Årsprøver 2.g

x-klasserne

Gammel Hellerup Gymnasium

Maj 2022 ; Michael Szymanski ; mz@ghg.dk

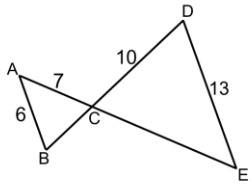
Indholdsfortegnelse

Årsprøve 2.x 2017

Delprøven uden hjælpemidler

Opgave 1: Løs ligningen $\frac{1}{3}\cdot(2x+5)-4=5-6x \quad ; \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 2: Linjestykkerne *AB* og *DE* er parallelle, så trekanterne *ABC* og *CDE* er ensvinklede:



Bestem $|BC|$ og $|CE|$.

Opgave 3: En portion radioaktive kerner af en bestemt isotop isoleres, og da man begynder at måle aktiviteten, følger den modellen

$$A(t)=471\cdot 0,76^t \quad ; \quad t\geq 0\,,$$

hvor *A* er aktiviteten målt i Bq, og *t* er tiden målt i sekunder.

Forklar, hvad modellens konstanter fortæller om aktiviteten.

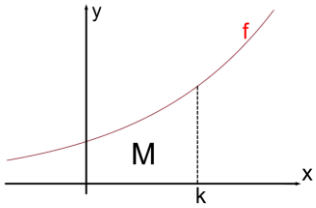
Opgave 4: En funktion *f* har forskriften $f(x)=x^3\cdot\sin(x)+e^{2x}$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(0, f(0))$.

Opgave 5: I planen er givet vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\t\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-4\\8\end{pmatrix}$.

Bestem de værdier af *t*, for hvilke trekanten udspændt af $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har arealet 8.

Opgave 6: En funktion *f* har forskriften $f(x)=12\cdot e^{3\cdot x}$. I første kvadrant danner grafen for *f* sammen med koordinatakserne og linjen med ligningen $x=k$ en punktmængde *M*.



Bestem *k*, så arealet af punktmængden *M* er 20.

Delprøven med hjælpemidler

Opgave 7: På en cykeltur måler man ved forskellige konstante hastigheder *v* (målt i $\frac{\text{m}}{\text{s}}$) den kraft *F*, man træder i pedalerne med (målt i N):

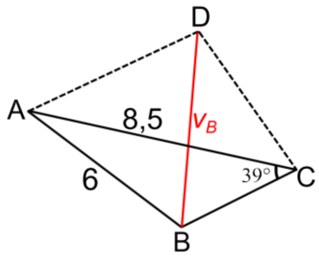
Hastighed	2	4	6	8	10
Kraft	1,5	6,7	14,2	25,3	41,7

Det antages, at kraften *F* som funktion af den konstante hastighed *v* kan beskrives ved modellen:

$$F(v)=b\cdot v^a$$

a) Bestem *a* og *b*.
b) Bestem, hvor stor kraft man ifølge modellen skal træde i pedalerne med for at køre med den konstante hastighed 12 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, og bestem, hvor høj konstant hastighed man ifølge modellen kører med, hvis man træder i pedalerne med kraften 100 N.
c) Hvordan ændres den kraft, man skal træde i pedalerne med, hvis den konstante hastighed øges med 30%?

Opgave 8: I trekant *ABC* er $|AB| = 6$, $|AC| = 8,5$ og $\angle ACB = 39°$. Desuden oplyses det, at $\angle ABC$ er stump.



a) Bestem $\angle ABC$.

Vinkelhalveringslinjen v_B for $\angle ABC$ konstrueres og afskæres i punktet *D*, så $|BD| = |AB|$.

b) Bestem arealet af firkant *ABCD*.

Opgave 9: Grafen for funktionen *f* med forskriften $f(x) = x \cdot (x-5)^2$ danner i første kvadrant sammen med førsteaksen en punktmængde *M*.

a) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når *M* drejes 360° omkring førsteaksen.

I intervallet $0 < x < 5$ danner punkterne $(0,0), (x,0), (x, f(x))$ og $(0, f(x))$ et rektangel.

b) Bestem den værdi af *x*, der gør arealet af dette rektangel størst muligt.

Opgave 10: $A(3,2,1), B(4,8,2), C(8,13,7), D(6,1,5), E(-4,3,9)$ og $F(10,5,0)$.

Punkterne *A*, *B*, *C* og *D* ligger i samme plan, og firkant *ABCD* udgør glasfacaden i et moderne byggeri. En solstråle, der følger den rette linje, der går gennem punkterne *E* og *F*, rammer glasfacaden og absorberes af denne. Alle længder måles i meter.

a) Bestem en ligning for den plan α, som glasfacaden er en del af.

b) Bestem arealet af glasfacaden.

c) Bestem det punkt på glasfacaden, hvor solstrålen rammer, og bestem den stumpe vinkel, som solstrålen danner med glasfacaden.

Opgave 11: Et lod svinger lodret i en lang fjeder. Højden *h* (målt i meter) af loddet over jorden som funktion af tiden *t* (målt i sekunder) er givet ved forskriften

$$h(t) = 4,2 \cdot \sin(1,25 \cdot t + 0,7) + 6,3 \quad ; \; 0 \le t < \frac{8\pi}{5}.$$

a) Tegn grafen for *h*, og bestem loddets maksimale og minimale højde over jorden.

b) Bestem $h'(2)$ og fortolk resultatet.

Opgave 12: Funktionen *f* er en løsning til differentialligningen

$$\frac{dy}{dx} = 4,2 \cdot 10^{-7} \cdot y \cdot (6000 - y)$$

a) Bestem væksthastigheden for *f*, når $f(x) = 1000$, og bestem den maksimale væksthastighed for *f*.

b) Bestem funktionsforskriften for *f*, når det oplyses, at $f(2) = 500$, og bestem den værdi for *x*, der giver den maksimale væksthastighed for *f*.

Årsprøve 2.x 2018

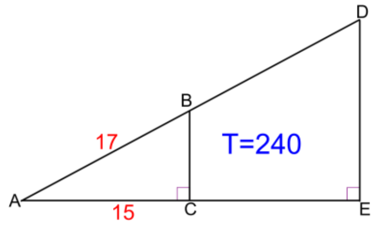
Delprøven uden hjælpemidler

Opgave 1: Reducér følgende to udtryk: $(7a-4b)\cdot(5a+2b)-(b-3a)^2$ og $\dfrac{\left(x^3\right)^5}{x^6\cdot x^4}$

Opgave 2: Bestem arealet af den trekant, der udspændes af vektorerne $\vec{a}=\begin{pmatrix}9\\-4\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

Opgave 3: De retvinklede trekanter *ABC* og *ADE* er ensvinklede.

$|AB|=17$ og $|AC|=15$, og arealet af den store trekant *ADE* er 240.



Bestem $|AD|$

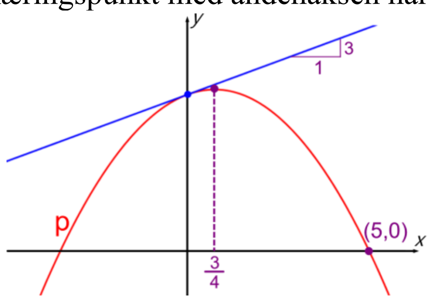
Opgave 4: Beregn $\displaystyle\int_0^2 \frac{10x+3}{5x^2+3x+4}\,dx$

Opgave 5: Undersøg, om funktionen *f* givet ved forskriften $f(x)=\mathrm{e}^{2x}\cdot x^3$ er en løsning til differentialligningen $(y'-2\cdot y)\cdot \mathrm{e}^{-2x}=3x^2$

Opgave 6: En parabel *p* skærer førsteaksen to steder, hvoraf det ene er punktet $(5,0)$.

Førstekoordinaten for *p*'s toppunkt er $\frac{3}{4}$.

Tangenten til *p* i *p*'s skæringspunkt med andenaksen har hældningen 3.

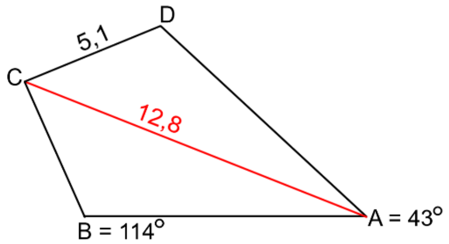


Bestem en ligning for parablen *p*.

Delprøven med hjælpemidler

Opgave 7: En firkant *ABCD* er tegnet med et nøje specificeret, fortroligt formål. Det er oplyst, at $\angle A=43°$, $\angle B=114°$ og $|CD|=5{,}1$. Det er desuden oplyst, at $\angle D$ er stump.

