1,6\cdot 10^3\,år}}} = 2932,847Bq$$

Antallet af Ra-226-kerner (og dermed også Ra-226-atomer) er så:

$$A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N \Leftrightarrow$$

$$N = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln(2)} = \frac{2932,847Bq \cdot 1,6 \cdot 10^3 \cdot 365,2422 \cdot 24 \cdot 3600s}{\ln(2)} = 2,136 \cdot 10^{14}$$

Under 'Nukliders masse og bindingsenergi' findes massen af et Ra-226-atom til 226,025403*u*. Så massen er:

$$m_{samlet} = m_{atom} \cdot N =$$

$$226,025403u \cdot 2,136 \cdot 10^{14} = 226,025403 \cdot 1,660540 \cdot 10^{-27}kg \cdot 2,136 \cdot 10^{14} = \underline{\underline{8,0 \cdot 10^{-11}kg}}$$

Opgave 103 side 157: **Henfald**

Opgave 104 side 158: *Opgave 3:* **Blyhagl**

a) Rumfanget $1L$ svarer til $1000cm^3$, så massen af de $5{,}0L$ flydende bly kan beregnes, når man kender densiteten:

$$\rho=\frac{m}{V}\Leftrightarrow m=\rho\cdot V=10{,}21\frac{g}{cm^3}\cdot 5{,}0\cdot 10^3cm^3=51050g=\underline{\underline{51kg}}$$

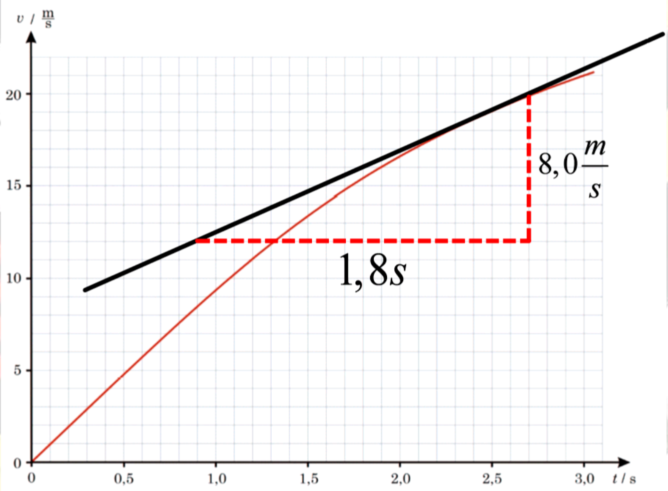
b) For at kunne bestemme den gennemsnitlige effekt, skal man kende ændringen i den indre energi (hvilket kan bestemmes ud fra temperaturændringen, varmekapaciteten og smeltevarmen) og faldtiden.
Faldtiden er opgivet, så man skal kun beregne ændringen i den indre energi.
Opgaveteksten er ikke helt klar på dette punkt, men det ser ud til, at ordet "blyhagl" også skal anvendes om den ikke størknede dråbe, og at det flydende bly til at begynde med har temperaturen 327°C.
Så afgiver blyhaglene både varme til omgivelserne i forbindelse med størkningen og i forbindelse med nedkølingen fra smeltepunktet til 100°C.

$$-\Delta E_{indre,blyhagl}=E_{størkning}+E_{nedkøling}=m_{blyhagl}\cdot L_{s,bly}+m_{blyhagl}\cdot c_{bly}\cdot\left(-\Delta T_{blyhagl}\right)=$$

$$1{,}3\cdot 10^{-4}kg\cdot 24{,}7\cdot 10^3\frac{J}{kg}+1{,}3\cdot 10^{-4}kg\cdot 130\frac{J}{kg\cdot °C}\cdot 227°C=7{,}047J$$

Så har den gennemsnitlige effekt været: $P=\frac{-\Delta E_{indre,blyhagl}}{\Delta t}=\frac{7{,}047J}{3{,}05s}=2{,}311W=\underline{\underline{2{,}3W}}$

c) Størrelsen af den samlede kraft (dvs. størrelsen af den resulterende kraft) kan bestemmes ud fra Newtons 2. lov $F_{res}=m\cdot a$, når man kender massen og acceleration. Massen er stadigvæk 0,13g, og accelerationen kan bestemmes ved hjælp af (t,v)-grafen, da man ved, at accelerationen er defineret som $a(t)=v'(t)$, dvs. accelerationen til et givet tidspunkt svarer til hældningen af tangenten til grafen for hastighedsfunktionen det pågældende sted.
Man indtegner derfor efter bedste evne tangenten til grafen i t = 2,5s:

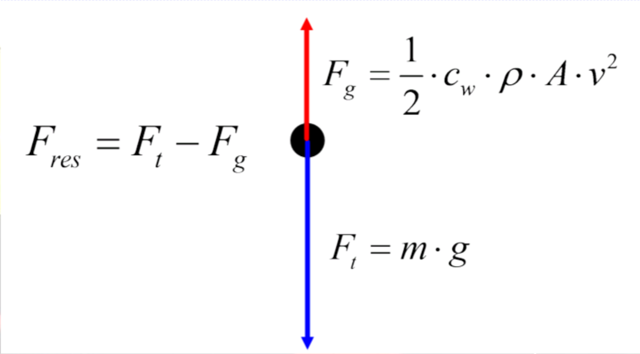


Så er accelerationen: $a(2{,}5s)=\frac{8{,}0\frac{m}{s}}{1{,}8s}=4{,}444\frac{m}{s^2}$

Dermed er størrelsen af den samlede kraft:

$$F_{res} = m \cdot a = 1{,}3 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot 4{,}444\frac{m}{s^2} = 5{,}778 \cdot 10^{-4}\,N = \underline{\underline{5{,}8 \cdot 10^{-4}\,N}}$$

Den resulterende kraft er sammensat af tyngdekraften, der peger nedad og luftmodstanden, der peger opad:



Her er c_w formfaktoren, ρ er densiteten af luften, A er tværsnitsarealet vinkelret på bevægelsesretningen og v er farten.
Da blyhaglene er kugleformede med radius 1,4*mm*, er tværsnitsarealet arealet af en cirkel med samme radius:

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(1{,}4 \cdot 10^{-3}\,m\right)^2 = 6{,}157521601036 \cdot 10^{-6}\,m^2$$

Farten aflæses på bilaget:

Dvs. $v = 19\frac{m}{s}$

Og hermed har man (luftens densitet er fundet i databogen under densitet for gasser):

$$F_{res} = F_t - F_g \Leftrightarrow F_g = F_t - F_{res} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_{luft} \cdot A \cdot v^2 = m \cdot g - m \cdot a \Leftrightarrow$$

$$c_w = \frac{2 \cdot m \cdot (g-a)}{\rho_{luft} \cdot A \cdot v^2} = \frac{2 \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-4}\,kg \cdot (9{,}82 - 4{,}444)\frac{m}{s^2}}{1{,}293\frac{kg}{m^3} \cdot 6{,}1575216 \cdot 10^{-6}\,m^2 \cdot \left(19\frac{m}{s}\right)^2} = 0{,}48632 = \underline{\underline{0{,}49}}$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>Opgave 105 side 159:</u> **Roning**

a) Mahés tid skal først omregnes til sekunder: $\Delta t = 6 \cdot 60s + 57,82s = 417,82s$

Så kan gennemsnitsfarten for de 2000m beregnes:

$$v_{gen} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2000m}{417,82s} = 4,7867502752381\frac{m}{s} = \underline{\underline{4,787\frac{m}{s}}}$$

b) Ved den gennemsnitlige acceleration forstås den konstante acceleration, der ville have bragt roeren den pågældende strækning med den pågældende sluthastighed. Man kan altså benytte formlerne for konstant acceleration, og da begyndelsesstedet og begyndelseshastigheden begge er 0, får man:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t^2 \quad \Rightarrow \quad 90m = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot t_{90m}^2$$

$$v(t) = a_g \cdot t + v_0 = a_g \cdot t \quad \Rightarrow t_{90m} = \frac{v_{slut}}{a_g}$$

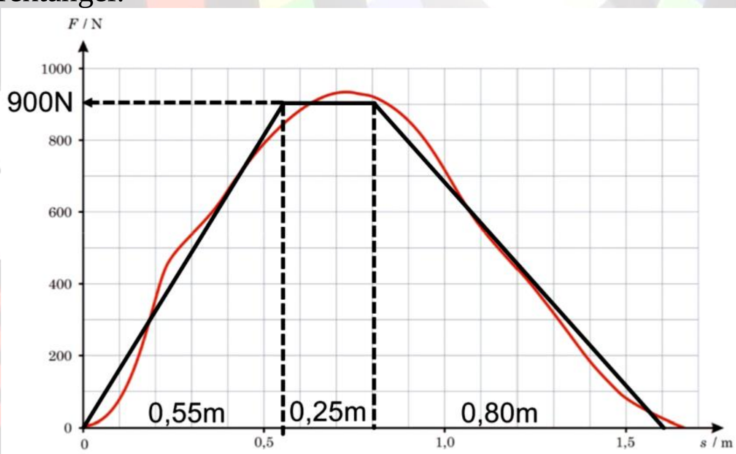
Udtrykket for tiden i den nederste ligning indsættes i den øverste, så man får:

$$90m = \frac{1}{2} \cdot a_g \cdot \left(\frac{v_{slut}}{a_g}\right)^2 = \frac{v_{slut}^2}{2 \cdot a_g} \quad \Rightarrow$$

$$a_g = \frac{v_{slut}^2}{2 \cdot 90m} = \frac{\left(\frac{19,9}{3,6}\frac{m}{s}\right)^2}{180m} = 0,16975737311386\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{0,170\frac{m}{s^2}}}$$

c) Bevægelsen og kraften er ensrettede, så man har: $dA = F \cdot ds$ og dermed $A = \int F \cdot ds$.

