Terminsprøver 3.g

x-klasserne

Gammel Hellerup Gymnasium

November 2021 ; Michael Szymanski ; mz@ghg.dk

Indholdsfortegnelse

Terminsprøve 3.x 2018

Opgave 1 Reducér udtrykket $3a(2a-4b)-(a-6b)^2$

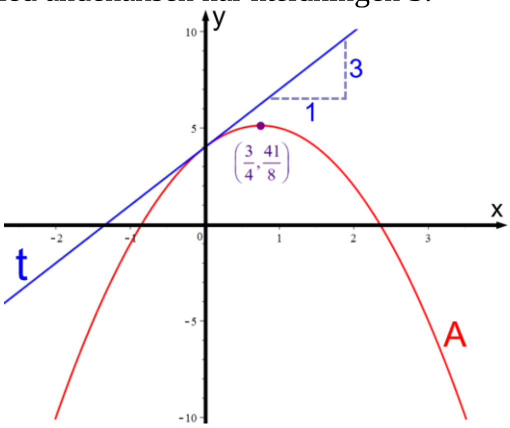
Opgave 2 I planen har en trekant *ABC* hjørnerne $A(5,1), B(-7,2)$ og $C(4,-3)$.
Bestem arealet af trekant *ABC*.

Opgave 3 Løs andengradsligningen $(x+4)^2-3=6$

Opgave 4 Beregn $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \cos(x)\cdot e^{\sin(x)+1}\,dx$

Opgave 5 Undersøg, om funktionen *f* med forskriften $f(x)=x^2\cdot\cos(x)+3x^2$ er en løsning til differentialligningen $2y-\frac{dy}{dx}\cdot x=x^3\cdot\sin(x)$

Opgave 6 En parabel *A* har toppunkt i $\left(\frac{3}{4},\frac{41}{8}\right)$, og tangenten *t* til parablen i parablens skæringspunkt med andenaksen har hældningen 3.



Bestem en ligning for parablen *A*.

Opgave 7 Antallet af hvide næsehorn (*Ceratotherium simum*) i Afrika ses i nedenstående tabel:

Årstal	1993	1997	2004	2007	2009
Antal næsehorn	6376	7913	10796	16273	19409

Det antages, at antallet af hvide næsehorn kan beskrives ved en model på formen

$$N(t)=a\cdot t+b$$

hvor *N* er antallet af hvide næsehorn, og *t* er tiden målt i antal år efter 1993.

a) Bestem *a* og *b*.

b) Fortolk tallet *a*, og bestem i hvilket år antallet af hvide næsehorn ifølge modellen er oppe på 30000.

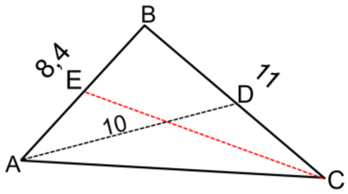
I en anden model, hvor tiden *t* igen angives i antal år efter 1993, antages det, at antallet *M* af hvide næsehorn kan beskrives ved en funktion, der er løsning til differentialligningen

$$\frac{dM}{dt}=0{,}07\cdot M$$

c) Bestem det årstal, hvor de to forskellige modeller igen giver samme antal hvide næsehorn, når det antages, at begyndelsesværdien er den samme i begge modeller.

Opgave 8 I trekant *ABC* kaldes medianen fra *A*'s fodpunkt *D*, mens vinkelhalveringslinjen fra *C*'s fodpunkt kaldes *E*.

Det er oplyst, at $|AB| = 8{,}4$ og $|BC| = 11$ samt at medianen fra *a* har længden 10 ($m_a = 10$)



a) Bestem vinkel $\angle B$.

b) Bestem $\angle C$ og bestem $|AE|$.

Opgave 9 En potensvækst er givet ved forskriften $S(x) = 1{,}67 \cdot x^{-0{,}27}$

a) Bestem, hvordan *S* ændrer sig, når *x*-værdien øges med 40%.

Opgave 10 En cirkel *A* er givet ved ligningen $x^2 - 10x + y^2 + 4y - 44 = 0$

a) Bestem koordinatsættet for cirklens centrum og cirklens radius.

En linje *l* er givet ved ligningen $11x - 6y + 41 = 0$.

b) Undersøg, om linjen *l* er en tangent til cirklen *A*.

Opgave 11 Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = \sin(x) + x$$

$$g(x) = 13 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{x}{2}}$$

Sammen med andenaksen danner graferne for *f* og *g* i første kvadrant en punktmængde *M*.

a) Bestem arealet af *M*.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* drejes 360° omkring førsteaksen.

Opgave 12 Vandstanden *h* (målt i meter) i en havn fra midnat til middag kan beskrives ved

$$h(t) = 1{,}4 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot t + 2{,}3\right) + 2{,}7 \quad ; \quad t \in [0{,}12]$$

hvor *t* er tiden målt i timer efter midnat.

a) Bestem den største og den mindste vandstand i havnen i perioden fra midnat til middag.

b) Bestem det tidspunkt i perioden, hvor vandstanden vokser hurtigst, og angiv denne maksimale væksthastighed.

Opgave 13 Man ønsker at undersøge, om valget af favoritprimærfarve afhænger af det klimabælte, man bor i. Man vælger signifikansniveauet 5% og spørger 1154 tilfældigt udvalgte personer. I nedenstående tabel ses bidragene til teststørrelsen *Q*:

Bidrag til *Q*	**Blå**	**Rød**	**Gul**
Tropisk	2,33	1,20	3,08
Subtropisk	1,54	0,21	1,34
Tempereret	0,04	0,20	0,17

a) Opstil den nulhypotese, som testet anvender, og beregn teststørrelsen *Q*.

b) Beregn *p*-værdien og konkludér på undersøgelsen.

Opgave 14 Det antages, at antallet N af Twitter-brugere i verden (målt i mio.) kan beskrives ved en funktion, der er en løsning til differentialligningen $\frac{dN}{dt} = 0{,}0030 \cdot N \cdot (330 - N)$

hvor t er tiden målt i antal år efter 2010.

a) Bestem væksthastigheden af Twitter-brugere i verden på det tidspunkt, hvor der er 170 mio. Twitter-brugere i verden.

I år 2013 var der 218 mio. Twitter-brugere i verden.

b) Bestem det tidspunkt, hvor væksthastigheden af Twitter-brugere i verden er størst.

Opgave 15 Tre punkter i rummet er givet ved $A(a,0,0)$, $B(0,2a,0)$ og $C(0,0,3a)$, hvor a er et positivt, reelt tal.

a) Bestem a, så trekanten udspændt af punkterne A, B og C har arealet 17.

I en anden situation er $a = 4$.

To rette linjer l og k går begge gennem origo $(0,0,0)$. Linjen l står vinkelret på planen α, der indeholder punkterne A, B og C, og linjen k går gennem punktet A.

b) Bestem den stumpe vinkel mellem linjerne l og k.

c) Bestem koordinatsættet til skæringspunktet D mellem den rette linje l og planen α.