A's vinkelhalveringslinje går gennem punktet *C*, og $|AC|=12{,}8$.



a) Bestem $|BC|$.

b) Bestem arealet af firkant *ABCD*.

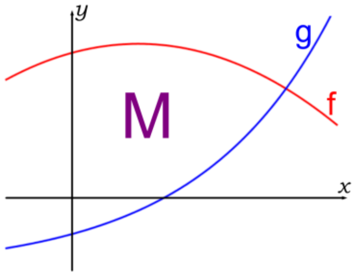
Opgave 8: Brudstyrken B (målt i kg) for et grønt 3-slået reb af modificerede polypropylen-filamenter afhænger af rebets diameter d (målt i mm). Det oplyses, at sammenhængen kan beskrives ved funktionsforskriften $B(d) = b \cdot d^a$

Diameter (målt i mm)	**3**	**6**	**10**	**18**	**24**	**32**	**40**
Brudstyrken (målt i kg)	**105**	**770**	**2035**	**6305**	**10490**	**17540**	**26860**

a) Bestem a og b.

b) Bestem, hvordan brudstyrken ændres, når diameteren øges med 30%.

Opgave 9: Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne
$$f(x) = -x^2 + x + 4$$
$$g(x) = e^x - 2$$



Sammen med koordinatakserne danner graferne for f og g i første kvadrant en punktmængde M.

a) Bestem arealet af M.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M roteres 360° omkring førsteaksen.

Opgave 10: Massen m af et radioaktivt stof (målt i g) kan som funktion af tiden t (målt i sekunder efter fremstilling) beskrives ved en eksponentiel udvikling.
Det oplyses, at $M(2) = 13{,}7$ og $M(39) = 4{,}6$.

a) Bestem en forskrift for M, og bestem halveringstiden $T_{\frac{1}{2}}$.

b) Bestem $M'(10)$ og forklar, hvad dette tal fortæller om massen af det radioaktive stof.

Opgave 11: Funktionen f er givet ved forskriften $f(x) = 7 \cdot \sin(3x+1) + 4 \quad , \quad x \in [0, \pi]$

a) Bestem maksimum og minimum for f.

b) Bestem monotoniforholdene for f, og bestem det sted, hvor væksthastigheden for f er størst.

Opgave 12: Antallet N af Netflix-brugere (angivet i millioner) som funktion af tiden t (målt i antal kvartaler siden 2012) er en løsning til differentialligningen
$$\frac{dN}{dt} = 0{,}00055 \cdot N \cdot (173 - N)$$
I starten af 2012 var der 26,5 millioner Netflix-brugere.

a) Bestem en forskrift for N, og bestem den øvre grænse for antallet af Netflix-brugere.

b) Bestem det tidspunkt, hvor væksthastigheden af Netflix-brugere er størst, og bestem den største væksthastighed.

Opgave 13: En kugle er givet ved ligningen $x^2 + 64x + y^2 - 52y + z^2 + 88z - 5773 = 0 \quad ; \quad G = \mathbb{R}^3$

a) Bestem kuglens radius samt koordinatsættet til kuglens centrum.

Punktet $P(24, -7, 28)$ ligger på kuglen.

b) Bestem en ligning for den tangentplan til kuglen, der har røringspunktet P.

Årsprøve 2.x 2019

Delprøven uden hjælpemidler

Opgave 1: Løs ligningen $-2x^2 - 12x + 14 = 0 \quad ; \quad G = \mathbb{R}$

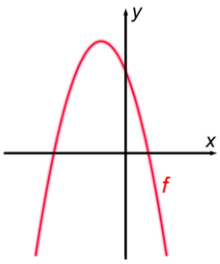
Opgave 2: Bestem for nedenstående funktioner *f* og *g* funktionsudtrykkene $f'(x)$ og $g'(x)$.

$$f(x) = 7x^4 - x^3 + 5x^2 + 7x - 9$$

$$g(x) = \sqrt{x} \cdot \cos(x)$$

Opgave 3: Reducér udtrykket $(2c - 3d) \cdot (c + 4d) - (3c - d)^2 - (2 + 9)cd$

Opgave 4: Nedenfor ses grafen for funktionen *f* givet ved forskriften $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Bestem fortegnene for koefficienterne *a*, *b* og *c* samt fortegnet for diskriminanten *d*.

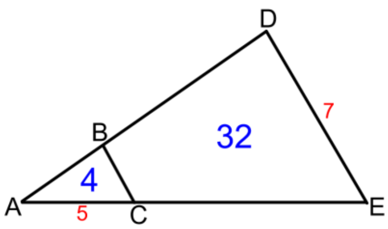
Opgave 5: I 1970 var der 1328 insektarter på en bestemt mark. Siden er antallet af insektarter på denne mark faldet med 1,7% om året.
Indfør passende variable og angiv en model, der beskriver antallet af insektarter på denne mark fra og med 1970.

Opgave 6: En funktion *f* er løsning til differentialligningen $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 \cdot \cos(x)}{y + 3}$,

og grafen for *f* går gennem punktet $P(\pi, 6)$.

Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet *P*.

Opgave 7: Trekanterne *ABC* og *ADE* er ensvinklede og deler vinklen *A* (se figuren nedenfor).
Det oplyses, at længden af siden *AC* er 5, længden af siden *DE* er 7, arealet af trekanten *ABC* er 4 og arealet af firkanten *BCED* er 32: $|AC| = 5$, $|DE| = 7$, $T_{\triangle ABC} = 4$ og $A_{\square BCED} = 32$



Bestem $|BC|$ og $|CE|$.

Opgave 8: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x) = 5x^4 - 8x^3 + 6x - 2$.

Bestem forskriften for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(2, -7)$.

Opgave 9: Løs ligningssystemet

$$2x - 7y = -10$$

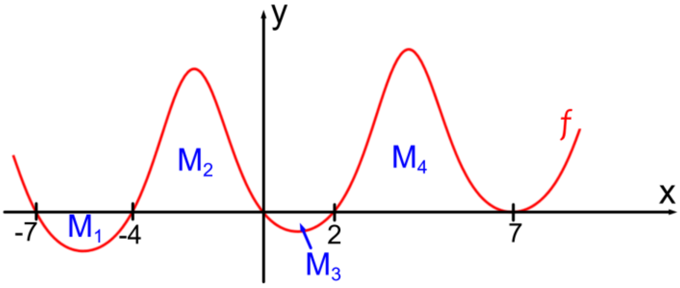
$$-4x + 11y = 8$$

Opgave 10: Beregn $\int_1^2 -\frac{5\cdot e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$

Opgave 11: Undersøg, om funktionen $f:\ x \mapsto 7\cdot\left(\cos(x)\right)^4$ er en løsning til differentialligningen

$$\frac{y'}{2} = -2\cdot y\cdot\tan(x)$$

Opgave 12: Funktionen *f* har nulpunkterne $-7, -4, 0,\ 2$ og 7, og grafen for *f* danner sammen med førsteaksen fire punktmængder M_1, M_2, M_3 og M_4 (se figuren).



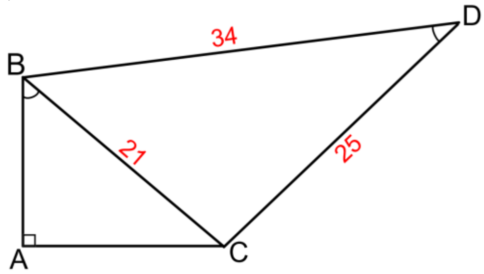
Det oplyses, at $\int_{-4}^{2} f(x)\,dx = 31$ og $\int_{7}^{-4} f(x)\,dx = -79$, samt at arealet af punktmængden M_1 er 11, og arealet af punktmængden M_3 er 5.

Bestem arealet af punktmængden M_2 samt værdierne af de bestemte integraler $\int_{-7}^{-4} f(x)\,dx$ og $\int_{-7}^{7} f(x)\,dx$.

Delprøven med hjælpemidler

Opgave 13: Firkanten *ABDC* kan opdeles i den retvinklede trekant *ABC* (med den rette vinkel *A*) og trekanten *BCD* med sidelængderne $|BC| = 21$, $|BD| = 34$ og $|CD| = 25$.

Desuden oplyses det, at $\angle ABC = \angle D$.



a) Bestem $\angle D$.

b) Bestem arealet af firkant *ABDC*.