Dvs. at arbejdet, der udføres af roeren under ét træk, svarer til arealet under grafen for kraften. For at bestemme dette areal, tilnærmes grafen med nogle rette linjer, der danner to trekanter og et rektangel:



Man har så:

$$A_{Ét\,tag} = \frac{1}{2} \cdot 0,55m \cdot 900N + 0,25m \cdot 900N + \frac{1}{2} \cdot 0,80m \cdot 900N =$$

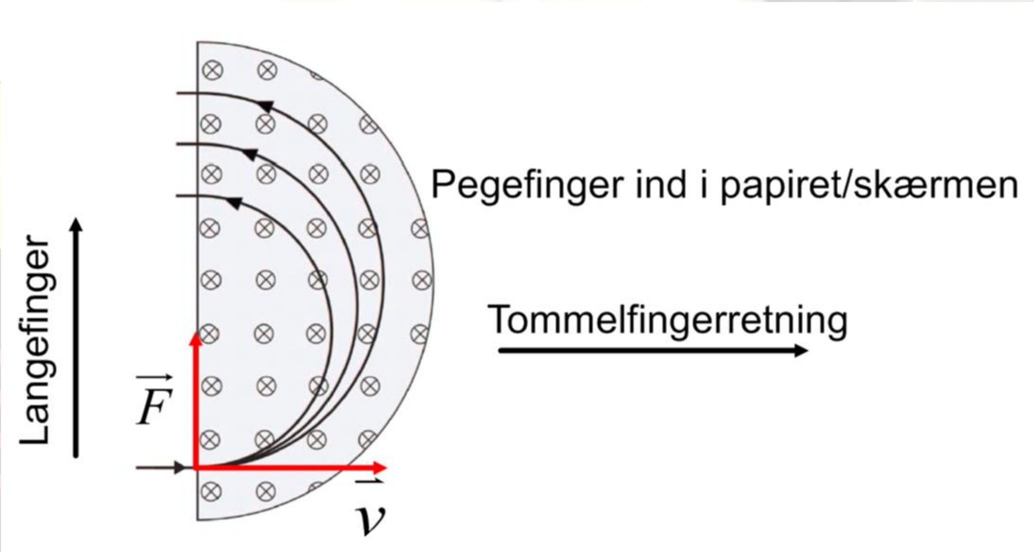
$$900N \cdot (0,275m + 0,25m + 0,40m) = 900N \cdot 0,925m = 832,5J$$

Da roeren tager 32 tag i minuttet bliver effekten:

$$P = \frac{A_{32\,tag}}{\Delta t} = \frac{32 \cdot A_{Ét\,tag}}{60s} = \frac{32 \cdot 832,5J}{60s} = 444W = \underline{\underline{0,44kW}}$$

<u>Opgave 106 side 160:</u> **Massespektrograf**

a) Lorentzkraften angiver kraften på en ladet partikel, der bevæger sig gennem et magnetfelt: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.



HØJRE hånd placeres med tommelfingeren pegende i hastighedens retning mod højre og pegefingeren pegende i magnetfeltets retning ind i skærmen.
Langefingeren vil så pege i samme retning som krydsproduktet i formlen. Da dette er den samme retning, som kraften peger i, må <u>ladningen være positiv.</u>

b) Partiklerne bevæger sig i (halv-)cirkler, så der må være en centripetalkraft, der i denne situation må udgøres af lorentzkraften. Dvs. man har:

$$\vec{F_c} = \vec{F_l} \Rightarrow \left|\vec{F_c}\right| = \left|\vec{F_l}\right| \Leftrightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot \left|\vec{v} \times \vec{B}\right|$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = q \cdot v \cdot B \Leftrightarrow r = \frac{v}{q \cdot B} \cdot m$$

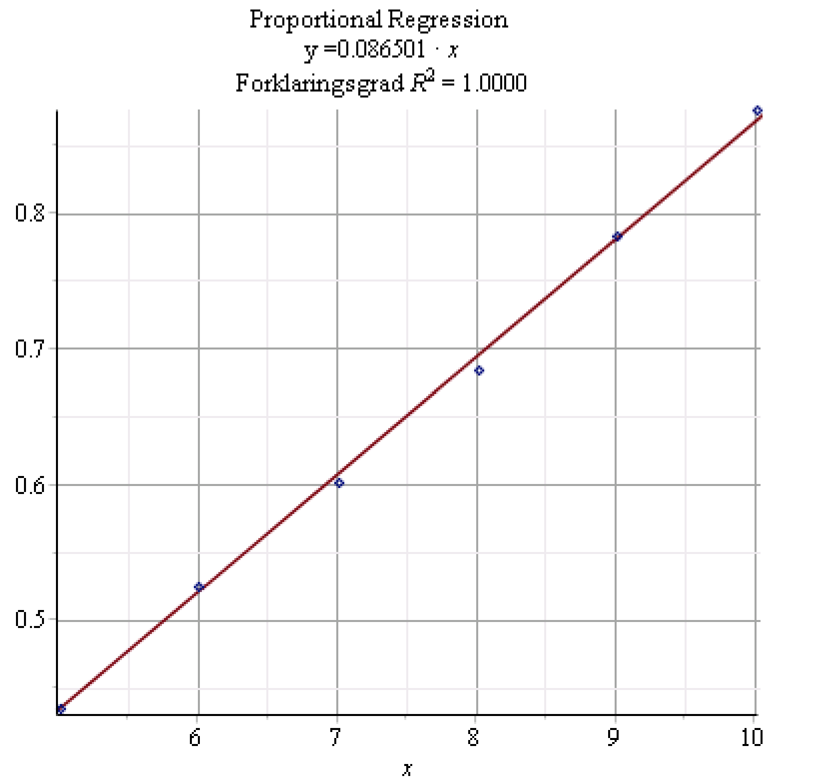
Da vektorerne står vinkelret på hinanden, bestemmes længden af krydsproduktet ved blot at gange de to størrelser sammen.