Terminsprøve 3.x 2019

Opgave 1 Reducér udtrykket $(2a-b)^2-(4a+b)\cdot(a-3b)$

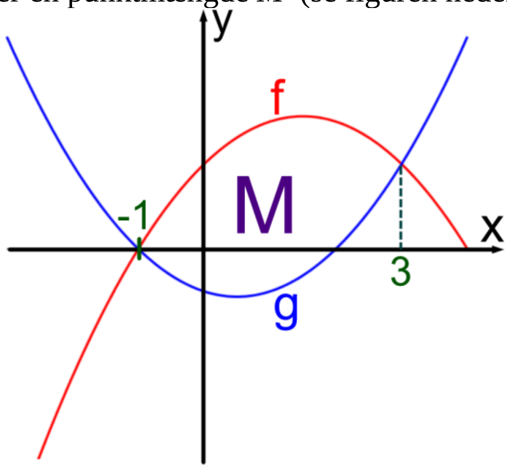
Opgave 2 Vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved $\vec{a}=\begin{pmatrix}7\\-1\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-5\\3t+4\end{pmatrix}$.

Bestem den værdi for *t*, hvor vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er parallelle.

Opgave 3 Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x)=x^2\cdot\cos(x)$ er en løsning til differentialligningen $x\cdot\frac{dy}{dx}-y=2\cdot x\cdot\sin(x)$

Opgave 4 Beregn $\int_{-1}^{2}(6x+9)\cdot e^{x^2+3x+2}\,dx$

Opgave 5 Graferne for funktionerne *f* og *g* er parabler, der skærer hinanden i $x=-1$ og $x=3$ og sammen danner en punktmængde M (se figuren nedenfor).



Benyt nogle af funktionsværdierne i nedenstående tabel til at bestemme arealet af punktmængden M (*F* og *G* er stamfunktioner til henholdsvis *f* og *g*).

	$f'(x)$	$g'(x)$	$f(x)$	$g(x)$	$F(x)$	$G(x)$
$x=-1$	5	-3	0	0	$-\frac{13}{6}$	$\frac{7}{6}$
$x=3$	-3	5	4	4	$\frac{33}{2}$	$-\frac{3}{2}$

Opgave 6 Parablen *p* er graf for polynomiet $a\cdot x^2+b\cdot x+5$.
Bestem konstanterne *a* og *b*, så parablen *p* har toppunkt i $(1,3)$.

Opgave 7

For en cykelrytter har man målt sammenhængen mellem hendes tempo *p* (målt i minutter pr. km.) og den luftmodstand *F* (målt i N), der påvirker hende.

p	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
F	18,1	9,7	6,4	4,6	3,3	2,4	2,0

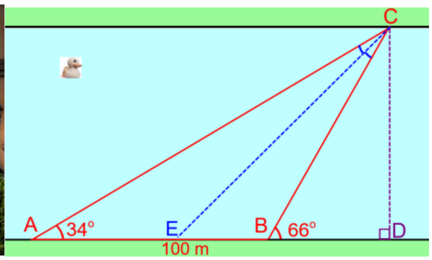
Det oplyses, at sammenhængen kan beskrives ved forskriften $F(p) = b \cdot p^a$

a) Bestem konstanterne *a* og *b*.
b) Bestem det tempo, der svarer til luftmodstanden 8,3 N.
c) Hvordan ændres luftmodstanden, hvis talværdien for tempoet øges med 70%?

Opgave 8 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = \dfrac{1}{x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 12x + 47}$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.
b) Bestem det sted, hvor væksthastigheden for *f* er størst.

Opgave 9



For at bestemme bredden af floden Arno i Firenze måles fra to punkter *A* og *B*, der ligger med afstanden100 m på den ene bred, sigtevinkler $\angle CAD = 34°$ og $\angle CBD = 66°$ til et punkt *C* længere fremme på den anden bred. Punktet *D* er fodpunkt for højden fra *C* i trekant *ABC*.

a) Bestem $|CD|$.

I trekant *ABC* skærer *C*'s vinkelhalveringslinje linjestykket *AB* i punktet *E*, og man planlægger at anvende trekant *BCE* til kapsejlads i kano.

b) Bestem omkredsen af trekant *BCE*.

Opgave 10 En kugle *K* er bestemt ved ligningen

$$K: \quad x^2 - 8x + y^2 + 14y + z^2 - 16z - 40 = 0 \qquad ; \qquad G = \mathbb{R}^3$$

a) Bestem kuglens radius og koordinatsættet til dens centrum.

Netop ét af punkterne $P(9,1,8)$ og $Q(8,5,11)$ ligger på kuglen *K*.

b) Afgør, hvilket af punkterne *P* og *Q*, der ligger på kuglen *K*, og vis, at tangentplanen α til kuglen i dette punkt har ligningen $\alpha: \quad 4x + 12y + 3z - 125 = 0 \qquad ; \qquad G = \mathbb{R}^3$
c) Bestem den stumpe vinkel, som linjen *l* gennem punkterne *P* og *Q* danner med tangentplanen α.

Opgave 11 Man ønsker at undersøge, om svømmeresultaterne afhænger af, om man anvender træningsmetode *A* eller *B*. Man vælger at arbejde med signifikansniveauet 2%.
Man opstiller følgende skema, der skal anvendes i undersøgelsen:

	Bundresultat	Middelresultat	Topresultat
Træningsmetode A			
Træningsmetode B			

a) Opstil en nulhypotese, der kan bruges til undersøgelsen, og bestem den kritiske værdi for teststørrelsen *Q*.

Man opnår følgende resultat:

	Bundresultat	Middelresultat	Topresultat
Træningsmetode A	328	629	182
Træningsmetode B	509	701	196

b) Bestem den forventede værdi for antallet af testpersoner med træningsmetode B, der skulle have opnået et middelresultat, og bestem bidraget til *Q*-værdien fra denne kategori.

Opgave 12 Ved en blodtryksmåling er blodtrykket *p* (målt i mmHg) som funktion af tiden *t* (målt i sekunder) givet ved forskriften $p(t) = 32 \cdot \sin(5{,}87 \cdot t) + 104$

a) Bestem det minimale og det maksimale blodtryk.

b) Bestem perioden *T* for blodtrykket.

Opgave 13 Højden *h* (målt i cm) af en plante kan beskrives ved differentialligningen

$\frac{dh}{dt} = 0{,}117 \cdot (80 - h)$, hvor *t* er tiden målt i døgn efter det tidspunkt, hvor planten er 3 cm høj.

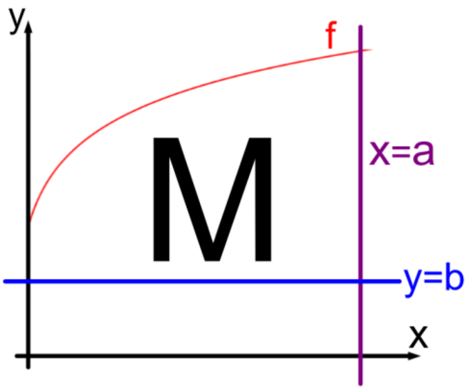
a) Hvor høj er planten, når den vokser med væksthastigheden 5,85 cm i døgnet?

b) Til hvilket tidspunkt *t* er planten 79 cm høj?

Opgave 14 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 3 \cdot \ln(x+1) + 7 \quad ; \; x \geq 0$

En lodret linje *l* er givet ved ligningen $x = a$, hvor $a > 0$, og en vandret linje *k* er givet ved ligningen $y = b$, hvor $0 \leq b < 7$.