Opgave 14: Temperaturen *T* (målt i °C) af en metalkugle, der placeres i et isbad, er til forskellige tidspunkter *t* (målt i antal sekunder) givet ved

Tid målt i Sekunder	0	1	2	3	4	5
Temperatur målt i °C	158	131	111	93	75	64

Det antages, at temperaturen *T* som funktion af tiden *t* kan beskrives ved modellen

$$T(t) = b\cdot a^t$$

a) Bestem konstanterne *a* og *b*.

b) Fortolk konstanten *a*, og bestem halveringstiden for temperaturen målt i °C.

Opgave 15: Et lod i en fjeder udfører en lodret svingning, hvor højden *h* (målt i m over ligevægtsstillingen) som funktion af tiden *t* (målt i sekunder) er givet ved

$$h(t) = 0{,}09 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}06 \cdot t} \cdot \sin(6{,}2 \cdot t + 0{,}4) \quad ; \quad t \in [0,2]$$

a) Bestem de tidspunkter, hvor loddet befinder sig i ligevægtsstillingen.
b) Bestem det tidspunkt, hvor loddets hastighed er størst.
c) Hvor langt under ligevægtsstillingen befinder loddet sig på det tidspunkt, hvor det har den største acceleration?

Opgave 16: I 2013 udsatte man 112 eghjorte (*Lucanus cervus*) i den danske natur, hvor den ellers havde været anset for uddød. Man regner med, at antallet *N* af eghjorte i Danmark kan beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = 2{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot (400000 - N),$$

hvor *t* er tiden målt i antal år efter 2013.

a) Hvad var væksthastigheden for antallet af eghjorte i 2013 ifølge modellen?
b) Hvor mange eghjorte er der ifølge modellen i Danmark på det tidspunkt, hvor væksthastigheden er størst?
c) Bestem en forskrift for *N* og bestem, hvor mange eghjorte der ifølge modellen vil være i Danmark i 2027.

Opgave 17: Bestem monotoniforholdene for funktionen *f* givet ved forskriften

$$f(x) = \ln\left(3 \cdot \cos(2x+7) + x^2 + 4\right) \quad ; \quad Dm(f) = \mathbb{R}$$

Opgave 18: Funktionerne *f*, *g* og *h* er givet ved forskrifterne

$$f(x) = 4 \cdot \mathrm{e}^{x-1}$$
$$g(x) = 4 \cdot \mathrm{e}^{1-x}$$
$$h(x) = \ln(x-1) \quad ; \quad x > 1$$

Graferne for funktionerne *f*, *g* og *h* danner sammen med koordinatakserne en punktmængde *M*.

a) Bestem arealet af punktmængden *M*.
b) Bestem omkredsen af punktmængden *M*.

Årsprøve 2.x 2020

Delprøve 1

Opgave 1: a) Udregn udtrykket $3+5\cdot 2^4$

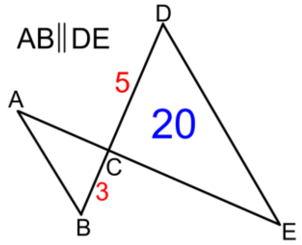
b) Reducér udtrykket $\dfrac{7s^4\cdot s^6+3\cdot\left(s^5\right)^2}{5\cdot s^8}$

Opgave 2: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x\right)=2\cdot\cos\left(x\right)\cdot e^x$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P\left(0,f\left(0\right)\right)$.

Opgave 3: Løs ligningen $e^{5x}\cdot\left(x^2+3x+5\right)\cdot\left(x^2-x-42\right)=0 \quad , \quad G=\mathbb{R}$

Opgave 4: Linjestykkerne *AB* og *DE* er parallelle, og trekanterne *ABC* og *CDE* på figuren nedenfor er derfor ensvinklede. Det oplyses, at $|BC|=3$ og $|CD|=5$, samt at arealet af trekant *CDE* er 20.



a) Bestem arealet af trekant *ABC*.

Opgave 5: Reducér udtrykket $\dfrac{\left(5a+b\right)\cdot\left(2a+3b\right)-\left(3a-2b\right)^2-29ab}{a+b}$

Opgave 6: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x\right)=x^3+\dfrac{5}{x}+8 \quad , \quad x>0$

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P\left(1,8\right)$

Opgave 7: Bestem koordinatsættene til skæringspunkterne mellem hyperblen *h* og den rette linje *l* givet ved ligningerne

$$h:\quad y=\frac{12}{x-2} \qquad ;\ G=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

$$l:\quad y=2x-2 \qquad ;\ G=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$$

Opgave 8: Bestem $\displaystyle\int 4\cdot\left(3x^2+10x-3\right)\cdot\left(x^3+5x^2-3x+9\right)^6\,dx$

Opgave 9: Den gennemsnitlige middeltemperatur i løbet af et døgn i Danmark som funktion af tiden kan med god tilnærmelse beskrives som en harmonisk svingning med perioden 365 døgn. Den mindste og den største gennemsnitlige middeltemperatur i løbet af et døgn i Danmark er henholdsvis $1\,^\circ\mathrm{C}$ og $17\,^\circ\mathrm{C}$, og den mindste indtræffer den 13. februar.

a) Indfør passende variable og opskriv et funktionsudtryk, der beskriver den gennemsnitlige middeltemperatur i løbet af et døgn i Danmark som funktion af tiden.

Opgave 10: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x\right)=3\cdot\cos\left(e^{2x}\right)$.

a) Undersøg, om *f* er en løsning til differentialligningen

$$\frac{y'}{e^x}+2\cdot e^x\cdot\tan\left(e^{2x}\right)\cdot y=0 \quad ; \quad x<\frac{\ln\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2}$$

Opgave 11: En funktion *f* er givet ved forskriften $f\left(x\right)=2x^3+9x^2-60x+7$.

a) Bestem den højeste værdi, som funktionen *f* antager i intervallet $\left[-8,1\right]$.

Delprøve 2

Opgave 12: En ret linje l med ligningen $y = a \cdot x + b$ er den bedste rette linje for nedenstående datasæt:

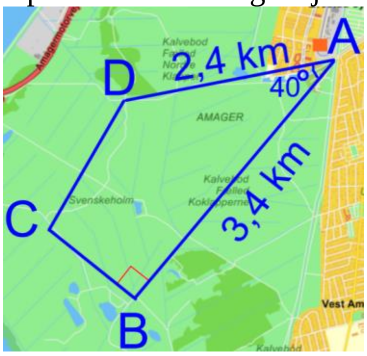
x	**-3**	**1**	**2**	**5**	**11**	**14**
y	**-15**	**-4**	**-2**	**6**	**23**	**31**

a) Bestem konstanterne a og b.

En ret linje m er givet ved ligningen $y = -1{,}4 \cdot x + 5{,}9$.

b) Bestem den spidse vinkel, som linjerne l og m danner med hinanden.

Opgave 13: En motionsløber tager en løbetur på det flade Amager. Hun løber ruten $ABCDA$ (se figuren). Det oplyses, at $|AB| = 3{,}4\,\text{km}$, $|AD| = 2{,}4$ km, $\angle BAD = 40°$, $\angle ABC = 90°$ samt at punktet C ligger på vinkelhalveringslinjen for $\angle BAD$.



a) Bestem $|BC|$.

b) Bestem arealet af firkant $ABCD$.

Opgave 14: Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x) = 10 - \frac{3 \cdot e^{-x} - e^{x}}{4} \quad \text{og} \quad g(x) = x^3 - x^2 - x - 15$$

Sammen med koordinatakserne danner graferne for f og g i første kvadrant en punktmængde M.

a) Bestem arealet af M.

b) Bestem omkredsen af M.

Opgave 15: I perioden fra 1. marts 2020 og frem til juni samme år har det totale antal registrerede Corona-tilfælde i Mexico med meget god tilnærmelse kunnet beskrives ved differentialligningen

$$\frac{dN}{dt} = 4{,}0 \cdot 10^{-4} \cdot N \cdot (180 - N),$$

hvor N er det totale antal registrerede Corona-tilfælde i Mexico (målt i tusinder), og t er tiden målt i antal døgn efter 1. marts.

a) Hvor stor var væksthastigheden af det totale antal registrerede Corona-tilfælde i Mexico, da der totalt var 80.000 registrerede Corona-tilfælde i Mexico?

b) Bestem en forskrift for N som funktion af t, når det oplyses, at der 60 døgn efter 1. marts totalt var registreret 17.799 Corona-tilfælde i Mexico.

c) Hvad er ifølge modellen den øvre grænse for det totale antal registrerede Corona-tilfælde i Mexico, **og** hvornår vil man ifølge modellen være nået op på 95% af dette antal?

Opgave 16: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x) = -2x^3 - 9x^2 + 168x + 37$$

a) Bestem monotoniforholdene for *f*.