Man må altså forvente, at radius indtegnet som funktion af massen i et koordinatsystem giver en ret linje gennem (0,0) med hældningen $\frac{v}{q \cdot B}$.

Derfor indtastes tabellens værdier i Maple, og der laves proportionel regression:

```
restart
with(Gym) :
masse := [5.012, 6.015, 7.016, 8.022, 9.027, 10.035] :
radius := [0.435, 0.524, 0.601, 0.683, 0.783, 0.876] :
PropReg(masse, radius)
```

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD



Det bemærkes, at punkterne med meget fin tilnærmelse danner en ret linje, så man kan forvente at få en pålidelig værdi for den magnetiske fluxtæthed.

$r(m) := PropReg(masse, radius, m):$

$r(m) = 0.08650110638\, m$

Da massen er angivet i unit, har hældningen enheden $\frac{m}{u}$ (hvor m står for meter). Man har dermed:

$$\frac{v}{q \cdot B} = 0,08650110638\ \frac{m}{u} \quad \Rightarrow B = \frac{v}{q \cdot 0,08650110638\ \frac{m}{u}}$$

Da lithiumionerne er enkeltladede, svarer ladningen til én elementarladning, og man har derfor:

$v := 2.87 \cdot 10^{6} \frac{[[m]]}{[[s]]}:$

$q := 1.602176565 \cdot 10^{-19} [[C]]:$

$a := 0.08650110638 \cdot \frac{[[m]]}{1.660538921 \cdot 10^{-27} [[kg]]}:$

$B = \frac{v}{q \cdot a} = B = \frac{0.3438736662\ [[kg]]}{[[s]]\ [[C]]}$

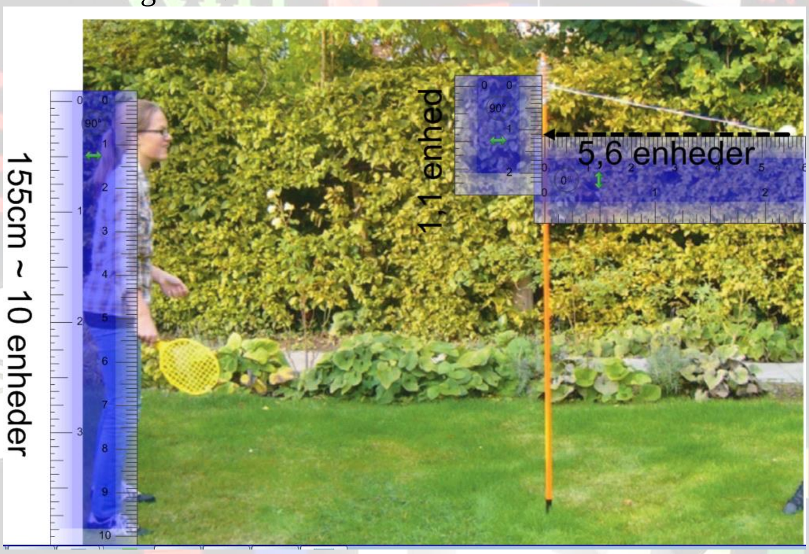
SI-enheden for den magnetiske fluxtæthed er tesla, så man har:

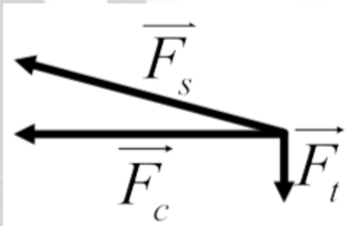
$\underline{\underline{B = 0,344T}}$

Opgave 107 side 160: _Opgave 7:_ **Stangtennis**

a) Enhver, der har prøvet stangtennis, ved, at man med fordel kan lade være med at slå vandret til bolden, men slå med en hældning, så bolden bliver sværere at ramme for modstanderen. Men nu antages det, at boldes bliver sendt af sted vandret, da det ellers ikke er muligt at vurdere farten. Bolden bevæger sig i en cirkelbevægelse rundt om stangen, og den er påvirket af snorkraften (pegende i snorens retning), tyngdekraften (pegende nedad) og luftmodstanden (pegende modsat bevægelsesretningen).