Grafen for *f* danner sammen med andenaksen og linjerne *l* og *k* en punktmængde *M*.



a) Bestem værdien af *a*, når arealet af *M* er 150, og *b*-værdien er 2.

b) Bestem værdien af *b*, når *a*-værdien er 10, og rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* roteres 360° omkring førsteaksen, er 4200.

Opgave 15 Lad $A(5,-1,4), B(9,13,-8), C(-2,0,11)$ og $D(-6,7,-10)$ være punkter i rummet, og lad linjen *l* være den rette linje, der går gennem punkterne *C* og *D*.

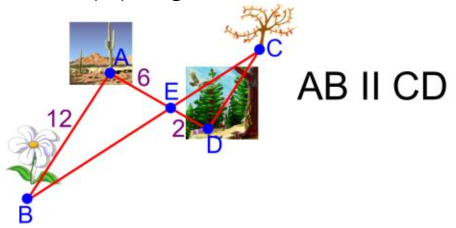
a) Bestem en parameterfremstilling for linjen *l*, og bestem det punkt *E* på linjen *l*, der gør arealet af trekant *ABE* mindst muligt.

Terminsprøve 3.g x2017

Delprøve 1 kl. 09.00 – 11.00

Opgave 1 a) Reducér udtrykket $\left(3a-6b\right)\cdot\left(2a+4b\right)-\left(a+5b\right)\cdot\left(a-5b\right)$

Opgave 2 Linjestykkerne *AB* og *CD* mellem henholdsvis kaktusen (*A*) og blomsten (*B*) samt løvtræet (*C*) og nåletræet (*D*) er parallelle.



Det oplyses, at $\left|DE\right|=2$, $\left|AE\right|=6$ og $\left|AB\right|=12$, samt at omkredsen af trekant *CDE* er 11.

a) Bestem længden af linjestykket *BE*.

Opgave 3 En funktion *f* er bestemt ved forskriften $f\left(x\right)=\left(x^2-1\right)\cdot \mathrm{e}^{x^2-4x+4}$

a) Løs ligningen $f\left(x\right)=0$.

b) Bestem $f'\left(2\right)$.

Opgave 4 a) Løs ligningerne $\left(x^2-x-56\right)\cdot\left(x+3\right)=0$ og $\left(x^2-5x-24\right)\cdot\left(x-7\right)=0$.

b) Reducér udtrykket $\dfrac{\left(x^2-x-56\right)\cdot\left(x+3\right)}{\left(x^2-5x-24\right)\cdot\left(x-7\right)}$

Opgave 5 a) Bestem integralet $\displaystyle\int_0^1 \frac{3x^2+2}{4\cdot\sqrt{x^3+2x+1}}\,dx$

Opgave 6 Funktionen *f* er en løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx}=12-4\cdot y$, og *f* indeholder linjeelementet $\left(0,a;4\right)$.

a) Bestem *a*.

b) Bestem en forskrift for *f*.

Opgave 7 En cirkel er givet ved ligningen $x^2+5x+y^2-2y-\dfrac{7}{4}=0$; $G=\mathbb{R}^2$

a) Bestem cirklens radius og koordinatsættet til cirklens centrum.

b) Bestem koordinatsættene til de to punkter på cirklen, hvor cirklen har lodrette tangenter.

Opgave 8 Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+4}$ $\quad g\left(x\right)=\cos\left(x\right)+1$

a) Bestem $g\left(f\left(x\right)\right)$ og bestem $f\left(g\left(\pi\right)\right)$

Opgave 9 En funktion *f* er bestemt ved forskriften $f\left(x\right)=x^2+x-6$

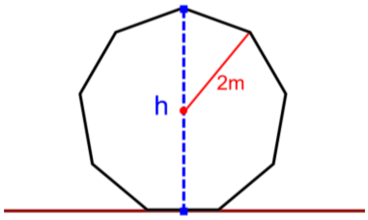
a) Bestem funktionens nulpunkter.

b) Bestem arealet af den punktmængde *M*, som grafen for *f* danner sammen med førsteaksen.

Opgave 10 a) Undersøg, om funktionen *f* med forskriften $f\left(x\right)=x-\mathrm{e}^{\sin(x)}$ er en løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx}+\cos\left(x\right)=y\cdot\cos\left(x\right)$

Delprøve 2   Med alle hjælpemidler kl. 11:00 – 14:00

Opgave 11 Et hjul er konstrueret som en regulær 9-kant med afstanden 2 meter fra centrum til hvert af de 9 hjørner.



a) Bestem omkredsen af hjulet.

b) Bestem højden h af hjulet, når det står på en af kanterne.

Opgave 12 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = x^2 \cdot y^2 - 4x^2 - 9y^2 + 36$

a) Bestem de stationære punkter for *f*.

b) Bestem arten af de stationære punkter $P_1(0,0,36)$ og $P_2(3,2,0)$.

Opgave 13 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = x^3 + 3x^2 - 189x + 47$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 14 En plan α indeholder punkterne $A(5,-2,7)$, $B(-1,4,9)$ og $C(3,9,2)$.

a) Bestem en ligning for planen α.

b) Bestem skæringspunktet mellem planen α og linjen l givet ved

$$l: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ -11 \end{pmatrix} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$$

Opgave 15 En stedfunktion $\vec{s}$ er givet ved $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + t - 4 \\ t^3 - 7t + 8 \end{pmatrix} \quad ; \quad t \in \mathbb{R}$

a) Bestem koordinatsættet til det punkt, hvor hastighedsvektoren er lodret.

Den ene parameterværdi svarende til dobbeltpunktet er $t_1 = -3$.

b) Bestem den anden parameterværdi t_2 svarende til dobbeltpunktet.

c) Bestem vinklen mellem hastighedsvektorerne i dobbeltpunktet.

Opgave 16 En population kan beskrives ved differentialligningen $\frac{dN}{dt} = 0,00074 \cdot N \cdot (630 - N)$

hvor N er populationens størrelse, og t er tiden målt i uger.

a) Hvor mange individer er der i populationen, når væksthastigheden for anden gang er 51 individer pr. uge?

b) Bestem den maksimale væksthastighed.

Opgave 17 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 5 \cdot \sin(0,32 \cdot x + 0,17) + 2$.

Funktionen danner i 1. og 2. kvadrant sammen med førsteaksen uendelig mange punktmængder, der alle har samme areal.

a) Bestem arealet af én af disse punktmængder.