Opgave 17: Antallet af medlemmer af partiet Venstre ændrede sig i perioden 2000 – 2005 med de årlige vækstrater

$$-1.5\%, 0.2\%, -4.1\%, -10,9\% \text{ og } 0,2\%$$

I 2005 var medlemstallet 66212.

a) Bestem den gennemsnitlige årlige vækstrate i perioden 2000 - 2005 **og** medlemstallet i år 2000.

I 1995 var medlemstallet 83039. Ud fra medlemstallene i 1995 og 2005 forsøger man sig med en lineær model til beskrivelse af medlemstallet.

b) Hvornår er der ifølge modellen ikke flere medlemmer af partiet Venstre?

Opgave 18: Placeringen *s* af et objekt som funktion af tiden *t* er givet ved

$$s(t) = -t^4 + 10 \cdot t^3 + 84 \cdot t^2 - 6 \cdot t$$

Grafen for *s* danner sammen med førsteaksen i anden kvadrant en punktmængde *M*.

a) Bestem rumfanget af det ”ufuldendte” omdrejningslegeme, der fremkommer, når punktmængden roteres $150°$ omkring førsteaksen.

b) Bestem det tidspunkt, hvor objektets acceleration er størst.

Årsprøve 2.x 2021

Delprøve 1

Opgave 1: Løs ligningerne

a) $7\cdot(2x-3)+5=8x-11 \qquad ;\ G=\mathbb{R}$

b) $\dfrac{2x-7}{4+3x}=\dfrac{9}{5} \qquad ;\ G=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{4}{3}\right\}$

Opgave 2: Reducér udtrykkene

a) $6a\cdot\left(\dfrac{1}{2}a-b\right)-(3b-a)^2$ b) $\dfrac{x^{-4}\cdot\left(x^5\right)^3}{\sqrt[7]{x^{11}}\cdot x^{\frac{3}{7}}}$

Opgave 3: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=4\cdot\cos(x)+8x^3-5$.

a) Bestem en forskrift for den stamfunktion *F* til *f*, hvis graf går gennem punktet $P(0,17)$.

Opgave 4: 200 heste udsættes i 2021 på et stort område med græs og skov. Antallet *N* af heste på området forventes som funktion af tiden *t* målt i antal år efter 2021 at være en løsning til differentialligningen $\dfrac{dN}{dt}=4\cdot10^{-5}\cdot N\cdot(5000-N)$

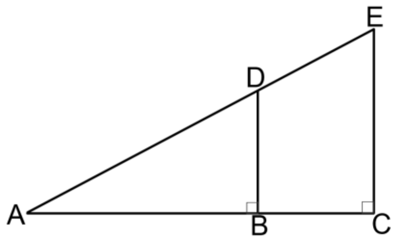
a) Bestem vækshastigheden for populationen på det tidspunkt, hvor der er 2000 heste.

Opgave 5: En funktion *f* er givet ved forskriften $f(x)=2\cdot\cos(x)\cdot e^x+5x+3$.

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for *f* i punktet $P(0, f(0))$.

Opgave 6: På nedenstående figur ses trekanterne *ABD* og *ACE*, der deler vinkelspidsen *A*, og begge indeholder en ret vinkel – henholdsvis *B* og *C*.

Det oplyses, at $|AE|=17$, $|AB|=10$ og $|BC|=5$.



a) Bestem $|CE|$ og $|BD|$

Opgave 7: Løs ligningerne

a) $x^2-11x+10=0 \qquad ;\ G=\mathbb{R}$

b) $\left(10^t\right)^2-11\cdot10^t+10=0 \qquad ;\ G=\mathbb{R}$

Opgave 8: a) Bestem $\displaystyle\int_{-7}^{1}(2x+5)\cdot e^{x^2+5x-6}dx$

Opgave 9: Det samlede antal arter af bier, dagsommerfugle og svirrefluer observeret i Danmark var i 2019 på 703, hvoraf knap halvdelen var rødlistede. En praktikant foreslår som rent gæt, at det samlede antal arter af bier, dagsommerfugle og svirrefluer observeret i Danmark herefter vil falde med 7% om året.

a) Indfør passende variable og opskriv et funktionsudtryk, der beskriver praktikantens gæt på udviklingen af det samlede antal arter af bier, dagsommerfugle og svirrefluer observeret i Danmark.

Opgave 10: En funktion *f* er givet ved forskriften

$$f(x,y)=-x^4-y^4-6x^3-x^2y-4y^3+x^2-5xy+22y^2+54x+100y+207$$

a) Bestem gradienten i punktet (x,y)

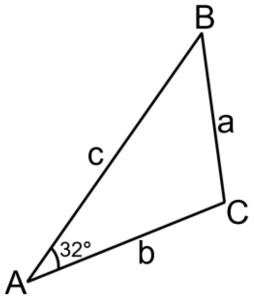
Opgave 11: Løs ligningen $(x^2-6x-27)\cdot x\cdot(x^2+3x+12)\cdot(x+17)=0 \qquad ;\ G=\mathbb{R}$

Opgave 12: Grafen for funktionen *f* går gennem punktet $P(0,65)$, og *f* er en løsning til Differentialligningen $y'+4y=20$

a) Bestem en forskrift for funktionen *f*.

Delprøve 2

Opgave 13: Ud af grønt og violet karton af en vis tykkelse klippes ligedannede trekanter med form som nedenstående trekant *ABC*, hvor $\angle A = 32°$.



Sidelængden *b* måles i cm, og en del af trekanterne vejes, og deres masse *m* (målt i g) noteres i et skema:

b	2,0	4,2	6,1	8,9	10,7	12,6	14,5	16,8
m	0,49	2,18	4,57	9,49	14,00	19,34	25,56	34,08

Det oplyses, at massen *m* som funktion af sidelængden *b* kan beskrives ved en funktion med forskriften $m(b) = s \cdot b^t$

a) Bestem konstanterne *s* og *t*.

b) Hvor mange procent øges massen, når sidelængden *b* øges med 30%.

Endnu en af trekanterne vejes, og samtidig måles dens areal. Massen er 16,90 g, og arealet er 23,15 cm^2.

c) Bestem sidelængden *c* for denne trekant.

Opgave 14: En funktion *f* , der beskriver et udsnit af en bjergkæde, er givet ved forskriften

$$f(x,y) = -x^4 - y^4 - 6x^3 - x^2y - 4y^3 + x^2 - 5xy + 22y^2 + 54x + 100y + 207$$

a) Tegn grafen for *f* i vinduet $[-7,5]\times[-7,6]\times[0,600]$ og vis, at der er 9 stationære punkter.

b) Bestem arten af de stationære punkter *A* og *B* med andenkoordinaterne henholdsvis $-1,6761$ og $-2,0518$.

c) Bestem den retning en bjergvandrer i punktet $P(0,0,f(0,0))$ skal bevæge sig i, hvis bjergvæggen skal være stejlest, og bestem i denne retning hældningen af tangentplanen til grafen for *f* i *P*.

Opgave 15: 200 heste udsættes i 2021 på et stort område med græs og skov. Antallet *N* af heste på området forventes som funktion af tiden *t* målt i antal år efter 2021 at være en løsning til differentialligningen $\frac{dN}{dt} = 4\cdot 10^{-5}\cdot N\cdot(5000-N)$

a) Bestem en forskrift for den funktion *N*, der beskriver antallet af heste på området som funktion af *t*.

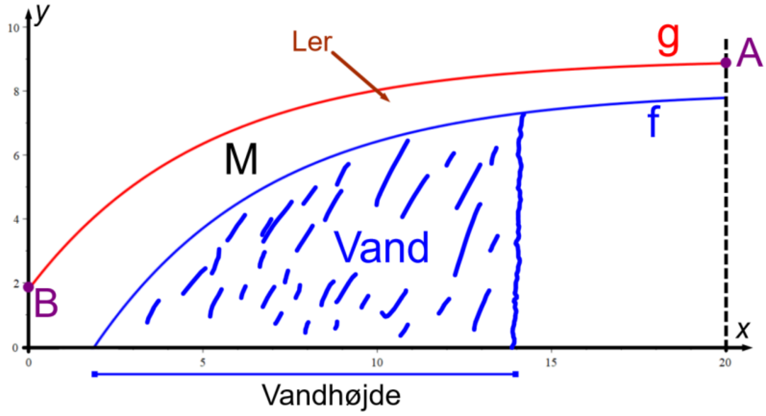
b) Bestem det årstal, hvor væksthastigheden ifølge modellen er størst.