Der ses bort fra luftmodstanden, og den resulterende kraft er altså vektorsummen af tyngdekraften og snorkraften. Den resulterende kraft må udgøre den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen.





Pigen vurderes til at være 155cm høj, og hun anvendes som udgangspunkt til at vurdere de andre længder.

Radius i cirkelbevægelsen bliver så: $r = \frac{5,6}{10} \cdot 1,55m = 0,868m$

Vinklen mellem snorkraften og centripetalkraften kaldes v : $\tan v = \frac{mod}{hos} = \frac{1,1}{5,6}$

Formlen for centripetalkraften er $F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$, og den kan ifølge kraftdiagrammet bestemmes ved:

$$\tan v = \frac{F_t}{F_c} \Leftrightarrow F_c = \frac{F_t}{\tan v} = \frac{F_t \cdot 5,6}{1,1} = m \cdot g \cdot 5,091.$$

Man har altså:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot g \cdot 5,091 \Leftrightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot 5,091} = \sqrt{0,868m \cdot 9,82\frac{m}{s^2} \cdot 5,091} = \underline{\underline{6,6\frac{m}{s}}}$$

Opgave 108 side 161: **Is på højspændingsledninger**

a) Man kan regne med, at strømmen og spændingsfaldet er i fase, så man har:

$$P = U \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2 = 1{,}53\Omega \cdot (105A)^2 = 16868{,}25W = \underline{\underline{16{,}9kW}}$$

b) Først skal isen opvarmes fra -10°C til 0°C, og derefter skal den smeltes. Så den tilførte energimængde skal være:

$$E = E_{opvarmning} + E_{smeltning} = m_{is} \cdot c_{is} \cdot \Delta T + m_{is} \cdot L_{s,vand} =$$

$$4{,}2 \cdot 10^4 kg \cdot 2{,}06 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C} \cdot 10°C + 4{,}2 \cdot 10^4 kg \cdot 3{,}34 \cdot 10^5 \frac{J}{kg} = 1{,}48932 \cdot 10^{10} J = \underline{\underline{14{,}9GJ}}$$

Værdierne for isens specifikke varmekapacitet og smeltevarme er fundet i databogen side 153 (1998-udgaven), hvor der er valgt en værdi ved -4,9°C for den specifikke varmekapacitet, da det ligger (næsten) midt mellem 0 og -10°C.

Opgave 109 side 162: **CINDI**

a) Ladningstallene for Cf og Sn findes i det periodiske system. Man har derfor:

$$ {}^{252}_{98}Cf \rightarrow {}^{132}_{50}Sn + {}^{A}_{Z}X + 3\cdot {}^{1}_{0}n $$

Da massetallet skal være bevaret, har man: $252 = 132 + A + 3\cdot 1 \Leftrightarrow A = 117$

Da ladningstallet skal være bevaret, har man: $98 = 50 + Z + 3\cdot 0 \Leftrightarrow Z = 48$

Den anden dannede kerne er dermed Cd-117 (fundet i det periodiske system ved Z=48).

Reaktionsskemaet bliver dermed:

$$ \underline{\underline{{}^{252}_{98}Cf \rightarrow {}^{132}_{50}Sn + {}^{117}_{48}Cd + 3\cdot {}^{1}_{0}n}} $$

For at bestemme Q-værdien bestemmes først massetilvæksten:

$$ \Delta m = m_{højresiden} - m_{venstresiden} = \left(m_{Sn-132-kerne} + m_{Cd-117-kerne} + 3\cdot m_{neutron}\right) - m_{Cf-252-kerne} = $$

$$ \left(m_{Sn-132-atom} + m_{Cd-117-atom} + 3\cdot m_{neutron}\right) - m_{Cf-252-atom} $$

Man kan regne på atommasser, da man skal trække 98 elektroner fra på begge sider for at få kernemasserne, hvorfor det går lige op. Masserne findes i databogen under 'Nukliders masse og bindingsenergi':

$$ \Delta m = 131,91776u + 116,90723u + 3\cdot 1,00866490u - 252,081621u = -0,2306363u $$

Så kan Q-værdien beregnes, når det udnyttes, at 1u svarer til 931,4943MeV:

$$ Q = -\Delta m\cdot c^2 = 0,2306363u\cdot 931,4943\frac{MeV}{u} = \underline{\underline{214,84MeV}} $$

b) Først bestemmes antallet af Cf-252-kerner, der er henfaldet, da man derefter kan beregne, hvor mange af disse kerner, der er henfaldet ved spontan fission, og derfor hvor mange neutroner der er udsendt:

Først bestemmes antallet af Cf-252-kerner fra start, dvs. hvor mange Cf-252-atomer (og dermed kerner) der er i 500μg.