Terminsprøve 3.g x2018

Delprøve 1: Kl. 09.00 – 11.00

Opgave 1 Reducér nedenstående udtryk

(5 point) a) $\dfrac{x^4 \cdot x^7}{\left(x^3\right)^2}$

(5 point) b) $\dfrac{-\left(2b-3a\right)^2+\left(4b+a\right)\cdot\left(b+5a\right)}{a}$

Opgave 2 Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f\left(x\right)=\begin{cases}\cos\left(x\right)+1 & , \quad x<-5\\ 5\cdot e^x & , \quad -5\le x\le 3\\ 8x+7 & , \quad 3<x\end{cases} \qquad g\left(x\right)=x^5+7$$

(5 point) a) Bestem $\left(f+g\right)\left(0\right)$

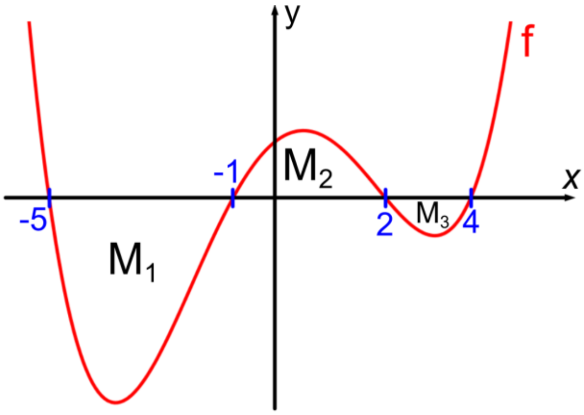
(10 point) b) Bestem $\left(f\circ g\right)\left(-1\right)$

(10 point) c) Bestem forskriften for funktionen g^{-1} (den omvendte funktion af funktionen *g*)

Opgave 3 En funktion *f* er bestemt ved forskriften $f\left(x\right)=e^{x^3-9x^2-21x+56}$

(10 point) a) Løs ligningen $f'\left(x\right)=0$

Opgave 4 Funktionen *f* har nulpunkterne $-5, -1, 2$ og 4, og dens graf afgrænser sammen med førsteaksen tre punktmængder M_1, M_2 og M_3, der ligger henholdsvis under, over og under førsteaksen.



Det oplyses, at arealet af punktmængden M_2 er 42, at arealet af punktmængden M_3 er 21 samt at $\int_4^{-5} f\left(x\right)dx=170$.

(5 point) a) Bestem $\int_{-1}^{4} f\left(x\right)dx$.

(10 point) b) Bestem arealet af punktmængden M_1.

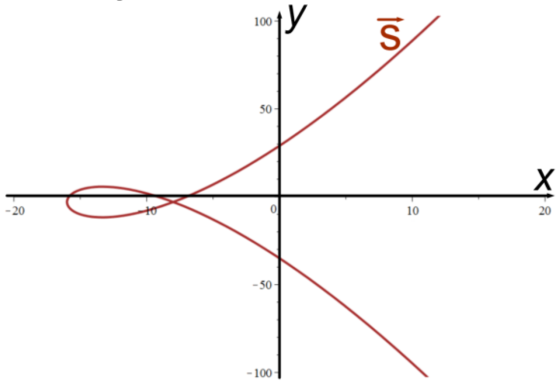
Opgave 5 En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x,y\right)=x^3\cdot y-\cos\left(y\right)$

(10 point) a) Bestem gradienten for *f* i punktet $\left(3,0,f\left(3,0\right)\right)$.

(10 point) b) Bestem de dobbeltafledede $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ og $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

Opgave 6 En vektorfunktion $\vec{s}$ er givet ved forskriften $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 2t - 15 \\ t^3 - 3t^2 - 5t + 4 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

Banekurven for $\vec{s}$ er angivet nedenfor



(5 point) a) Bestem $\vec{s}(1)$.

(10 point) b) Bestem koordinatsættene for banekurvens to skæringspunkter med andenaksen.

(10 point) c) Bestem parameterværdien *t* for det punkt på banekurven, hvor der er lodret tangent.

Opgave 7 Der er givet en differentialligning $x \cdot y' - 2 \cdot y = 5x - 8$

(10 point) a) Er funktionen *f* givet ved forskriften $f(x) = 7x^2 - 5x + 4$ en løsning til den angivne differentialligning?

(5 point) b) Findes der til den givne differentialligning en løsning, hvis graf har linjen givet ved ligningen $y = -5x + 7$ som tangent i et punkt?

Delprøve 2: Med alle hjælpemidler kl. 11:00 – 14:00

Opgave 8 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 7x + 9$

Grafen for *f* danner sammen med koordinatakserne en punktmængde *M*.

(5 point) a) Bestem arealet af punktmængden *M*.

(10 point) b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når punktmængden *M* roteres 360° omkring førsteaksen.

(10 point) c) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.

Opgave 9 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x, y) = x^2 \cdot y + x \cdot y^2 + 4 \cdot x^2 + 7 \cdot y + 28$

(5 point) a) Tegn grafen for *f* i vinduet $[-20, 20] \times [-20, 20] \times [-100, 300]$.

(10 point) b) Bestem koordinatsættene for de to stationære punkter $P(x_1, y_1, z_1)$ og $Q(x_2, y_2, z_2)$, hvor *P* har en mindre førstekoordinat end *Q*.

(10 point) c) Bestem et funktionsudtryk for determinanten til Hesse-matricen **og** bestem arten af det stationære punkt *P*.

(10 point) d) Bestem en ligning for tangentplanen til grafen for *f* i punktet $(2, 3, f(2,3))$.

Opgave 10 Dagslængden i København kan beskrives ved funktionen f givet ved forskriften

$$f(t) = 5{,}16 \cdot \sin(0{,}017203 \cdot t - 1{,}359) + 12{,}17 \quad ; \quad 0 \leq t \leq 365$$

hvor t er tiden angivet i antal døgn efter årsskiftet, og f er dagslængden målt i timer.

(10 point) a) Bestem forskellen i dagslængden på den længste og den korteste dag i året.

(10 point) b) Bestem $f'(250)$ **og** fortolk resultatet.

(10 point) c) Bestem de to tidspunkter, hvor grafen for f har vendetangenter, **og** fortolk resultatet.

Opgave 11 En vektorfunktion $\vec{f}$ er givet ved forskriften $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t^3 + 3t^2 - 18t - 37 \\ t^3 - 3t^2 - 6t + 13 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

(5 point) a) Vis, at parameterværdierne $t_1 = -2$ og $t_2 = 4$ svarer til samme punkt P, der dermed er et dobbeltpunkt.

(10 point) b) Bestem vinklen mellem hastighedsvektorerne i dobbeltpunktet P.

(5 point) c) Bestem arealet af den punktmængde M, der afgrænses af den del af banekurven for $\vec{f}$, der svarer til $t \in [-2, 4]$.

Opgave 12 En populations størrelse kan beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = 0{,}000025 \cdot N \cdot (30000 - N)$$

hvor N er antallet af individer, og t er tiden målt i år efter 2010.
N_1 er den partikulære løsning til differentialligningen, hvorom det gælder, at antallet af individer i år 2010 er 7000, mens N_2 er den partikulære løsning, hvor $N_2(0) = 13000$.

(5 point) a) Tegn i vinduet $[-5, 10] \times [0, 30000]$ et hældningsfelt for differentialligningen sammen med integralkurverne for N_1 og N_2.

(5 point) b) Bestem den øvre grænse for populationens størrelse.

(10 point) c) Bestem det tidspunkt, hvor forskellen i populationernes størrelse er størst for de to løsninger N_1 og N_2.