Opgave 16: Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x) = 8 \cdot \left(1 - 0{,}8 \cdot e^{-0{,}2 \cdot (x-3)}\right)$$

$$g(x) = 9 \cdot \left(1 - 0{,}8 \cdot e^{-0{,}2 \cdot x}\right)$$

Sammen med koordinatakserne og den lodrette linje med ligningen $x = 20$ danner graferne for f og g i første kvadrant en punktmængde M (se figuren). Når denne punktmængde roteres 360° omkring førsteaksen dannes et omdrejningslegeme, der er en model for en lerskål specielt beregnet til at indeholde vand. Alle længder er i cm.



a) Bestem arealet af punktmængden M.
b) Bestem vandhøjden i skålen (målt fra den indre bund), når den indeholder 2000 cm^3.
c) Bestem længden af den tur, en vanddråbe tager, når den løber lige ned på ydersiden af skålen fra A til B (se figuren).

Opgave 17: En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 5 \cdot \cos(x+1) - 0{,}1 \cdot x^3 + x^2 - 7x + 7$$

a) Bestem monotoniforholdene for f.

b) Bestem en ligning for den vendetangent, der tangerer grafen for f i intervallet $[-1,1]$.

Årsprøve 2.x 2022

Delprøve 1

Opgave 1: Udregn eller reducér nedenstående udtryk

a) $9-7\cdot 3^2+\sqrt{36+64}$

b) $(6a-b)\cdot(6a+b)-(5a-2b)^2+5\cdot(b+2a)\cdot(b-6a)$

c) $\left(\dfrac{x^4}{\left(x^5\right)^2\cdot x^3}\cdot x\right)^{-1}$

Opgave 2: Temperaturen T af en kop te (målt i °C) er som funktion af tiden t (målt i minutter) en løsning til differentialligningen

$$\frac{dT}{dt}=0{,}1\cdot(20-T)$$

a) Bestem væksthastigheden for temperaturen af en kop te, der har temperaturen 60 °C.

b) Bestem en forskrift for temperaturen T som funktion af tiden t af en kop te, der begynder med en temperatur på 80 °C

Opgave 3: En funktion f er givet ved forskriften $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{1}{3}\cdot x^3-3x^2-27x+11}$

a) Bestem $f'(x)$.

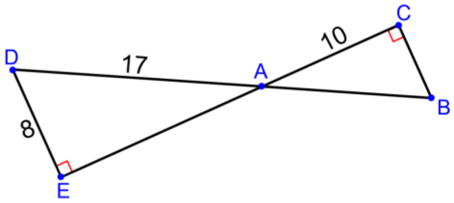
b) Løs ligningen $f'(x)=0$.

Opgave 4: En parabel p er givet ved ligningen $y=a\cdot x^2+b\cdot x+c$; $G=\mathbb{R}^2$, og det oplyses, at

$$a<0\ ,\ b>0\ ,\ c<0 \text{ og } d=b^2-4ac=0$$

a) Tegn en skitse af et muligt udseende af parablen p.

Opgave 5: Trekanterne ABC og ADE er retvinklede med de rette vinkler $\angle C$ og $\angle E$, og det oplyses, at $|AC|=10, |AD|=17$ og $|DE|=8$, samt at punktet A ligger på de rette linjestykker BD og CE.



a) Bestem $|AE|$.

b) Bestem $|AB|$.

c) Bestem $\tan(\angle BAC)$.

Opgave 6: Bestem følgende

a) $\int_0^{\pi}\left(2\cdot\cos(x)+\mathrm{e}^{3x}\right)dx$

b) $\int \dfrac{4x+3}{4x^2+6x+3}dx$

Opgave 7: a) Undersøg, om funktionen $f: x \mapsto \sin(x)\cdot x+\cos(x)$ er en løsning til differentialligningen $y-\dfrac{y'}{x}=\sin(x)\cdot x \quad ; \quad x>0$

Opgave 8: En funktion f er givet ved forskriften $f(x)=8x^3+7x+3\mathrm{e}^x$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(0, f(0))$.

b) Bestem en forskrift for den stamfunktion F til f, hvis graf går gennem punktet $Q(0,5)$.

Opgave 9: a) Løs ligningssystemet $\begin{array}{c} 3x-5y=4 \\ -9x+2y=11 \end{array}$; $G=\mathbb{R}^2$

Opgave 10: Funktionen g er en eksponentiel udvikling, og det oplyses, at

$$g(-3)=100 \quad \text{og} \quad g(21)=800.$$

a) Bestem fordoblingskonstanten for g.

b) Løs ligningen $g(x)=25$.

Opgave 11: a) Bestem koordinatsættet for toppunktet for parablen, der er graf for polynomiet

$$-3x^2+5x+4$$

Delprøve 2

Opgave 12: Befolkningstallet N i Angola (angivet i millioner) kunne i perioden 1984-2009 med god tilnærmelse beskrives ved funktionsforskriften $N(t)=b\cdot a^t$; $0\le t\le 25$, hvor t er tiden målt i antal år efter 1984. I nedenstående tabel ses registrerede data for perioden:

Årstal	1984	1989	1994	1999	2004	2009
Befolkningstal i Angola (i mio.)	9,61	11,45	13,50	15,87	18,76	22,51

a) Bestem konstanterne a og b.

b) Hvornår ville Angolas befolkningstal være 100 millioner, hvis denne model også kunne bruges efter 2009?

c) Bestem fordoblingstiden for Angolas befolkningstal.

d) Angiv en differentialligning, som modellen er en løsning til.

Opgave 13: Vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 57°, $|\vec{a}|=14$ og $|\vec{b}|=31$.

a) Bestem $|\vec{a}-\vec{b}|$.

b) Bestem arealet af det parallelogram, som vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ udspænder.

Opgave 14: Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne $\begin{array}{l} f(x)=x^2+4x-3 \\ g(x)=-x^2-7x+1 \end{array}$

Graferne for f og g danner sammen en punktmængde M.

a) Bestem arealet af M.

b) Bestem det sted, hvor afstanden (den lodrette) fra bund til top i punktmængden M er størst.

Opgave 15: En funktion f er givet ved $f(x)=5x^6+6x^5-510x^4+40x^3+10320x^2-26880x+7$

a) Bestem monotoniforholdene for f.

b) Bestem det globale minimumspunkt for f.

c) Bestem omkredsen af den punktmængde M, som grafen for f i 4. kvadrant danner sammen med førsteaksen.

Opgave 16: En løbers hastighed v er som funktion af tiden t en løsning til differentialligningen

$$\frac{dv}{dt}+\frac{v}{7}=10+0{,}1\cdot e^{-0{,}1\cdot t}$$

Løberen begynder med hastigheden 0.

a) Bestem en forskrift for v som funktion af t.

b) Bestem det tidspunkt, hvor løberens hastighed er maksimal.

Opgave 17: En kugle K og en plan α er givet ved ligningerne

$$K:\ \ x^2+10x+y^2-18y+z^2-8z-22=0 \qquad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$
$$\alpha:\ \ 7x+5y+13z-62=0 \qquad ; \quad G=\mathbb{R}^3$$

a) Bestem radius og koordinatsættet for centrum for kuglen K.
b) Undersøg, om kuglens centrum ligger i planen α.
c) Bestem koordinatsættet for planen α 's skæring med y-aksen.

Opgave 18: Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x)=\frac{2000}{1+17\cdot \mathrm{e}^{-0.015\cdot x}}$$

$$g(x)=2000-x\cdot \mathrm{e}^{0,0025\cdot x}$$

a) Løs ligningen $f(x)=g(x)$.

Graferne for f og g danner sammen med koordinatakserne en punktmængde M.
Når M roteres omkring førsteaksen, dannes et omdrejningslegeme N.

b) Hvor mange grader er M roteret omkring førsteaksen, hvis rumfanget af N er $5\cdot 10^8$?

Årsprøve 2.x 2012 (fiskesættet)

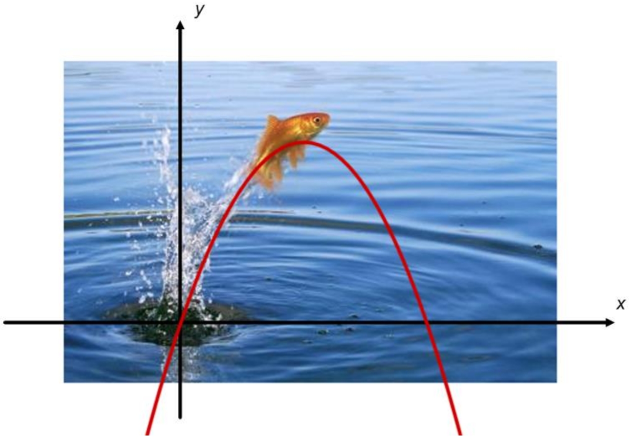
Uden hjælpemidler:

Opgave 1 Reducér udtrykket $(2å+6l)^2-4(å-3l)^2$

Opgave 2 En almindelig guldfisk (en "hibuna", *Carassius auratus auratus*) der springer ud af vandet, følger en bue der kan beskrives ved en parabel. I et koordinatsystem der er indlagt således, at springet begynder i punktet $O(0,0)$ (se figuren), er ligningen for parablen:

$$y=-\frac{1}{2}x^2+2x.$$

Bestem koordinaterne til parablens toppunkt.