Atommassen kendes fra spørgsmål a), så man får:

$$ N_0 = \frac{m_{samlet}}{m_{atom}} = \frac{500\cdot 10^{-9}kg}{252,081621\cdot 1,66054\cdot 10^{-27}kg} = 1,1944816431099\cdot 10^{18} $$

Antallet af tilbageværende kerner kan bestemmes med henfaldsloven, da man i databogen under radioaktive nuklider kan se, at halveringstiden for Cf-252 er 2,64år:

$$ N(t) = N_0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}} $$

$$ N(15år) = 1,1944816431099\cdot 10^{18}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{15år}{2,64år}} = 2,326921740368\cdot 10^{16} $$

Dvs. antallet af henfaldne kerner er:

$$ N_{henfald} = N_0 - N(15år) = 1,1944816431\cdot 10^{18} - 2,32692174\cdot 10^{16} = 1,171212426\cdot 10^{18} $$

Da 3,09% af disse henfald er spontan fission, har man:

$$ N_{spontan\ fission} = 0,0309\cdot N_{henfald} = 0,0309\cdot 1,1712124257\cdot 10^{18} = 3,619046395\cdot 10^{16} $$

Da der i gennemsnit udsendes 3,79 neutroner pr. henfald med spontan fission er antallet af udsendte neutroner:

$$ N_{neutroner} = 3,79\cdot N_{spontan\ fission} = 3,79\cdot 3,619046395\cdot 10^{16} = 1,3716185838688\cdot 10^{17} = \underline{\underline{1,372\cdot 10^{17}}} $$

Opgave 110 side 163: **Luftskib**

a) Effekten bestemmes ved at beregne, hvor stor effekt de 750m^2 solceller modtager og gange dette tal med nyttevirkningen:

$$P = I_{sollys} \cdot A_{solceller} \cdot \eta_{solceller} = 800\frac{W}{m^2} \cdot 750m^2 \cdot 0,25 = 150000W = \underline{\underline{150kW}}$$

b) Tyngdekraften påvirker luftskibet nedad, og dens størrelse er givet ved $F_t = m \cdot g$, hvor m er massen af luftskib og helium.

Når Luftskibet kan svæve, skyldes det opdriften fra luften, der virker opad, og som har en størrelse givet ved:

$$F_{op} = \rho_{luft} \cdot V_{luftskib} \cdot g = 1,293\frac{kg}{m^3} \cdot 8,4 \cdot 10^3 m^3 \cdot 9,82\frac{m}{s^2} = 106656,984N$$

Luftens densitet er fundet i databogen, men værdien er ved 1atm og 0°C, og luftens densitet vil derfor være for højt sat. Det udregnede tal vil derfor være for stort.
Hvis luftskibet skal svæve, skal tyngdekraften og opdriften være lige store (da de er modsatrettede), så man har:

$$F_t = F_{op}$$

$$m_{samlet} \cdot g = 106656,984N \Leftrightarrow m_{samlet} = \frac{106656,984N}{9,82\frac{m}{s^2}} = 10861,2kg$$

$$m_{nyttelast} = m_{samlet} - m_{luftskib} = 10861,2kg - 8,0 \cdot 10^3 kg = 2861,2kg$$

Dette tal er som nævnt udregnet med en for høj densitet, så det vurderes, at luftskibet kan bære <u>ca. 2 tons nyttelast</u>

c) Da luftskibet følger nogle hvaler, kan man gå ud fra, at det foregår over et så stort tidsrum, at det har opnået en konstant fart, hvor kraften fra motorerne peger modsat af og har samme størrelse som luftmodstanden (så den resulterende kraft er 0).
Man har altså:

$$F_{motor} = F_{luft} \Leftrightarrow F_{motor} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Her er c_w formfaktoren, A er tværsnitsarealet, v er luftskibets fart og ρ er luftens massefylde.
Man kender ikke motorens kraft, men man kender den effekt, hvormed motorerne påvirker luftskibet, og da sammenhængen mellem effekt og kraft er $P = F \cdot v$, har man:

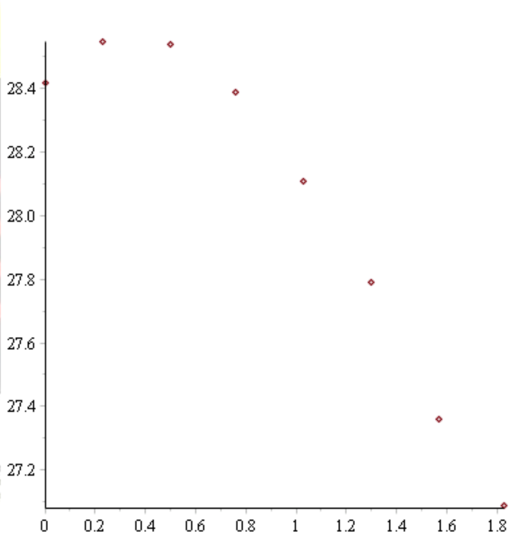
$$\frac{P_{motor}}{v} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \Leftrightarrow v^3 = \frac{2 \cdot P_{motor}}{c_w \cdot \rho \cdot A}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot P_{motor}}{c_w \cdot \rho \cdot A}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 18 \cdot 10^3 W}{0,078 \cdot 1,293\frac{kg}{m^3} \cdot 310m^2}} = 10,481317893194\frac{m}{s} = \underline{\underline{10\frac{m}{s}}}$$