Sygeterminsprøve 3.g x2018

Delprøve 1:

Opgave 1

(10 point)	a)	Løs ligningen	$\frac{1}{7}\cdot(2x+3)+5x=-4 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$
(5 point)	b)	Løs ligningen	$x^2+2x-15=0 \quad ; \quad G=\mathbb{R}$
(5 point)	c)	Reducér udtrykket	$\frac{-4x^2-8x+60}{-2x^2-10x}$

Opgave 2 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=3\cdot\sin(2x)+4$

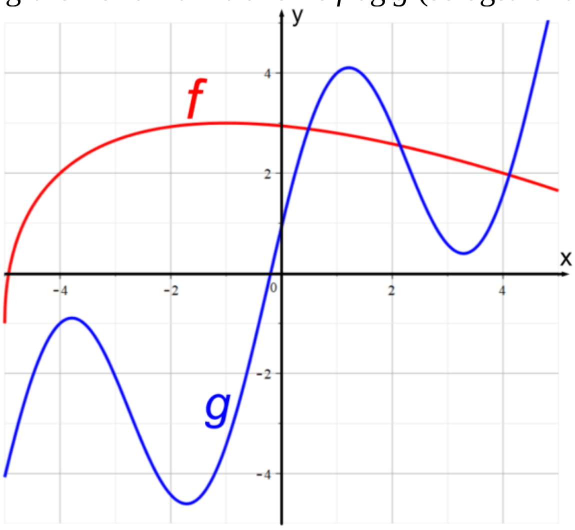
(10 point) a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $(0, f(0))$

Opgave 3 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y)=x\cdot e^y-\sin(y)+x^2\cdot y$

(10 point) a) Bestem gradienten for f.

(10 point) b) Bestem de dobbeltafledede $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ og $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ samt den blandede afledede $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

Opgave 4 På figuren ses graferne for funktionerne *f* og *g* (se også bilag A).



Bestem ved hjælp af aflæsninger på figuren følgende (vis aflæsningerne på bilag A)

(5 point) a) $(f+g)(-4)$

(5 point) b) $(f\circ g)(1)$

(5 point) c) $f'(-1)$

Opgave 5 En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=8x^3-9x^2+4x-3$

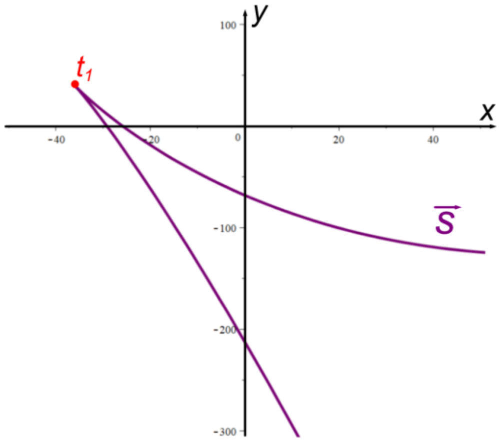
(10 point) a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $(1,5)$

(10 point) b) Bestem $\int_0^1 (24x^2-18x+4)\cdot e^{f(x)}\,dx$

Opgave 6 En vektorfunktion $\vec{s}$, der angiver positionen af en partikel til tiden *t*, er givet ved

$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix} t^2+6\cdot t-27 \\ \frac{1}{3}\cdot t^3-2\cdot t^2-21\cdot t+4 \end{pmatrix} \quad , \ t\in\mathbb{R}$$

Banekurven for $\vec{s}$ er angivet nedenfor. På et tidspunkt, t_1, står partiklen stille, hvorefter den bevæger sig tilbage i næsten samme retning, som den kom fra.



(5 point) a) Bestem $\vec{s}(0)$.

(10 point) b) Bestem hastigheden til tiden $t=0$.

(10 point) c) Bestem det tidspunkt t_1, hvor partiklen står stille.

Opgave 7

(10 point) a) Bestem den partikulære løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx}+5y=0$, hvis graf går gennem punktet $P(0,7)$.

Delprøve 2

Opgave 8 Trykforskellen *TF* (målt i bar) mellem trykket i en beholder og omgivelserne kan som funktion af beholderens rumfang *V* (målt i liter) beskrives ved modellen

$$TF(V)=\frac{a}{V}+b=a\cdot V^{-1}+b$$

Tabellen nedenfor angiver en måleserie med sammenhørende værdier for trykforskellen og beholderens rumfang.

***V* / liter**	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60	70	80	90
***TF* / bar**	19,4	9,35	5,76	4,10	3,06	2,43	1,88	1,53	1,04	0,694	0,449	0,263	0,124

(10 point) a) Bestem konstanterne *a* og *b*.

(5 point) b) Bestem det rumfang beholderen skal have, for at trykforskellen mellem trykket i beholderen og omgivelserne er 0.

Opgave 9 En vektorfunktion $\vec{s}$, der angiver positionen af en partikel til tiden *t*, er givet ved

$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix} 3t+11 \\ 8-2^t \end{pmatrix} \quad , \ t\in\mathbb{R}$$

(10 point) a) Bestem hastigheden af partiklen til tiden 2.

(10 point) b) Bestem koordinatsættene til de to skæringer med koordinatakserne.

(10 point) c) Bestem længden af den del af banekurven, der ligger i første kvadrant.

Opgave 10 Givet er følgende differentialligning: $\frac{dT}{dt}=3\cdot(18-T) \quad ; \ t\geq 0$

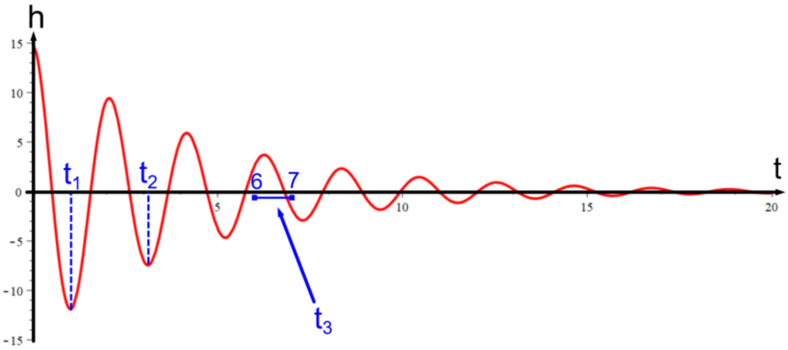
(10 point) a) Bestemt til ovenstående differentialligning den partikulære løsning, hvis graf går gennem punktet $P(1,54)$.

Opgave 11 En funktion *h*, der beskriver et lod, som udfører en dæmpet svingning, er givet ved

$$h(t) = 15 \cdot 0{,}8^t \cdot \cos(3 \cdot t) \quad , \quad t \geq 0$$

hvor *h* angiver loddets højde over ligevægtsstillingen målt i cm, og *t* angiver tiden målt i sekunder fra svingningen sættes i gang.

På nedenstående figur ses grafen for *h*



(10 point) a) Bestem tidsforskellen mellem de to første tidspunkter, t_1 og t_2, hvor loddet er i bunden af en svingning (lokale minimumssteder).

(10 point) b) Bestem det tidspunkt t_3 i intervallet $[6,7]$, hvor loddet bevæger sig hurtigst nedad.

Opgave 12 En funktion *f* er givet ved $f(x,y) = x^3 - 3 \cdot x \cdot y^2 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^2 - 4 \cdot x \cdot y + 3 \cdot x^2$

(5 point) a) Tegn grafen for *f* i vinduet $[-2,2] \times [-2,2] \times [-10,30]$.

(10 point) b) Bestem gradienten i punktet $(1, 0, f(1,0))$.

(5 point) c) Bestem i punktet $(1, 0, f(1,0))$ hældningen af tangentplanen i gradientens retning.

(10 point) d) Funktionen har fire stationære punkter. Bestem arten af det stationære punkt, hvis førstekoordinat er $-\frac{2}{9}$.