Opgave 3

En bladpjaltefisk (*Phycodurus eques*) kan dreje kroppen, så retningerne af munden og bagkroppen i et koordinatsystem kan beskrives ved vektorerne

$\vec{a}=\begin{pmatrix}-1\\-3+t\end{pmatrix}$ og $\vec{b}=\begin{pmatrix}t+6\\-1\end{pmatrix}$.

Bestem den værdi af t, hvor $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale

Opgave 4 En adfærdsbiolog har forsøgt at anvende differentialligningen $\frac{dy}{dx}=2y-4x+5$ til at beskrive adfærden hos en sekstakket savkirurgfisk (*Prionurus microlepidotus*).

Undersøg om funktionen *f* bestemt ved $f(x)=e^{2x}+3x-1$ er en løsning til differentialligningen.

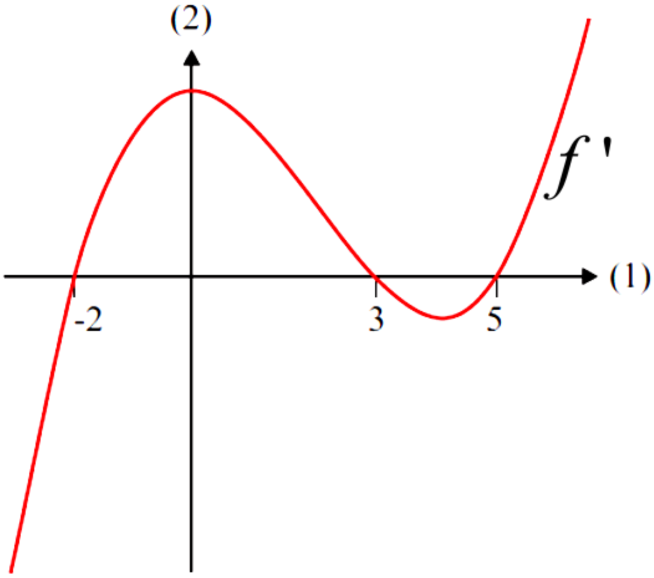
Opgave 5 Den indiske glasmalle (*Kryptopterus bicirrhis*) er gennemsigtig. En lyskilde med fast lysstyrke benyttes til at lyse gennem et antal glasmaller, og man måler lysstyrken efter passage af et vist stykke glasmalle:

Sammenhængen mellem den målte lysstyrke I (målt i enheden candela) og den passerede længde glasmalle x (målt i cm) viser sig at kunne beskrives ved modellen:

$$I(x)=4{,}3\cdot 0{,}97^x.$$

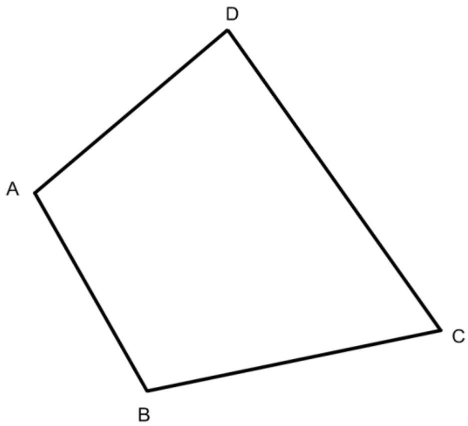
Gør rede for, hvad konstanterne i modellen fortæller om situationen.

Opgave 6 Funktionen *f* beskriver antallet af årligt dokumenterede tilfælde, hvor den store hvide haj (*Carcharodon carcharias*) har angrebet mennesker.
Figuren viser i intervallet [-3;6] grafen for den afledede funktion *f'* for funktionen *f*.



Bestem monotoniforholdene for funktionen *f* i intervallet [-3;6].

Med hjælpemidler:
Opgave 7
Et område med fiskeforbud for sej (*Pollachius virens*) i Østersøen øst for Bornholm har form som en firkant *ABCD*, se figuren. Der gælder at $\angle A = 98°$, $|AB| = 75$ km, $|AD| = 84$ km, $|BC| =$ 99 km og $|CD| = 112$ km.



a) Bestem afstanden fra *B* til *D*.
b) Bestem arealet af firkant *ABCD*.

Opgave 8
For gedder (*Esox lucius*) kan længden *L* og vægten *W* beskrives ved Bertalanffys model:

$$L(t) = a(1 - e^{-k\cdot t})$$
$$W(t) = b(1 - e^{-k\cdot t})^3,$$

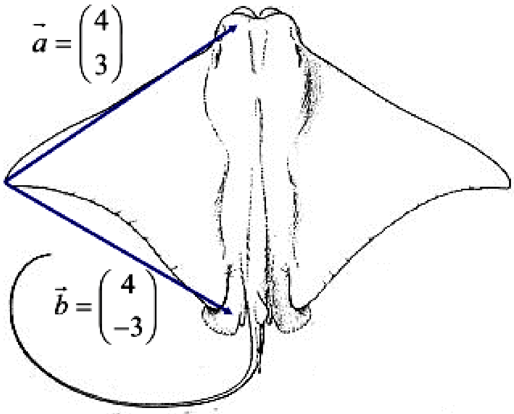
hvor *a*, *b* og *k* er konstanter. *L* og *W* måles i henholdsvis cm og kg, og *t* er geddens alder i dage.
For gedder i Esrum sø har man bestemt følgende værdier for *a*, *b* og *k*:

$$a = 158;\ b = 26{,}4;\ k = 0{,}00163.$$

a) Bestem længden af en 200 dage gammel gedde i Esrum sø.
b) Bestem vægten af en 120 cm lang gedde i Esrum sø.

Kilde: Journal of European Freshwater Ecology, 2003 ***(34)****, 107.*

Opgave 9
En konæserokke (*Rhinoptera bonasus*) har næsten form som et parallelogram udspændt af vektorerne $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ (se figuren).



a) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Bestem arealet af parallelogrammet udspændt af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

c) Bestem projektionen af $\vec{b}$ på $\vec{a}$.

Opgave 10
Den russiske sø Ladoga er rig på fisk – specielt fisk i laksefamilien (*Salmonidae*). Lystfiskerne på søen skal passe på ikke blive for længe på vandet, så de har godt styr på dagslængden, der (målt i timer) kan beskrives ved modellen

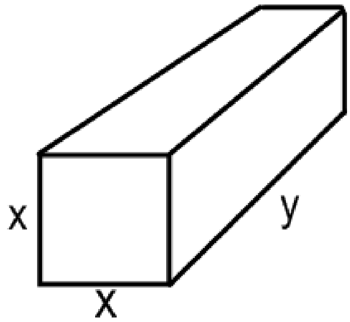
$$f(t) = 6,59 \cdot \sin(0,0167 \cdot t - 1,295) + 12,2 \quad ; \quad 0 \le t \le 365,$$

hvor *t* er tiden målt i døgn efter 1. januar.

a) Benyt modellen til at bestemme dagslængden ved Ladoga-søen til $t = 150$.

b) Bestem $f'(200)$ og redegør for, hvad dette tal fortæller.

Opgave 11



En akvariefiskeejer ønsker at anskaffe et nyt akvarium til sine fisk - hovedsageligt grønne sværddragere (*Xiphophorus hellerii*) og sorte mollyer (*Poecilia sphenops*). Det skal have kvadratiske endeflader, og endefladerne og sidefladerne skal være af glas. Bunden og låget skal være af metal med sølveffekt.
Prisen for glasset er 10 kr. pr. dm^2, mens prisen for metallet er 20 kr. pr. dm^2.

a) Vis at den samlede pris P for glas og metal til akvariet er givet ved $P = 20x^2 + 60xy$, hvor x er en sidelængde i den kvadratiske endeflade (målt i dm) og y er længden af sidefladerne (målt i dm).

Akvariet skal kunne indeholde 500 dm^3

b) Bestem den sidelængde x, der giver den mindste samlede pris for glas og metal.