Opgave 111 side 164: **Rappelling**

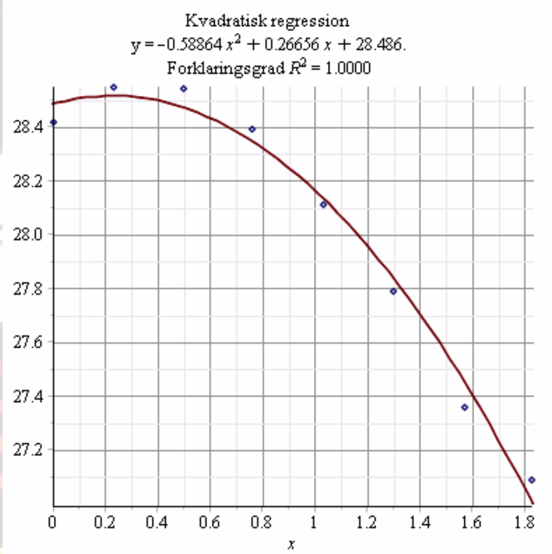
a) I Maple indtastes tabellens værdier, og højden plottes som funktion af tiden:

```
with(Gym) :
tid := [0, 0.23, 0.5, 0.76, 1.03, 1.3, 1.57, 1.83] :
højde := [28.42, 28.55, 28.54, 28.39, 28.11, 27.79, 27.36, 27.09] :
plot(tid, højde)
```



Det ser ud til, at punkterne med god tilnærmelse danner en parabel, hvilket svarer til en bevægelse med konstant acceleration. Der laves derfor et fit med et 2.gradspolynomium.

```
PolyReg(tid, højde, 2)
```



MEN, dette fit viser, at tilnærmelsen ikke er så god, som den i første omgang blev anset for. Så i stedet for at anvende forskriften for et dårligt fit, er det bedre at kigge på punkterne. Da det er en (t,s)-graf, er den højeste fart den numerisk største hældning mellem to punkter. Den vurderes at kunne finde ud fra 2. og 3. sidste punkter, så man har:

$$v_{maks} = \frac{-\Delta h}{\Delta t} = \frac{-(27{,}36m - 27{,}79m)}{1{,}57s - 1{,}30s} = \frac{0{,}43m}{0{,}27s} = 1{,}59259\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}6\frac{m}{s}}}$$

b) Personen er i hvile, så de tre kræfter lagt sammen som vektorer må give 0, dvs. de danner en retvinklet trekant som vist til højre på figuren nedenfor:

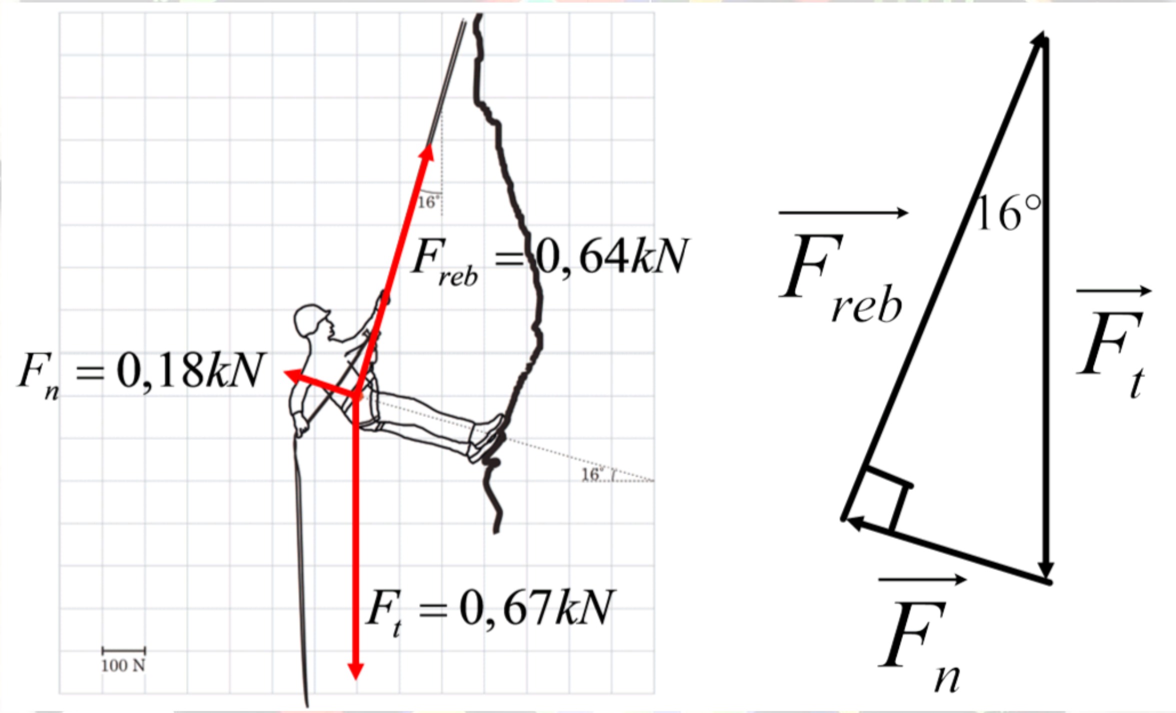
Tyngdekraften virker lodret nedad med størrelsen: $F_t = m \cdot g = 68kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 667{,}760N$