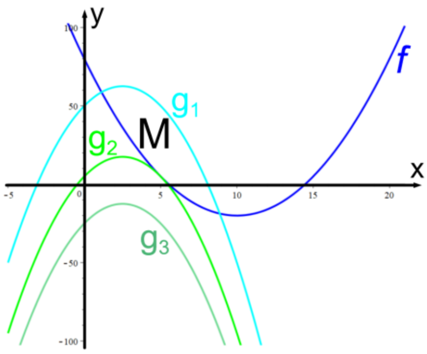
(5 point) e) Bestem *z*-koordinaten til punkterne på den snitkurve, som grafen for *f* danner sammen med planen givet ved ligningen $y = x$.

Opgave 13 Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = x^2 - 20x + 80$$
$$g(x) = -2x^2 + 10x + k$$

, hvor *k* er en konstant.

På nedenstående figur ses grafen for funktionen *f* samt tre mulige grafer for funktionen *g* svarende til forskellige værdier for konstanten *k*. På figuren har graferne for *f* og g_2 netop ét punkt fælles, mens graferne for *f* og g_1 sammen danner en punktmængde *M*.



(5 point) a) Bestem *k* for funktionen g_2, hvis graf har netop ét punkt fælles med grafen for *f*.

(10 point) b) Bestem arealet af den punktmængde N, der fremkommer, når $k = 17$.

(5 point) c) Bestem den *k*-værdi, hvor arealet af punktmængden dannet af graferne for *f* og *g* er 60.

Terminsprøve x2019

Delprøve 1 **Kl. 09.00 – 11.00**

Opgave 1: Reducér udtrykket $(7a-2b)^2 - 20a\cdot(2a-3b)-(2b+3a)^2$

Opgave 2: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=5x^4-8x^3+6x^2-10x+7$

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(1,23)$

Opgave 3: En funktion *h* er givet ved forskriften $h(x)=\cos(x)\cdot(x^3+5x^2-7x+4)$

a) Bestem $h'(0)$.

Opgave 4: Følgende differentialligning er givet: $\frac{dy}{dx}=\frac{x\cdot(y-3)}{e^{x-5}}$. Lad *f* være den partikulære løsning til differentialligningen, hvis graf går gennem punktet $P(5,6)$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

Opgave 5: Funktionerne *f* og *g* er givet ved forskrifterne

$$f(x)=\sqrt{x^2+28}$$

$$g(x)=\frac{3}{x} \quad ; \quad x\neq 0$$

a) Bestem $(g\circ f)(x)$ og $(f\circ g)\left(\frac{1}{2}\right)$.

Opgave 6: Et stokastisk eksperiment *A* består i at kaste to mønter. Hvis begge mønter giver 'krone', får man 1 point, og ellers 0 point.

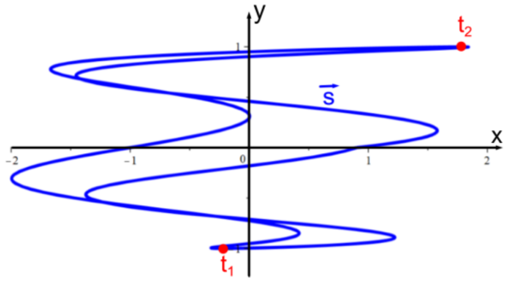
a) Hvad er middelværdien for den stokastiske variabel *X*, der angiver det samlede antal point ved 20 udførelser af eksperimentet *A*.

Opgave 7: En funktion *g* er givet ved forskriften $g(x,y)=x^5\cdot\cos(3y)-7\cdot e^y$

a) Bestem gradienten i punktet (x,y).

Opgave 8: Vektorfunktionen $\vec{s}$ er givet ved nedenstående forskrift, hvor parameteren *t* repræsenterer tiden:

$$\vec{s}(t)=\begin{pmatrix}\sin(5t)-\cos(t^2)\\ \sin(t)\end{pmatrix} \quad ; \quad t\in[-\pi,\pi]$$



a) Bestem $\vec{s}(0)$.

b) Bestem hastighedsfunktionen $\vec{v}(t)$.

c) Bestem parameterværdierne t_1 og t_2 for de to punkter, hvor grafen har vandrette tangenter.

Opgave 9: Funktionen *f* er givet ved gaffelforskriften

$$f(x)=\begin{cases} e^x\cdot(x-8)\cdot(x+3) & ; \quad x\leq 0\\ x^2-x-42 & ; \quad x>0\end{cases}$$

a) Bestem $f(0)$.

b) Løs ligningen $f(x)=0$.

Delprøve 2

Med alle hjælpemidler kl. 11:00 – 14:00

Opgave 10: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x,y) = x^3 + 9xy - 84x - 18y$

a) Bestem koordinatsættet for det stationære punkt $P(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$.

b) Bestem arten af det stationære punkt *P*.

Opgave 11: To venner sidder i en båd, der ved et uheld bliver torpederet af en forvirret narhval (*Monodon monoceros*), så der opstår et konstant voksende hul i siden af båden, hvor der trænger vand ind. Da der er trængt 25 liter vand ind i båden, begynder vennerne at øse vandet ud, og det går hurtigere for dem, jo mere vand der er i båden.

Rumfanget *V* af vand i båden (målt i liter) følger som funktion af tiden *t* (målt i minutter efter vennerne begynder at øse vand ud) nedenstående differentialligning:

$$\frac{dV}{dt} = 0{,}2 \cdot t + 1 - 0{,}3 \cdot V$$

a) Bestem hastigheden, hvormed rumfanget af vand i båden ændrer sig til $t = 0$.

b) Bestem en forskrift, der beskriver *V* som funktion af *t*, og bestem rumfanget af vand i båden 50 minutter efter, at vennerne begynder at øse.

c) Bestem det tidspunkt, efter vennerne begynder at øse, hvor der er mindst vand i båden.

Opgave 12: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = 12x^5 + 75x^4 - 220x^3 - 990x^2 - 1080x + 734$$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

b) Bestem arealet af den punktmængde *M*, der i 2. kvadrant afgrænses af koordinatakserne og grafen for *f*.

I første kvadrant afgrænses en punktmængde *N* af koordinatakserne, grafen for *f* samt den lodrette linje givet ved ligningen $x = k$, hvor $0 < k < 0{,}4$.

Omdrejningslegemet, der fremkommer, når *N* roteres 360° omkring førsteaksen, kaldes *L*.

c) Bestem *k*, når det oplyses, at rumfanget af *L* er 295147.

Opgave 13: En vektorfunktion $\vec{f}$ er givet ved forskriften $\vec{f}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 3t^2 - 13t + 8 \\ t^2 - 2t - 11 \end{pmatrix}; t \in [-4, 6]$

a) Tegn grafen for $\vec{f}$ i vinduet $[-60, 50] \times [-15, 15]$.

b) Undersøg, om punktet $P(17, -8)$ ligger på grafen for $\vec{f}$.

c) Bestem parameterværdierne t_1 og t_2 svarende til grafens dobbeltpunkt.

d) Bestem omkredsen af det område, der begrænses af den del af grafen, der gennemløbes, når parameteren løber mellem t_1 og t_2.

Opgave 14: Et lod svinger op og ned i en fjeder. Loddets højde *h* over jordoverfladen (målt i m) kan som funktion af tiden *t* (målt i s) beskrives ved:

$$h(t) = 0{,}83 \cdot \sin(4{,}2 \cdot t + 3{,}68) + 1{,}47 \quad ; \quad t > 0$$

a) Bestem svingningstiden for loddet, og bestem den højeste hastighed, som loddet opnår.