Opgave 12
I et forsøg lukkes nogle californiske glathovedfisk (*Alepocephalus tenebrosus*) ud i et bassin med konstant tilførsel af fiskefoder. Det viser sig, at den hastighed, hvormed antallet *A* af fisk vokser til tidspunktet *t* er proportional med produktet af antallet af fisk til tiden t og forskellen mellem 750 og antallet af fisk til tiden *t*.
Det viser sig, at væksthastigheden er 30, når antallet af individer er 250.

a) Opskriv en differentialligning, som antallet af individer *A* må opfylde.

Opgave 13

For at vurdere forureningen fra et dambrug med plettede skægbrosmer (*Urophycis regia*), der udleder spildevand i en nærliggende å, har man i en bestem periode målt, hvor meget ammoniak der er i vandet i forskellige afstande fra dambruget.

Afstand fra dambruget (m)	29	44	87	127	267
Mængde ammoniak (mg/L)	6,0	4,5	3,0	2,4	1,4

Funktionen *f* givet ved $f(x) = b \cdot x^a, \quad x > 5$, beskriver mængden af ammoniak (målt i milligram pr. liter) som funktion af afstanden *x* (målt i meter) fra dambruget.

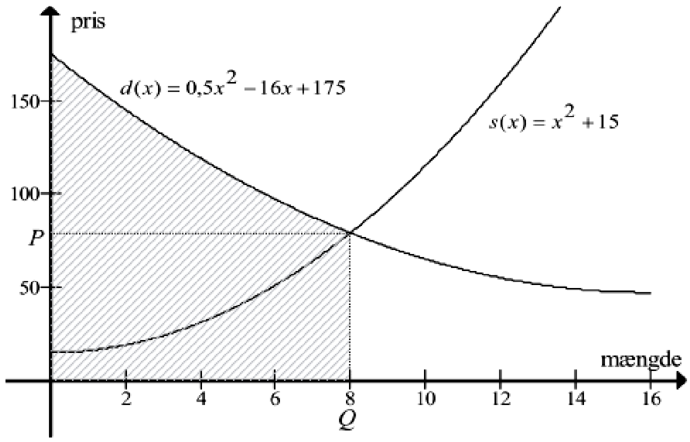
a) Bestem tallene *a* og *b*.
b) Beregn hvor stor en mængde ammoniak, er der i 150 meters afstand fra dambruget.
c) Bestem afstanden hvor mængden er mindre end 1 mg/L.

Opgave 14

På et fiskemarked i Tokyo, hvor der handles tun (*Thunnus thynnus*), er der en sammenhæng mellem udbudsprisen, *s*, (i tusinder Yenn pr. kg) og mængden, *x*, (i kg). Tilsvarende er der en sammenhæng mellem efterspørgselsprisen, *d*, (i tusinder Yenn pr kg) og mængden, *x*. Sammenhængene er givet ved:

$$s(x) = x^2 + 15 \qquad \text{,hvor } 0 < x < 16$$

$$d(x) = 0{,}5x^2 - 16x + 175 \qquad \text{,hvor } 0 < x < 16$$



Skæringspunktet mellem *d* og *s* 's grafer kaldes for ligevægtspunktet og angiver hhv. ligevægtsmængden, *Q*, og ligevægtsprisen, *P*.

a) Bestem ligevægtsmængden, *Q*, og ligevægtsprisen, *P*.

Den samlede betalingsvillighed for en bestemt vare kan bestemmes ved at bestemme arealet af området under efterspørgselsgrafen fra 0 til Q.

b) Bestem den samlede betalingsvilligheden for tun (*Thunnus thynnus)*.

Opgave 15

En fisker fisker efter rødøjede rundsild (*Etrumeus teres*) og har installeret en fiskeradar på sin kutter, der afsøger et cirkulært område med kutteren i centrum og en radius på 150 meter.

a) Opskriv cirkelligningen, *C*, der beskriver afsøgningsområdets rand, når kutteren placeres i origo (0,0) og afstandene måles i meter.

En stime af rødøjede rundsild svømmer i en ret linje fra punkt *P*(-200,50) til *Q*(0,-250), mens kutteren ligger stille.

b) Afgør om kutteren ved hjælp af sin fiskeradar har chance for at opdage fiskestimen.

Facitliste

Årsprøve 2.x 2017:

Opgave 1: $x=\frac{11}{10}$

Opgave 2: $|BC|=\frac{60}{13}\quad |CE|=\frac{91}{6}$

Opgave 3: Da man begynder at måle, er aktiviteten 471 Bq, og aktiviteten falder med 24% pr. sekund.

Opgave 4: $y=2x+1$

Opgave 5: $t=-10 \vee t=-2$

Opgave 6: $k=\frac{\ln(6)}{3}$

Opgave 7: $a)\ a=2{,}043\quad b=0{,}3723\quad b)\ F=59{,}7\,\mathrm{N}\quad v=15{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\quad c)$ Kraften øges med 70,9%

Opgave 8: $a)\ \angle ABC=116{,}93°\qquad b)\ A_{ABCD}=25{,}28$

Opgave 9: $a)\ V=2337{,}5\qquad b)\ x=\frac{5}{2}$

Opgave 10: $a)\ 25x-y-19z-54=0\qquad b)\ A=47{,}12\,\mathrm{m}^2\quad c)\left(\frac{2516}{519},\frac{2213}{519},\frac{573}{173}\right)\quad v_{stump}=99{,}77°$

Opgave 11: $a)\ h_{\min}=2{,}1\,\mathrm{m}\quad h_{maks}=10{,}5\,\mathrm{m}\quad b)\ h'(2)=-5{,}24$ Efter 2 sekunder falder højden med 5,24 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Opgave 12: $a)\ \frac{dy}{dx}=2{,}1\quad y'_{maks}=3{,}78\qquad b)\ f(x)=\frac{6000}{1+11{,}06\cdot \mathrm{e}^{-0{,}00252\cdot x}}\quad x_{maks}=953{,}5$

Årsprøve 2.x 2018:

Opgave 1: $26a^2-9b^2$ og x^5

Opgave 2: $T=\frac{31}{2}$

Opgave 3: $|AD|=34$

Opgave 4: $\ln\left(\frac{15}{2}\right)$

Opgave 5: *f* er en løsning

Opgave 6: $y=-2x^2+3x+35$

Opgave 7: $a)\ |BC|=5{,}135\quad b)\ A=46{,}277$

Opgave 8: $a)\ a=2{,}073\quad b=14{,}496\qquad b)$ Øges med 72,3%

Opgave 9: $a)\ A_M=5{,}176\quad b)\ V=72{,}334$

Opgave 10: a) $a)\ M(t)=14{,}53\cdot 0{,}9709^t\qquad T_{\frac{1}{2}}=23{,}5\qquad b)\ M'(10)=-0{,}319$

Dvs. 10 sekunder efter fremstilling aftager massen med 0,32 g i sekundet.

Opgave 11: $a)\ f_{\max}=11\quad f_{\min}=-3\quad b)$ *f* er voksende i intervallerne [0, 0.190] og [1.237, 2.285]

f er aftagende i intervallerne [0.190,1.237] og [2.285,π] $\qquad x_{f,\max}=1{,}761$

Opgave 12: a) $N(t)=\frac{173}{1+5{,}528\cdot \mathrm{e}^{-0{,}09515\cdot t}}\qquad N_{øvre}=173$ millioner

b) 18. kvartal efter 2012 4,1 millioner pr. kvartal

Opgave 13: $a)\ C(-32,26,-44)\quad r=97\qquad b)\ 56x-33y+72z-3591=0$

Årsprøve 2.x 2019:

Opgave 1: $x=-7 \quad \vee \quad x=1$

Opgave 2: $f'(x)=28x^3-3x^2+10x+7 \qquad g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot\cos(x)-\sqrt{x}\cdot\sin(x)$

Opgave 3: $-7c^2-13d^2$

Opgave 4: $a<0 \quad b<0 \quad c>0 \quad d>0$

Opgave 5: N: Antal insekter t: tid målt i antal år efter 1970 $N(t)=1328\cdot 0{,}983^t$

Opgave 6: $y=-4x+4\cdot\pi+6$

Opgave 7: $|BC|=\frac{7}{3} \qquad |CE|=10$

Opgave 8: $F(x)=x^5-2x^4+3x^2-2x-15$

Opgave 9: $(x,y)=(9,4)$

Opgave 10: $5\cdot\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}-\mathrm{e}\right)$

Opgave 11: f er en løsning

Opgave 12: $A_{M_2}=36 \qquad \int_{-7}^{-4} f(x)dx=-11 \qquad \int_{-7}^{7} f(x)dx=68$