Størrelsen af kraften fra rebet kan så beregnes ud fra den retvinklede trekant:

$$\cos(16°) = \frac{F_{reb}}{F_t} \Leftrightarrow F_{reb} = \cos(16°) \cdot F_t = \cos(16°) \cdot 667{,}760N = 641{,}892N$$

Og størrelsen af normalkraften bliver:

$$\sin(16°) = \frac{F_n}{F_t} \Leftrightarrow F_n = \sin(16°) \cdot F_t = \sin(16°) \cdot 667{,}76N = 184{,}06N$$



Opgave 112 side 165: **Papirbehandling**

a) Den elektriske kraft på en ladet partikel i et elektrisk felt afhænger af feltstyrken: $F_e = q \cdot E$.
I det homogene elektriske felt skabt mellem to ladede plader, er $U = E \cdot d$, hvor U er spændingsfaldet og d er afstanden mellem pladerne. De to formler sat sammen giver:

$$F = q \cdot E \;\Rightarrow\; F = q \cdot \frac{U}{d} \Leftrightarrow$$

$$q = \frac{F \cdot d}{U} = \frac{4,42 \cdot 10^{-9}\,N \cdot 0,24m}{100 \cdot 10^{3}V} = 1,0608 \cdot 10^{-14}\,C = \underline{\underline{1,06 \cdot 10^{-14}\,C}}$$

b) Man kender allerede fra spørgsmål a) den kraft, som latexpartiklerne påvirkes med, og dermed kan man med Newtons 2. lov bestemme deres acceleration, hvis man kender deres masse.
Så massen beregnes ud fra kendskabet til kuglernes radius og densitet:

$$m = \rho_{latex} \cdot V_{kugle} = 2,7 \cdot 10^{3}\frac{kg}{m^{3}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(16 \cdot 10^{-6}m\right)^{3} = 4,6324668632773 \cdot 10^{-11}\,kg$$

Så accelerationen er:

$$F_{res} = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{4,42 \cdot 10^{-9}\,N}{4,6324668632773 \cdot 10^{-11}\,kg} = 95,413526538925\frac{m}{s}$$

Da feltet er homogent, vil kraften og dermed accelerationen være konstant, så man har:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^{2} + v_0 \cdot t + s_0 \quad og \quad v(t) = a \cdot t + v_0 \Leftrightarrow t = \frac{v(t) - v_0}{a}$$

Udtrykket for t indsættes i den første formel:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right)^{2} + v_0 \cdot \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) + s_0 \Leftrightarrow$$

$$s(t) - s_0 = \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{v(t) - v_0}{a} + v_0\right) \Leftrightarrow$$

$$s(t) - s_0 = \left(\frac{v(t) - v_0}{a}\right) \cdot \frac{v(t) + v_0}{2} \Leftrightarrow$$

$$2 \cdot a \cdot \left(s(t) - s_0\right) = \left(v(t)\right)^{2} - v_0^{2} \Leftrightarrow v(t) = \sqrt{2 \cdot a \cdot \left(s(t) - s_0\right) + v_0^{2}}$$

$$v_{slut} = \sqrt{2 \cdot 95,4135265\frac{m}{s^{2}} \cdot 0,12m + \left(7,5m\right)^{2}} = 8,896586219969\frac{m}{s} = \underline{\underline{8,9\frac{m}{s}}}$$

Hvis man ville slippe for den lange udregning, kunne man godt i en formelsamling have fundet formlen:
$v^{2} - v_0^{2} = 2 \cdot a \cdot \left(s - s_0\right)$

Opgave 113 side 166: **Produktion af K^{-}-mesoner**

Opgave 114 side 167: **Kvasaren 3C-279**

a) Det er rummets udvidelse, der giver rødforskydningen af lyset fra kvasaren, og sammenhængen mellem rødforskydningen *z* og afstandene til objektet er:

$1+z=\frac{r_0}{r}$, hvor r_0 er den nuværende afstand og *r* er/var afstanden, da lyset blev udsendt.

$$r=\frac{r_0}{1+z}=\frac{5,67\cdot 10^9\,ly}{1+0,538}=3686605981,79ly$$

Så afstanden er øget med:

$$r_0-r=5,67\cdot 10^9\,ly-3686605981,79ly=1983394018,21ly=\underline{\underline{1,98\cdot 10^9\,ly}}$$