Facitliste

Terminsprøve 3.x 2018

Opgave 1: $5a^2 - 36b^2$

Opgave 2: $T = \frac{49}{2}$

Opgave 3: $x = -1 \quad \vee \quad x = -7$

Opgave 4: 1-e

Opgave 5: f er en løsning

Opgave 6: $y = -2x^2 + 3x + 4$

Opgave 7: $a)\ a = 771 \ \ b = 5214 \quad b)$ antal er vokset med 771 om året siden 1993 ; $år\,2025$ $c)\,år\,2012$

Opgave 8: $a)\ \angle B = 89{,}50° \quad b)\ \angle C = 37{,}6° \quad |AE| = 4{,}67$

Opgave 9: S falder med 8,7%

Opgave 10: $a)\ C(5,-2) \ \ r = \sqrt{73} \quad b)$ Ikke tangentplan

Opgave 11: $a)\ A_M = 13{,}73 \quad b)\ V = 452{,}11$

Opgave 12: $a)\ h_{\max} = 4{,}1m \ \ h_{\min} = 1{,}3m \quad b)\ 7{,}6$ t efter midnat (kl. 7:36) Vokser med 0,73 m i timen

Opgave 13: a) Nulhypotese: Valget af primærfarve afhænger ikke af det klimabælte, man bor i.
$Q = 10{,}11 \quad b)\ p = 3{,}9\%$ Nulhypotesen forkastes

Opgave 14: $a)\ 81{,}6$ mio. pr. år $\quad b)\ t = 2{,}3$ år 2012

Opgave 15: $a)\ a = 2{,}204 \quad b)\ v_{stump} = 149{,}0° \quad c)\left(\frac{144}{49}, \frac{72}{49}, \frac{48}{49}\right)$

Terminsprøve 3.x 2019

Opgave 1: $7ab + 4b^2$

Opgave 2: $t = -\frac{23}{21}$

Opgave 3: Ikke en løsning ($f'(x) = 2x \cdot \cos(x) - x^2 \cdot \sin(x)$)

Opgave 4: $3 \cdot e^{12} - 3$

Opgave 5: $A_M = \frac{64}{3}$

Opgave 6: $a = 2 \quad b = -4$

Opgave 7: $a)\ \ a = -2{,}0053 \quad b = 40{,}25 \quad b)\ p = 2{,}20\,\frac{\text{min}}{\text{km}}$ c) Falder med 65,5%

Opgave 8: a) f er voksende i intervallerne]-∞,-3.471] og [-0.723,1.195] og aftagende i intervallerne [-3.471,-0.723] og [1.195,∞[. b) $x = -3{,}7594$

Opgave 9: $a)\ |CD| = 96{,}4\,\text{m} \quad b)\ O = 269{,}3\,\text{m}$

Opgave 10: $a)\ C(4,-7,8) \ \ r = 13 \quad b)\ Q$ ligger på kuglen $\quad c)\ 126{,}91°$

Opgave 11: a) Nulhypotese: Svømmeresultater er uafhængige af træningsmetode $Q_{kritisk} = 7{,}82$
$b)\ 734{,}77 \quad Q_{bidrag} = 1{,}55$

Opgave 12: $a)\ p_{\min} = 72\,\text{mmHg} \quad p_{\max} = 136\,\text{mmHg} \quad b)\ T = 1{,}07\,\text{s}$

Opgave 13: $a)\ h = 30\,\text{cm} \quad b)\ t = 37{,}1$ døgn

Opgave 14: $a)\ a = 14{,}01 \quad b)\ b = 3{,}397$

Opgave 15: $a)\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ -21 \end{pmatrix} \quad E\left(-\frac{2762}{1143}, \frac{833}{1143}, \frac{3358}{381}\right)$ eller $E(-2.416, 0.729, 8.814)$

Terminsprøve 3.g x2017

Opgave 1: $5a^2+b^2$

Opgave 2: $|BE|=15$

Opgave 3: $a)\ x=-1 \ \vee \ x=1 \qquad b)\ f'(2)=4$

Opgave 4: $a)$ *ligning* $1:\ x=-7 \vee x=-3 \vee x=8$ *ligning* $2: x=-3 \ \vee \ x=7 \ \vee \ x=8$ b) $\dfrac{x+7}{x-7}$

Opgave 5: $\dfrac{1}{2}$

Opgave 6: $a)\ a=2 \qquad b)\ f(x)=3-e^{-4\cdot x}$

Opgave 7: a) $r=3\ \ C\left(-\dfrac{5}{2},1\right)$ b) $\left(-\dfrac{11}{2},1\right)$ og $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

Opgave 8: $a)\quad g(f(x))=\cos\left(\sqrt{x^2+4}\right)+1 \qquad f(g(\pi))=2$

Opgave 9: $a)\ x=-3 \ \vee \ x=2 \qquad b)\ A_M=\dfrac{125}{6}$

Opgave 10: Ikke en løsning ($1+\cos(x)=x\cdot\cos(x)$ er ikke en identitet)

Opgave 11: $a)\ O=12{,}3127\,\text{m}$ b) $a)\ h=3{,}8794\,\text{m}$

Opgave 12: $a)\ (0,0,36)$, $(3,2,0)$, $(3,-2,0)$, $(-3,2,0)$ og $(-3,-2,0)$

b) P_1 er et lokalt maksimumspunkt. P_2 er et saddelpunkt.

Opgave 13: *f* er voksende i intervallerne]-∞,-9] og [7,∞[og aftagende i intervallet [-9,7].

Opgave 14: $a)\ 26x+17y+27z-285=0 \quad b)\ \left(\dfrac{1426}{407},-\dfrac{826}{407},\dfrac{313}{37}\right)$

Opgave 15: $a)\ \left(-\dfrac{17}{4},\dfrac{91}{8}\right) \quad b)\ t_2=2 \quad c)\ v=59{,}0362^\circ$

Opgave 16: $a)\ N=489 \qquad b)\ 73{,}4$ individer pr. uge

Opgave 17: $a)\ A=53{,}42$

Terminsprøve 3.g x2018

Opgave 1: $a)\ x^5 \quad b)\ 33b-4a$

Opgave 2: $a)\ 12 \quad b)\ 55 \quad c)\ g^{-1}(x)=\sqrt[5]{x-7}$

Opgave 3: $a)\ x=-1 \ \vee \ x=7$

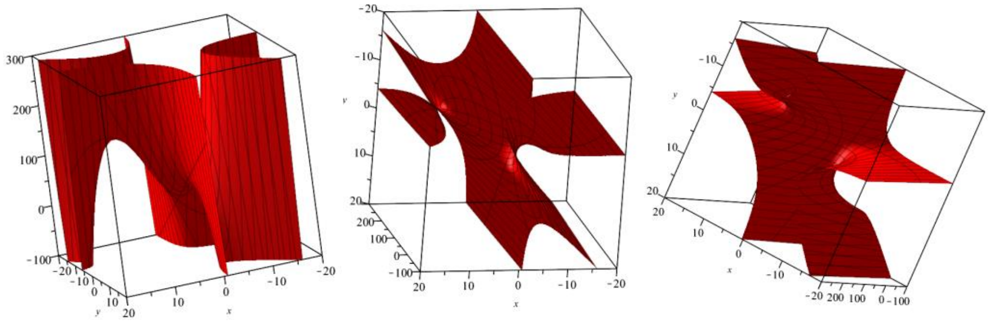
Opgave 4: $a)\ 21 \quad b) 191$

Opgave 5: $a) \begin{pmatrix}0\\27\end{pmatrix} \quad b)\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}=6xy \qquad \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=\cos(y)$