Opgave 13: $a)\ \angle D=38{,}0° \qquad b)\ A=368{,}5$

Opgave 14: $a)\ a=0{,}8336\ b=158{,}3$ b) Temperaturen målt i °C aftager med 16,6% i sekundet. $T_{0,5}=3{,}8\mathrm{s}$

Opgave 15: $a)\ t=0{,}442\mathrm{s} \ \vee\ t=0{,}949\mathrm{s} \ \vee\ t=1{,}456\mathrm{s} \ \vee\ t=1{,}962\mathrm{s} \quad b)\ t=0{,}946\mathrm{s} \quad c)\ 8{,}63\,\mathrm{cm}$

Opgave 16: a) 107 eghjorte pr. år b) 200000 c) $N(t)=\frac{400000}{1+3570\cdot\mathrm{e}^{-0,96\cdot t}}$ 397932 eghjorte

Opgave 17: f er aftagende i intervallerne]-∞,-1.640] og [-0.430,1.036] og voksende i intervallerne [-1.640,-0.430] og [1.036,∞[

Opgave 18: $a)\ A_M=5{,}6115 \qquad b)\ O_M=11{,}222$

Årsprøve 2.x 2020:

Opgave 1: $a)\ 83 \qquad b)\ 2s^2$

Opgave 2: $y=2x+2$

Opgave 3: $x=-6 \quad \vee \quad x=7$

Opgave 4: $T_{ABC}=\frac{36}{5}$

Opgave 5: $a-b$

Opgave 6: $F(x)=\frac{1}{4}x^4+8x+5\cdot\ln(x)-\frac{1}{4}$

Opgave 7: $(-1,-4)$ og $(4,6)$

Opgave 8: $\frac{4}{7}\cdot\left(x^3+5x^2-3x+9\right)^7+k$

Opgave 9: T: Den gennemsnitlige middeltemperatur i løbet af et døgn i Danmark målt i °C.

t: Tiden målt i antal døgn efter 13. februar. $T=8\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{365}\cdot t-\frac{\pi}{2}\right)+9$

Opgave 10: f er en løsning $\left(-6\cdot\mathrm{e}^x\cdot\sin\left(\mathrm{e}^{2x}\right)+6\cdot\mathrm{e}^x\cdot\sin\left(\mathrm{e}^{2x}\right)=0\right)$

Opgave 11: $f(-5)=\underline{\underline{282}}$

Opgave 12: $a)\ a=2{,}7136 \quad b=-7{,}0680 \qquad b)\ 55{,}8°$

Opgave 13: $a)\ |BC|=1{,}24\,\mathrm{km} \qquad b)\ A_{ABCD}=3{,}59\ \mathrm{km}^2$

Opgave 14: $a)\ A_M=40{,}329 \qquad b)\ O_M=45{,}883$

Opgave 15: $a)$ 3200 tilfælde pr. døgn b) $N(t)=\dfrac{180}{1+685{,}19\cdot \mathrm{e}^{-0{,}072\cdot t}}$ $c)$ 180 tusinde $t=132$

Opgave 16: f er aftagende i]-∞,-7], voksende i [-7,4] og aftagende i [4,∞[

Opgave 17: $a)$ $r_g=-3{,}31\%$ $N=78355$ $b)$ År 2045 (År 2044 accepteres også)

Opgave 18: $a)$ $V=699438$ $b)$ $t=\dfrac{5}{2}$

Årsprøve 2.x 2021:

Opgave 1: $a)$ $x=\dfrac{5}{6}$ $b)$ $x=-\dfrac{71}{17}$

Opgave 2: $a)$ $2a^2-9b^2$ $b)$ x^9

Opgave 3: $F(x)=4\cdot\sin(x)+2x^4-5x+17$

Opgave 4: 240 heste om året

Opgave 5: $y=7x+5$

Opgave 6: $|CE|=8$ $|BD|=\dfrac{16}{3}$

Opgave 7: $a)$ $x=1 \vee x=10$ $b)$ $t=0 \vee t=1$

Opgave 8: $1-\mathrm{e}^8$

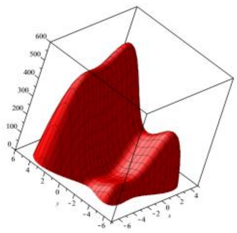
Opgave 9: N er det samlede antal arter af bier, dagsommerfugle og svirrefluer observeret i Danmark
t er tiden målt i antal år efter 2019
$N(t)=703\cdot 0{,}93^t$

Opgave 10: $\begin{pmatrix} -4x^3-18x^2-2xy+2x-5y+54 \\ -4y^3-x^2-12y^2-5x+44y+100 \end{pmatrix}$

Opgave 11: $a)$ $x=-17 \vee x=-3 \vee x=0 \vee x=9$

Opgave 12: $f(x)=5+60\cdot\mathrm{e}^{-4x}$

Opgave 13: $a)$ $s=0{,}1238$ $t=1{,}99237$ $b)$ 68,7% $c)$ 7,409 cm

Opgave 14: 

$\{x=1.214104745, y=3.060858415\}, \{x=1.697873328, y=-1.676148918\}, \{x=1.938597958, y=-4.383364105\}, \{x=-2.414438682, y=3.154964170\}, \{x=-2.453809385, y=-2.051833266\}, \{x=-2.461040607, y=-4.103154879\}, \{x=-3.289380196, y=3.150884981\}, \{x=-3.775449369, y=-2.014219700\}, \{x=-3.956457792, y=-4.137986695\}$

$b)$ A: Saddelpunkt B: Minimum $c)$ Retning: $\begin{pmatrix} 54 \\ 100 \end{pmatrix}$ Hældning: 113,65

Opgave 15: $a)$ $N(t)=\dfrac{5000}{1+24\cdot\mathrm{e}^{-0{,}2\cdot t}}$ $b)$ år 2036 ($t=15{,}89$)

Opgave 16: $a)$ 38,67 cm^2 $b)$ 17,12 cm $c)$ 22,17 cm

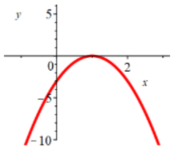
Opgave 17: f er aftagende i intervallet]-∞;2,976], voksende i [2,976;4,361] og aftagende i [4,361;∞[b) $y=-11{,}273x+9{,}706$

Årsprøve 2.x 2022:

Opgave 1: $a)$ -44 $b)$ $-49a^2$ $c)$ x^8

Opgave 2: a) Temperaturen falder med 4 °C i minuttet b) $T(t)=20+60\cdot\mathrm{e}^{-0{,}1\cdot t}$

Opgave 3: $a)$ $f'(x)=(x^2-6x-27)\cdot\mathrm{e}^{\frac{1}{3}x^3-3x^2-27x+11}$ $b)$ $x=-3 \vee x=9$

Opgave 4: 

Opgave 5: $a)\ 15 \quad b)\ \frac{34}{3} \quad c)\ \frac{8}{15}$

Opgave 6: $a)\ \frac{1}{3}\cdot\left(e^{3\pi}-1\right) \qquad b)\ \frac{1}{2}\cdot\ln\left(4x^2+6x+3\right)+k$

Opgave 7: Ja, *f* er en løsning til differentialligningen

Opgave 8: $a)\ y=10x+3 \quad b)\ F\left(x\right)=2x^4+\frac{7}{2}x^2+3e^x+2$

Opgave 9: $a)\ x=-\frac{21}{13} \wedge y=-\frac{23}{13}$

Opgave 10: $a)\ T_2=8 \quad b)\ x=-19$

Opgave 11: $a)\ T=\left(\frac{5}{6};\frac{73}{12}\right)$

Opgave 12: $a)\ a=1{,}0343 \quad b=9{,}6240 \quad b)\ 2053 \quad c)\ 20{,}6\,\text{år} \qquad d)\ N'\left(t\right)=0{,}0337\cdot N\left(t\right)$

Opgave 13: a) 26,158 b) 363,983

Opgave 14: $a)\ A_M=78{,}854 \quad b)\ x=-\frac{11}{4}$

Opgave 15: a) *f* er aftagende i]-∞,-8], voksende i [-8,-4], aftagende i [-4,7] og voksende i [7,∞[
b) (7,-204176) c) $a)\ O_M=408360{,}4237$

Opgave 16: $a)\ v\left(t\right)=70+\frac{7}{3}\cdot e^{-0{,}1\cdot t}-\frac{217}{3}\cdot e^{-\frac{t}{7}} \quad b)\ t=88{,}449$

Opgave 17: $a)\ r=12 \quad C\left(-5,9,4\right) \quad b)$ Centrum ligger i planen $c)\ \left(0,\frac{62}{5},0\right)$

Opgave 18: $a)\ x=261{,}58 \quad b)\ 135{,}65°$