Opgave 6: $a)\ \begin{pmatrix}-16\\-3\end{pmatrix} \quad b)\ (0,29)$ og $(0,-35) \quad c)\ t=1$

Opgave 7: a) *f* er en løsning b) Nej

Opgave 8: $a)\ A_M=11{,}76 \quad b) V=200{,}9 \quad c) O=21{,}09$

Opgave 9: a) 

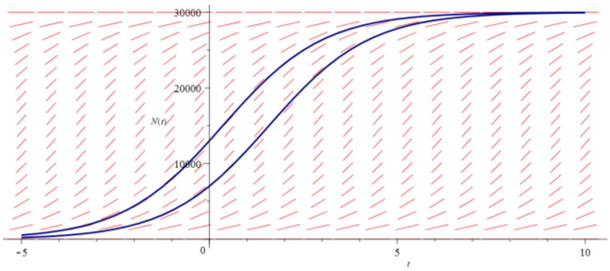
b) $P(-1,4,48)$ $Q(10.223,-5.455,141.959)$ c) $\det(H) = -4x^2 - 4xy - 4y^2 + 16x$

$\det(H)_{(-1,4)} = -68 < 0$ Saddelpunkt d) $37x + 23y - z - 48 = 0$

Opgave 10: a) 10,32 timer b) $f'(250) = -0{,}087$ dvs. at 250 døgn efter årsskiftet aftager dagslængden med 0,087 timer pr. døgn. c) $t = 79{,}0 \quad \vee \quad t = 261{,}6$

79 døgn efter årsskiftet har man den største forøgelse af dagslængden pr. døgn, og 262 døgn efter årsskiftet har man den største formindskelse af dagslængden pr. døgn.

Opgave 11: $a)\ P(3,5)$ $b)\ v = 116{,}6°$ $c)\ A_M = 777{,}6$

Opgave 12: a) 

b) 30000 c) 0,97 år

Sygeterminsprøve 3.g x2018

Opgave 1: $a)\ x = -\dfrac{31}{37}$ $b)\ x = -5 \ \vee\ x = 3$ $c)\ \dfrac{2x-6}{x}$

Opgave 2: $a)\ y = 6x + 4$

Opgave 3: $a)\ \begin{pmatrix} e^y + 2xy \\ x \cdot e^y - \cos(y) + x^2 \end{pmatrix}$ $b)\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2y$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x \cdot e^y + \sin(y)$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = e^y + 2x$

Opgave 4: $a)\ 1$ $b)\ 2$ $c)\ 0$

Opgave 5: $a)\ F(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 7$ $b)\ 1 - e^{-3}$

Opgave 6: $a)\ \begin{pmatrix} -27 \\ 4 \end{pmatrix}$ $b)\ \vec{v}(0) = \begin{pmatrix} 6 \\ -21 \end{pmatrix}$ $c)\ t = -3$

Opgave 7: $a)\ f(x) = 7 \cdot e^{-5 \cdot x}$

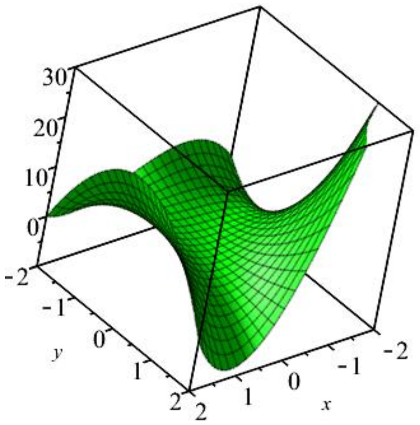
Opgave 8: $a)\ a = 102{,}3$ $b = -1{,}011$ $b)\ V = 101{,}17\, liter$

Opgave 9: $a)\ \vec{v}(2) = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \cdot \ln(2) \end{pmatrix}$ $b)\ (0, 7.9213)$ $(20, 0)$ $c)\ l = 22{,}868$

Opgave 10: $a)\ T(t) = 18 + 36 \cdot e^{-3t+3}$

Opgave 11: $a)\ 2{,}0944\,\text{s}$ $b)\ 6{,}7573\,\text{s}$

Opgave 12: $b)\begin{pmatrix}9\\-2\end{pmatrix}$ $c)\sqrt{85}$ $d)$ minimumspunkt $\left(\det(H)=\frac{52}{27},\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{94}{27}\right)$ $e)\,0$



Opgave 13: $a)\,k=5$ $b)\,A_N=32$ $c)\,k=23,2466$

Terminsprøve x2019

Opgave 1: $20ab$

Opgave 2: $F(x)=x^5-2x^4+2x^3-5x^2+7x+20$

Opgave 3: $h'(0)=-7$

Opgave 4: $y=15x-69$

Opgave 5: $(g\circ f)(x)=\frac{3}{\sqrt{x^2+28}}$ $\quad (f\circ g)\left(\frac{1}{2}\right)=8$

Opgave 6: $\mu=5$

Opgave 7: $grad(g)=\begin{pmatrix}5x^4\cdot\cos(3y)\\-3\cdot x^5\cdot\sin(3y)-7\cdot e^y\end{pmatrix}$

Opgave 8: $a)\,\vec{s}(0)=\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ $\quad b)\ \vec{v}(t)=\begin{pmatrix}5\cdot\cos(5t)+2t\cdot\sin(t^2)\\\cos(t)\end{pmatrix}$ $\quad c)\,t_1=-\frac{\pi}{2}\wedge t_2=\frac{\pi}{2}$

Opgave 9: $a)\ f(0)=-24$ $\quad b)\,x=-3\ \vee\ x=7$

Opgave 10: $a)\ P(2,8,-160)$ $\quad b)$ *Saddelpunkt* $(\det(H)=-81)$

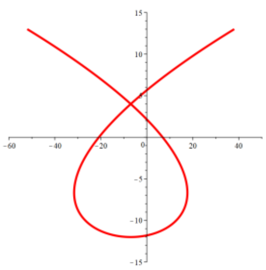
Opgave 11: a) Vandmængden aftager med 6,5 liter i minutter.

$b)\,V(t)=\frac{2t}{3}+\frac{10}{9}+\frac{215}{9}\cdot e^{-\frac{3t}{10}}$ og $34,4\,liter$ c) 7,9 minutter

Opgave 12: a) *f* er voksende i intervallet]-∞,-6], aftagende i [-6,3] og voksende i [3,∞[.

$b)\ A_M=70713,3$ $\quad c)\,k=0,320$

Opgave 13: a) $\quad b)\ Ja\ \left(da\ \vec{f}(-1)=\begin{pmatrix}17\\-8\end{pmatrix}\right)$ $\quad c)\,t_1=-3\wedge t_2=5$ $\quad d)\,107,43$



Opgave 14: $a)\,T=1,496\,\text{s}$ $\quad b)\,v_{maks}=3,486\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$